

| вариант  | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|----------|----------|-------|-------|------|-------------|
| <b>1</b> |          |       |       |      |             |
| Име:     |          |       |       |      |             |

Тест на граматика  
 спец. Компютърни науки 2 поток  
 30.05.2014 г.

**Задача 1.** Нека  $G = \langle \{S, A, B\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AB; A \rightarrow aA|a; B \rightarrow bB|b\}, S \rangle$ . За думите  $u, w \in \{a, b\}^*$ , дефинирайте кога  $u \Rightarrow_G w$  и кога  $u \Rightarrow_G^* w$ . Дефинирайте  $L(G)$ .

Напишете ляс извод на думата  $aaabb$  и синтактично дърво на извод с резултат думата  $aaabb$ .

(а) Вярно ли е, че езикът  $L(G) \cap \{a^{2n}b^{2k} \mid n < k, n, k \in \mathbb{N}\}$  е контекстно-свободен?

(б) Дайте пример за два контекстно-свободни езика, чиито сечение не е контекстно-свободен.

**Задача 2.** Дайте обща конструкция за построяване на краен автомат  $A$  по регулярна граматика  $G$  (от тип 3), такъв, че  $L(G) = L(A)$ . За регулярната граматика  $G = \langle \{S, A, B\}, \{a, b\}, \mathcal{P}, S \rangle$ , където  $\mathcal{P} = \{S \rightarrow aA|bB|b; A \rightarrow aA|a; B \rightarrow bB|b\}$ , дефинирайте краен автомат разпознаващ  $L(G)$ .

**Задача 3** Нека  $G_1 = \langle V_1, \Sigma, \mathcal{P}_1, S_1 \rangle$  и  $G_2 = \langle V_2, \Sigma, \mathcal{P}_2, S_2 \rangle$  са контекстно-свободни граматика, за които  $V_1 \cap V_2 = \emptyset$ . Постройте контекстно-свободна граматика  $G = \langle V, \Sigma, \mathcal{P}, S \rangle$ , генерираща езика:

(а)  $L(G) = L(G_1) \cup L(G_2)$ .

(б)  $L(G) = (L(G_1))^*$ .

**Задача 4.** Нека  $G = \langle V, \{a, b\}, \mathcal{P}, S \rangle$  е контекстно-свободна граматика. Дефинирайте стеков автомат  $M$ , завършващ с празен стек, за който  $L(M) = L(G)$ . Дефинирайте стеков автомат  $M$  с горното свойство за  $G$  от задача 1.

**Задача 5.** Формулирайте Лемата за покачването (Pumping Lemma) за контекстно-свободни езици.

| вариант  | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|----------|----------|-------|-------|------|-------------|
| <b>3</b> |          |       |       |      |             |
| Име:     |          |       |       |      |             |

Тест на граматика  
 спец. Компютърни науки 2 поток  
 30.05.2014 г.

**Задача 1.** Нека  $G = \langle \{S, A, B\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AB; A \rightarrow aA|a; B \rightarrow bB|b\}, S \rangle$ . За думите  $u, w \in \{a, b\}^*$ , дефинирайте кога  $u \Rightarrow_G w$  и кога  $u \Rightarrow_G^* w$ . Дефинирайте  $L(G)$ .

Напишете ляс извод на думата  $aaabb$  и синтактично дърво на извод с резултат думата  $aaabb$ .

(а) Вярно ли е, че езикът  $L(G) \cap \{a^{2n}b^{2k} \mid n < k, n, k \in \mathbb{N}\}$  е контекстно-свободен?

(б) Дайте пример за два контекстно-свободни езика, чиито сечение не е контекстно-свободен.

**Задача 2.** Дайте обща конструкция за построяване на краен автомат  $A$  по регулярна граматика  $G$  (от тип 3), такъв, че  $L(G) = L(A)$ . За регулярната граматика  $G = \langle \{S, A, B\}, \{a, b\}, \mathcal{P}, S \rangle$ , където  $\mathcal{P} = \{S \rightarrow aA|bB|b; A \rightarrow aA|a; B \rightarrow bB|b\}$ , дефинирайте краен автомат разпознаващ  $L(G)$ .

**Задача 3** Нека  $G_1 = \langle V_1, \Sigma, \mathcal{P}_1, S_1 \rangle$  и  $G_2 = \langle V_2, \Sigma, \mathcal{P}_2, S_2 \rangle$  са контекстно-свободни граматика, за които  $V_1 \cap V_2 = \emptyset$ . Постройте контекстно-свободна граматика  $G = \langle V, \Sigma, \mathcal{P}, S \rangle$ , генерираща езика:

(а)  $L(G) = L(G_1) \cup L(G_2)$ .

(б)  $L(G) = (L(G_1))^*$ .

**Задача 4.** Нека  $G = \langle V, \{a, b\}, \mathcal{P}, S \rangle$  е контекстно-свободна граматика. Дефинирайте стеков автомат  $M$ , завършващ с празен стек, за който  $L(M) = L(G)$ . Дефинирайте стеков автомат  $M$  с горното свойство за  $G$  от задача 1.

**Задача 5.** Формулирайте Лемата за покачването (Pumping Lemma) за контекстно-свободни езици.

| вариант  | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|----------|----------|-------|-------|------|-------------|
| <b>2</b> |          |       |       |      |             |
| Име:     |          |       |       |      |             |

Тест на граматика  
 спец. Компютърни науки 2 поток  
 30.05.2014 г.

