



Утвърдил: .....  
/ доц. д-р Е. Великова /

Утвърден от Факултетен съвет  
с протокол №

## СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ "СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ"

### Факултет по Математика и Информатика

Специалност:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

#### Магистърска програма:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| М | И | И | 3 | 8 | 2 | 1 | 1 | 3 |
| М | И | М | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 |

Компютърна лингвистика, Логика и алгоритми

### УЧЕБНА ПРОГРАМА

Дисциплина: Ц 6 1 1 Ламбда смятане и теория на доказателствата

Lambda calculus and proof theory

Преподавател: доц. д-р Трифон Трифонов

| Учебна заетост                     | Форма   | Хорариум   |
|------------------------------------|---|------------|
| Аудиторна заетост                  | Лекции  | 45         |
|                                    | Семинарни упражнения                            | 15         |
|                                    | Практически упражнения (хоспетиране)            | 0          |
| <b>Обща аудиторна заетост</b>      |   | <b>60</b>  |
|                                    | Самостоятелна работа в библиотека или с ресурси | 60         |
|                                    | Подготовка за изпит                             | 30         |
|                                    | Домашни работи                                  | 30         |
| <b>Обща извънаудиторна заетост</b> |   | <b>150</b> |
| <b>ОБЩА ЗАЕТОСТ</b>                |   | <b>210</b> |
| Кредити аудиторна заетост          |   | 2          |
| Кредити извънаудиторна заетост     |   | 5          |
| <b>ОБЩО ЕКСТ</b>                   |   | <b>7</b>   |

| №  | Формиране на оценката по дисциплината | % от оценката |
|----|---------------------------------------|---------------|
| 1. | Демонстрационни занятия               | 10            |
| 2. | Текуща самостоятелна работа           | 60            |
| 3. | Изпит                                 | 30            |

#### **Анотация на учебната дисциплина:**

Курсът въвежда студентите в основите на ламбда смятането и структурната теория на формалните доказателства, като акцентира върху тясната връзка между тези две области на математическата логика. В първата част от лекциите се разглеждат безтиповото и типовото ламбда смятане като модели за описване на формални изчисления чрез функционални програми. Разглеждат се основни резултати, свързани с правилата за редукция, като конfluентност, силна нормализация (в случая на типово смятане) и съществуване на безкрайни редукции (в случая на безтипово смятане). Втората част от лекциите започва с базовата идея за разглеждане на доказателството като абстрактен обект и описва основните типове системи за представяне на формални доказателства. Първоначално се разглеждат чисто логически системи, като се набляга на разликата между минимална, конструктивна и класическа логика и се описва близкото съответствие между типово ламбда смятане и системи за естествен извод. Отделя се внимание на основния резултат за силна нормализация в контекста на системи за естествен извод. В последната част от курса се разглеждат аритметични системи, базирани на системи с крайни типове от произволен ред с примитивна рекурсия (система T на Гьодел). Обръща се внимание на практическите аспекти на теорията: автоматична проверка и обработка на доказателства, извличане на програми от конструктивни доказателства чрез интерпретация за реализуемост.

#### **Предварителни изисквания:**

Основни познания за изчислими функции и техните свойства, основи на математическата логика, в частност съждително смятане и предикатно смятане от първи ред.

#### **Очаквани резултати:**

Слушащите курса студенти да се запознаят с ламбда смятането като модел на изчислимите функции и с основния предмет и базовите резултати теорията на доказателствата като един от четирите „стълба“ на математическата логика. Студентите също така ще бъдат запознати с категорийните граматиките като средство за формализиране на естествен език и тяхната връзка с ламбда смятането и теорията на доказателствата.

