Домашно №1 по Дискретни Структури, спец. Компютърни науки, зимен семестър 2015/2016г.

ТЕМА: МНОЖЕСТВА. ЛОГИКА. ИНДУКЦИЯ

Име .... ф№.......... гр....

Задача	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**Макс.**
получени точки							
от максимално	15	20	12	12	15	15	80

Задача 1: (12т.) Дадени са множествата A и B.

1. Нека $A = \{a, b\}$ и $B = \{0, 1\}$. Напишете в явен вид всяко множество:
   а) (2т.) $\{A, A \times B\}$
   б) (2т.) $A \cup (A \times B) \cup (A \times B \times A)$
   в) (2т.) $2^{A \times B} \cup \{\emptyset, A, A \times B\}$

2. Нека A е множество с m елемента и B е множество с n елемента, $n > m$. За всяко от следващите три множества определете минималния и максималния брой елементи, както и при какви условия за A и B броят на елементите е минимален и при какви условия за A и B броят на елементите е максимален:
   а) (3т.) $A \cap B$
   б) (3т.) $A \cup B$
   в) (3т.) $B \setminus A$

Задача 2: (20т.) Докажете или опровергайте, че:
а) (5т.) $\mathbb{N} = \{a + b | a \in \mathbb{N} \land b \in \mathbb{N}\}$
б) (5т.) $\forall A, B, C, D \subseteq U, (A \cap C) \cup (B \cap D) \subseteq (A \cup B) \cap (C \cup D)$
в) (10т.) $\forall A, B, C \subseteq U, A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ (таблично **и** чрез разсъждения/контрапример)

Задача 3: (12т.) За всеки от следващите логически изрази проверете дали е тавтология, противоречие или условност. Обосновете отговора си.

а) (4т.)$(p \vee \neg q) \wedge (\neg p \wedge q)$

б) (4т.)$((p \vee q) \wedge r) \leftrightarrow ((p \wedge r) \vee (q \wedge r))$

в)(4т.) $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \to r) \wedge (p \leftrightarrow r)$

Задача 4: (12т.) Преобразувайте следните изрази така, че отрицанието да се среща само пред предикати, т.е. да няма отрицание пред квантор или пред израз, съдържащ логически съюз:

а) (3т.)$\neg \forall x \exists y P(x, y)$

б) (4т.)$\neg \forall x \forall y (\neg P(x, y) \wedge Q(x, y))$

в) (5т.)$\neg \exists x \exists y (P(x, y) \vee Q(x) \to T(x, y))$

Задача 5: (15т.) Дадена е редицата $a_1, a_2, ...a_n...$, където $a_1 = 1; a_2 = 8;\ a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}, n \geq 3$. Използвайте метода на силната индукция за да докажете, че $a_n = 3.2^{n-1} + 2(-1)^n, n \in \mathbb{N}^+$.

Задача 6: (15т.) Докажете по индукция, че всяко естествено число $n \in \mathbb{N}^+$ може да се представи като сума от различни степени на 2.