Изпит-задачи по Дискретни Структури, Информатика, 17.06.2014 г.
Втора част

Име:.. ФN°:............. Група:..........

Зад.	**1**	**2**	**3**	Общо
точки				
от макс.	20	20	20	60

Зад. 1 Дадени са цели положителни числа n и m. Даден е неориентиран граф $G(V, E)$, където

$$V = \{(x, y) \mid x \in \{0, 1, \dots, m\}, y \in \{0, 1, \dots, n\}\}$$
$$E = \{((x, y), (u, v)) \mid (x = u \wedge |y - v| = 1) \vee (|x - u| = 1 \wedge y = v)\}$$

Да се намери броят на пътищата от връх $(0, 0)$ до връх (m, n) в G, за които е в сила следното ограничение.

> За всеки от тези пътища, да го наречем $p = z_1, z_2, \dots, z_t$ (очевидно z_1 е върхът $(0, 0)$ и z_t е върхът (m, n)), за всяко k, такова че $1 \leq k < t$, за върховете z_k и z_{k+1} е вярно следното. Нека $z_k = (x, y)$ и $z_{k+1} = (u, v)$. Тогава или $x = u$ и $y + 1 = v$, или $x + 1 = u$ и $y = v$.

Упътване. *Направете си малък пример, да речем $m = 3$ и $n = 2$, и преценете как изглежда графът. Съобразете, че върховете са наредени двойки от цели числа – това трябва да ви подскаже как да ги разположите на листа, за да видите ясно структурата на графа.*

Зад. 2 Дадена е тегловен неориентиран свързан граф $G(V, E)$, където

$$V = \{a, b, c, d, f, g, h\}$$
$$E = \{(a, b), (a, c), (b, c), (b, d), (b, f), (b, g), (c, d), (c, f), (c, g), (g, h)\}$$

Тегловната функция се казва w. Теглата са следните:

$$w((a, b)) = 1, w((a, c)) = 10, w((b, c)) = 5, w((b, d)) = 8, w((b, f)) = 7,$$
$$w((b, g)) = 4, w((c, d)) = 9, w((c, f)) = 6, w((c, g)) = 3, w((g, h)) = 2$$

Постройти минимално покриващо дърво на G, изполвайки алгоритъма на Крускал. Това означава да симулирате работата на алгоритъма на Крускал върху дадения граф колкото е възможно по-подробно.

Зад. 3 Колко булеви функции f на n променливи имат следното свойство: ако $f(\widetilde{\alpha}) = 1$ за някой вектор $\widetilde{\alpha} \in J_2^n$, то за всеки вектор $\widetilde{\beta} \in J_2^n$, който има по-голямо или равно тегло от $\widetilde{\alpha}$, $f(\widetilde{\beta}) = 1$.