#### *Учебно съдържание*

| №  | Тема:  | Хорариум |
|----|--|----------|
| 1. | Безтипово ламбда смятане: синтаксис, субституции, преименуване на свързани променливи, безименни термове, индекси на де Бройн. | 3+0      |

|     |  |     |
|-----|--|-----|
| 2.  | Правила за редукция, нормална форма, стратегии за редукция, конfluентност, безкрайни редукции, нумерали на Чърч, рекурсия. | 3+2 |
| 3.  | Ламбда смятане с прости типове: варианти на Чърч и Къри, типова безопасност, извод на типове, свойства на типовете.        | 3+2 |
| 4.  | Теорема за силна нормализация на ламбда термове с прости типове, следствия.  | 3+0 |
| 5.  | Категорийни граматика. Връзки с типово ламбда смятане.   | 3+0 |
| 6.  | Формални доказателства. Системи от Хилбертов тип, секвенциално смятане, системи за естествен извод.                        | 3+2 |
| 7.  | Минимална, конструктивна и класическа логика. Интерпретация на Брауер-Хейтинг-Колмогоров. Изоморфизъм на Къри-Хауърд.      | 3+1 |
| 8.  | Интерактивни системи за изграждане на доказателства. Практически упражнения за построяване на формални доказателства.      | 3+2 |
| 9.  | Теорема за силна нормализация на системи за естествен извод. Следствия.  | 3+0 |
| 10. | Категорийна теория на доказателствата. Свойства и приложения в лингвистиката.  | 3+0 |
| 11. | Система Т на Гьодел. Редукции и теорема за нормализация.   | 3+2 |
| 12. | Аритметични системи с крайни типове. Редукции и теорема за нормализация.   | 3+0 |
| 13. | Практическо упражнение: построяване на формални доказателства в аритметични системи.                                       | 3+2 |
| 14. | Интерпретация на Крайзел за реализуемост. Свойства.  | 3+0 |
| 15. | Теорема за коректност на реализуемостта. Извличане на програми от конструктивни доказателства.                             | 3+2 |

***Конспект за изпит***

| №  | Въпрос  |
|----|---|
| 1. | Безтипово ламбда смятане: синтаксис.                    |
| 2. | Правила и стратегии за редукция.                        |
| 3. | Ламбда смятане с прости типове: синтаксис.              |
| 4. | Силна нормализация на ламбда термове с прости типове.   |
| 5. | Категорийни граматика и връзка с типово ламбда смятане. |
| 6. | Системи за представяне на формални доказателства.       |
| 7. | Изоморфизъм на Къри-Хауърд.                             |
| 8. | Силна нормализация на системи за естествен извод.       |
| 9. | Категорийна теорията на доказателствата. Свойства.      |

|     |   |
|-----|---|
| 10. | Система Т на Гьодел.                      |
| 11. | Аритметични системи с крайни типове.      |
| 12. | Интерпретация на Крайзел за реализуемост. |

### *Библиография*

#### **Основна**

1. Barendsen, H. B. E. *Introduction to lambda calculus* (1994).  
<http://www.cse.chalmers.se/research/group/logic/TypesSS05/Extra/geuvers.pdf>
2. Troelstra, Anne, Helmut Schwichtenberg, *Basic Proof Theory* (2003), Cambridge University Press.
3. Schwichtenberg, H., Wainer, S. S. *Proofs and computations* (2011). Cambridge University Press.
4. Pierce, Benjamin. *Types and Programming Languages* (2002), MIT Press.
5. Van Benthem, Johan, Ter Meulen, Alice G. (Eds), *Handbook of Logic and Language*. MIT Press, Cambridge, MA, USA, 1997.

#### **Допълнителна**

6. Barendregt, Hendrik Pieter (1984), *The Lambda Calculus: Its Syntax and Semantics*, Studies in Logic and the Foundations of Mathematics, **103** (Revised ed.), North Holland, Amsterdam.
7. Buss, Samuel. *Handbook of Proof Theory* (1998), Elsevier.
8. *Language in Action: Categories, Lambdas and Dynamic Logic*. North-Holland, Amsterdam (Studies in Logic 130), 1991.
9. Barendregt, H., Dekkers, W., & Statman, R. (2013). *Lambda calculus with types*. Cambridge University Press.
10. Van Benthem, Johan, Ter Meulen, Alice G. (Eds), *Handbook of Logic and Language*. MIT Press, Cambridge, MA, USA, 1997.

**Дата:** 27.11.2014 г.

**Съставил:**

/ доц. д-р Трифон Трифонов /