

ДОМАШНО №4 ПО ДИСКРЕТНИ СТРУКТУРИ, СПЕЦИАЛНОСТ КН,  
I КУРС, I И II ПОТОК, ЗИМЕН СЕМЕСТЪР НА 2014/2015 Г.

Домашните работи се предават на съответния асистент на упражнение през седмицата  
12.01.2015–16.01.2015.

Име: ..... Ф№: ..... Група: .....

Задача	1	2	3	4	БОНУС	ОБЩО
получена оценка						
от максимално	15	10	5	10	30	40

**Зад. 1** Семейство Петрови кани четири семейства на гости. Четирите семейства пристигат в уречения час и всеки от пристигащите гости или се здрависва с поне един (една) от досега присъстващите (двамата домакини и вече пристигналите гости), или не се здрависва с никого. След пристигането на всички гости, домакинята г-жа Петрова пита всеки от другите хора (включително и съпруга си) в колко здрависвания е участвал (участвала). Всеки от запитаните отговаря и няма два еднакви отговора. В колко здрависвания е участвала г-жа Петрова? Приемаме, че всеки двама души се здрависват най-много веднъж и че никой не се здрависва със своята съпруга (съпруг).

**Зад. 2** Дадена е електрическа машина с 26 входа и 26 изхода. На всеки вход отговаря точно една буква от латинската азбука  $\{A, B, \dots, Z\}$ , като това съответствие е фиксирано и не може да бъде променяно. Казваме, че във вход 1 “влиза”  $A$ , във вход 2 “влиза”  $B$ , и така нататък, във вход 26 “влиза”  $Z$ . Изходите са номерирани и на всеки изход “излиза” точно една от латинските букви, но съответствието между изходи и букви не е фиксирано, а може да бъде променяно от оператора на машината по следния начин. Машината има *щекерпанел*: панел върху лицевата страна на машината, върху който има 26 малки кръгли отвора с еднакъв диаметър. Всеки отвор на панела е маркиран с точно една от латинските букви. Операторът разполага с 13 еднакви кабелчета, всяко с два крайника. Дадено кабелче се използва, като крайниците му се пъхат в два от отворите. В един отвор не може да бъдат пъхнати два крайника. Операторът може да използва между 0 и 13 кабелчета. Кабелчетата са достатъчно дълги, за да свържат и най-отдалечените отвори. Ефектът от използването на кабелчетата е следният:

- Ако не бъде използвано нито едно кабелче, на изход 1 излиза  $A$ , на изход 2 излиза  $B$ , и така нататък, на изход 26 излиза  $Z$ .
- Ако бъде използвано точно едно кабелче, ефектът е това и единствено това, че буквите, които то свързва на щекерпанела, биват разменени. Примерно, ако на щекерпанела кабелчето свързва  $C$  с  $T$ , то на изход 3 излиза  $T$ , на изход 20 излиза  $C$ , а на всеки друг изход излиза същата буква, която би излизала, ако на щекерпанелът нямаше кабелчета.
- Ако бъдат използвани точно две кабелчета на щекерпанела, техните съответни букви биват разменени, останалите букви излизат все едно няма кабелчета. Примерно, ако на щекерпанела едното кабелче свързва  $C$  с  $T$ , а другото свързва  $A$  с  $M$ , на изход 1 излиза  $M$ , на изход 3 излиза  $T$ , на изход 13 излиза  $A$ , на изход 20 излиза  $C$ , а на всеки друг изход излиза същата буква, която би излизала, ако на щекерпанелът нямаше кабелчета.
- ...
- Ако бъдат използвани всички 13 кабелчета на щекерпанела, всички двойки букви биват разменени по двойки съгласно това, коя с коя буква е свързана на щекерпанела.

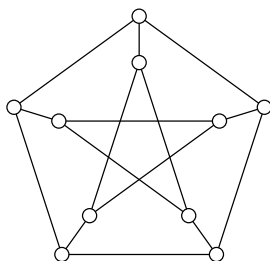
Очевидно, тази машина реализира разместване на буквите между входа и изхода. Колко различни размествания на буквите може да бъдат реализирани при използване на 10 кабелчета? А при използване на 13 кабелчета? Сравнете тези числа с всички теоретично възможни размествания на 26-те букви – става дума не за размените, които *тази* машина реализира, а максималният брой размествания, които са теоретично възможни. На какво се дължи голямата разлика между първите две числа и третото?

Трябва да получите конкретни числа, а не формули. Сметките може лесно да се извършат с калкулатор или специализиран софтуер.

*Пояснения. Първо, за целите на тази задача разглеждаме само главни букви. Второ, щекерпанелът е нещо различно и отделно от входовете и изходите.*

*Допълнителни пояснения. През Втората световна война германската армия е използвала криптографиращи машини, една от които се нарича Enigma. Описаната в тази задача машина е част – наречена Steckerbrett, на английски plugboard – от истинската Enigma. Сама по себе си тази част не е достатъчна, за да осигури надеждна защита на предаваната информация, но в съчетание с останалите части – наречени ротори – тя осигурява огромно подобряване на тази защита, увеличавайки на много порядъци възможностите, които трябва да разгледат хората, опитващи се да разберат предаваната информация. При истинската Enigma са използвани или 10, или 13 кабелчета на щекерпанела. Благодарение на усилията на полски и британски математици, през голямата част от войната криптираната информация от Енигмите е била бързо разгадавана и използвана от Великобритания. Измежду британските математици е бил гениалният математик Алан Тюринг, чийто принос за разбиването на кода на Енигмите е много голям, включително и за конструиране на машини, които автоматизират процеса на разбиване на кода. Повече информация за Енигмите и приноса на Тюринг може да бъде намерена в Интернет. Статията в Уикипедия е добра отправна точка.*

**Зад. 3** Хроматично число на граф е най-малкият брой цветове, с които може да бъдат оцветени върховете на графа, така че краищата на нито едно ребро да не бъдат в един и същи цвят. Какво е хроматичното число на следния граф?



**Зад. 4** Даден е куб от сирене  $30\text{ cm} \times 30\text{ cm} \times 30\text{ cm}$ , който се състои от 27 кубчета, всяко от които с размери  $10\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ , долепени едно до друго по очевидния начин. Две кубчета са съседни, ако имат обща стена. Екстремните кубчета са осемте кубчета, в които лежат осемте върха на големия куб.

Дадена е и мишка, която иска да изяде цялото сирене. Мишката иска първо да изяде едно от екстремните кубчета, после някое негово съседно, и така нататък до края, прехвърляйки се от кубче в негово съседно. Мишката иска последното изядено кубче да е централното (което има шест съседни кубчета). Може ли мишката да изяде сиренето по този начин? Обосновете **кратко** отговорите си.

**БОНУС** По колко начина може Дядо Коледа да раздаде 19 различни подаръка на 6 деца, така че всяко дете да получи поне два подаръка?

*Допълнително изискване. Обикновено в задачи като тази е достатъчно да се даде отговор-формула. Тук се иска и отговор-число. Проверяващите ще сравняват численото Ви решение с верния отговор и ако двете числа не са равни, няма да проверяват повече и ще получат нула точки. Само ако численият Ви отговор е верен, ще бъде проверяван методът, с който сте го получили. Задачата е бонус и спокойно може да я прескочите, ако Ви затруднява.*