Второ контролно по ЕАИ на тема автомати
летен семестър 2014/2015г.

28.04.2015г.

Първа задача

Условие:

Нека с $pref(L)$ означаваме множеството от всички префикси на думи от L, а с L^I означаваме огледалния език на L (т.е. езика от всички думи от L, прочетени от дясно на ляво). Тогава, да се построи автомата за $(pref(M))^I$, където M е езика на следния автомат $A =< \Sigma, Q, 0, F, \delta >$. $\Sigma = \{ a, b \}$, $Q = \{ 0, 1, 2, 3, 4 \}$, $F = \{ 4 \}$ и δ е:

	a	b
0	1	2
1	2	3
2	4	2
3	3	3
4	3	1

Решение:

За езика $pref(M)$ е нужно, да направим състояния 0, 1 и 2 финални, т.к. те се намират на път от началното състояние до някое крайно. Така автомата $< \Sigma, Q, 0, F \bigcup \{ 0, 1, 2 \}, \delta >$ разпознава $pref(M)$. За този автомат прилагаме конструкцията за огледален език (разменяме началните и крайните състояния и обръщаме δ функцията) и получаваме крайния резултат $< \Sigma, Q, \{ 0, 1, 2, 4 \}, \{ 0 \}, \delta^I >$, като δ^I е:

	a	b
0	-	-
1	0	4
2	1	0, 2
3	3, 4	1, 3
4	2	-

Критерий за оценка:

За задачата се дават общо 3 точки. Една точка се дава за получаване на автомата за $pref(M)$, половин точка за определяне на състоянията на крайния автомат и останалите $1,5$т. за правилно определяне на функцията на преходите.

Втора задача

Условие:

Нека имаме азбуката $\Sigma = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$. Нека L_1 е езика на всички коректно записани естествени числа (т.е. ненулевите числа нямат водещи нули), които се делят на 25. Нека още L_2 се състои от думите от Σ^*, за които е изпълнено, че ако в тях се срещат две поредни 3-ки, то задължително непосредствено след тях има и трета 3-ка. Тогава, да се докаже че следния език е регулярен:

$$L = \{ \alpha_1\alpha_2 \dots \alpha_n \mid n \geq 0 \text{ и } \alpha_i \in L_1 \text{ или } \alpha_i \in L_2, \text{ за всяко } i \leq n \}.$$

Решение:

Имаме, че $L = (L_1 \bigcup L_2)^*$. Така, т.к. операциите обединение и звезда на Клини запазват регулярността, то за да покажем регулярността на L, трябва само да покажем, че L_1 и L_2 са регулярни.
Езика L_1 се описва със следния регулярен израз $0+25+50+75+(1+2+3+4+5+6+7+8+9)\Sigma^*(00+25+50+75)$. Поради това, той е регулярен.
А за L_2 първо ще отбележим, че думите, които не могат да се съдържат в него, са думи с две поредни 3-ки, след които следва друга цифра. Т.е. $L_2 = \overline{L_3}$, където L_3 се описва с израза $\Sigma^*33(0+1+2+4+5+6+7+8+9)\Sigma^* + \Sigma^*33$. Т.к. L_3 се описва с регулярен израз, то следователно е регулярен, а като резултат и неговото допълнение L_2 е регулярен.

Критерий за оценка:

За задачата се дават общо 4 точки. За съображението, че $L = (L_1 \bigcup L_2)^*$, се дава една дочка и по $1,5$т. се дават за показване на регулярността на L_1 и L_2.

Трета задача

Условие:

Да се докаже, че езикът $L = \{ a^n b^m \mid n \geq 0, m \geq 0 \text{ и } 10n + 7 \leq m \}$ не е регулярен.

Решение:

Нека допуснем, че езика е регулярен. Нека k е числото от Лемата за разрастване на регулярните езици. Тогава избираме следната дума $\alpha = a^k b^{10k+7} \in L$. Т.к. $|\alpha| > k$, то по Лемата следва, че $\alpha = uvw$, като $|uv| \leq k$ и $|v| \geq 1$. Тогава $v = a^t$ и $t \geq 1$.
Нека тогава разгледаме думата uv^2w. Имаме, че $uv^2w = a^{k+t}b^{10k+7}$ и така $10(k+t)+7 = 10k+7+10t > 10k+7$. Следователно $uv^2w \notin L$. Но по Лемата трябва да е изпълнено $uv^2w \in L$. Това е нужното противоречие.

Критерий за оценка:

За задачата се дават общо 3 точки. 1т. се дава за правилно подбрана дума и формулиране на условието на Лемата. Още една точка се дава за правилно определяне на вида на v и правилно подбрано i. Последната точка се дава за показване, че $uv^iw \notin L$.