**Задача 1.** Нека  $G = \langle \{S, X\}, \{0, 1\}, \mathcal{P}, S \rangle$ , където  $\mathcal{P} = \{S \rightarrow 0S1|X; X \rightarrow X0|0\}$ . За думите  $u, w \in \{0, 1\}^*$ , дефинирайте кога  $u \Rightarrow_G w$  и кога  $u \Rightarrow_G^* w$ . Дефинирайте  $L(G)$ .

Покажете, че  $000011 \in L(G)$  и дайте синтактично дърво на извод с резултат думата  $000011$ .

(а) Вярно ли е, че езикът  $L(G) \cap \{0^n 1^k \mid n, k \in \mathbb{N}\}$  е контекстно-свободен?

(б) Вярно ли е, че езикът  $\{0, 1\}^* \setminus L(G)$  е контекстно-свободен?

**Задача 2.** Дайте обща конструкция за построяване на регулярна граматика  $G$  (от тип 3) по краен детерминиран автомат  $A$ , такава че  $L(G) = L(A)$ . За автомата  $A = \langle \{Q, P\}, \{0, 1\}, \delta, Q, \{P\} \rangle$ ,  $\delta(Q, 0) = Q, \delta(Q, 1) = P, \delta(P, 0) = P, \delta(P, 1) = Q$ , дефинирайте регулярна граматика  $G$  от тип 3, такава че  $L(G) = L(A)$ .

**Задача 3.** Нека  $G_1 = \langle V_1, \Sigma, \mathcal{P}_1, S_1 \rangle$  и  $G_2 = \langle V_2, \Sigma, \mathcal{P}_2, S_2 \rangle$  са контекстно-свободни граматика, за които  $V_1 \cap V_2 = \emptyset$ . Постройте контекстно-свободна граматика  $G = \langle V, \Sigma, \mathcal{P}, S \rangle$ , генерираща езика:

(а)  $L(G) = L(G_1).L(G_2)$ .

(б)  $L(G) = (L(G_1))^*$ .

**Задача 4.** Нека  $G = \langle V, \{0, 1\}, \mathcal{P}, S \rangle$  е контекстно-свободна граматика. Дефинирайте стеков автомат  $M$ , завършващ с празен стек, за който  $L(M) = L(G)$ . Дефинирайте стеков автомат  $M$  с горното свойство за  $G$  от задача 1.

**Задача 5.** Формулирайте Лемата за покачването (Pumping Lemma) за контекстно-свободни езици.

| вариант  | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|----------|----------|-------|-------|------|-------------|
| <b>4</b> |          |       |       |      |             |
| Име:     |          |       |       |      |             |

Тест на граматика  
 спец. Компютърни науки 2 поток  
 30.05.2014 г.

**Задача 1.** Нека  $G = \langle \{S, X\}, \{0, 1\}, \mathcal{P}, S \rangle$ , където  $\mathcal{P} = \{S \rightarrow 0S1|X; X \rightarrow X0|0\}$ . За думите  $u, w \in \{0, 1\}^*$ , дефинирайте кога  $u \Rightarrow_G w$  и кога  $u \Rightarrow_G^* w$ . Дефинирайте  $L(G)$ .

Покажете, че  $000011 \in L(G)$  и дайте синтактично дърво на извод с резултат думата  $000011$ .

(а) Вярно ли е, че езикът  $L(G) \cap \{0^n 1^k \mid n, k \in \mathbb{N}\}$  е контекстно-свободен?

(б) Вярно ли е, че езикът  $\{0, 1\}^* \setminus L(G)$  е контекстно-свободен?

**Задача 2.** Дайте обща конструкция за построяване на регулярна граматика  $G$  (от тип 3) по краен детерминиран автомат  $A$ , такава че  $L(G) = L(A)$ . За автомата  $A = \langle \{Q, P\}, \{0, 1\}, \delta, Q, \{P\} \rangle$ ,  $\delta(Q, 0) = Q, \delta(Q, 1) = P, \delta(P, 0) = P, \delta(P, 1) = Q$ , дефинирайте регулярна граматика  $G$  от тип 3, такава че  $L(G) = L(A)$ .

**Задача 3.** Нека  $G_1 = \langle V_1, \Sigma, \mathcal{P}_1, S_1 \rangle$  и  $G_2 = \langle V_2, \Sigma, \mathcal{P}_2, S_2 \rangle$  са контекстно-свободни граматика, за които  $V_1 \cap V_2 = \emptyset$ . Постройте контекстно-свободна граматика  $G = \langle V, \Sigma, \mathcal{P}, S \rangle$ , генерираща езика:

(а)  $L(G) = L(G_1).L(G_2)$ .

(б)  $L(G) = (L(G_1))^*$ .

**Задача 4.** Нека  $G = \langle V, \{0, 1\}, \mathcal{P}, S \rangle$  е контекстно-свободна граматика. Дефинирайте стеков автомат  $M$ , завършващ с празен стек, за който  $L(M) = L(G)$ . Дефинирайте стеков автомат  $M$  с горното свойство за  $G$  от задача 1.

**Задача 5.** Формулирайте Лемата за покачването (Pumping Lemma) за контекстно-свободни езици.