

# Дървета

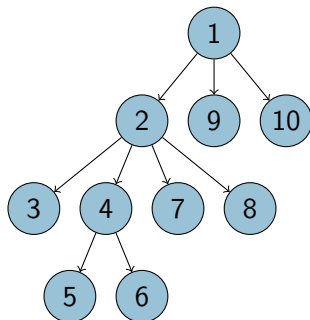
Трифон Трифонов

Структури от данни и програмиране,  
спец. Компютърни науки, 2 поток, 2015/16 г.

27 ноември 2015 г.



## Пример: кореново дърво



## АТД: Дърво

Йерархична структура, в която на всеки елемент е съпоставено множество от подчинени елементи.

### Дефиниция

Кореново дърво е списък  $(X, T_1, \dots, T_n)$ , където

- $X$  е данна (корен)
- $T_1, T_2, \dots, T_n$  са коренови дървета (поддървета)

## АТД: Дърво

Йерархична структура, в която на всеки елемент е съпоставено множество от подчинени елементи.

### Дефиниция

Кореново дърво е списък  $(X, T_1, \dots, T_n)$ , където

- $X$  е данна (корен)
- $T_1, T_2, \dots, T_n$  са коренови дървета (поддървета),  $n \geq 0$

# АТД: Дърво

Йерархична структура, в която на всеки елемент е съпоставено множество от подчинени елементи.

## Дефиниция

Кореново дърво е списък  $(X, T_1, \dots, T_n)$ , където

- $X$  е данна (корен)
- $T_1, T_2, \dots, T_n$  са коренови дървета (поддървета),  $n \geq 0$

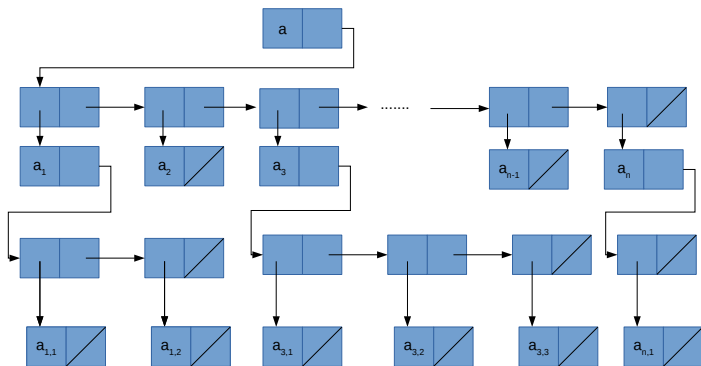
## Операции

- `create(x)` — създаване на дърво с корен  $x$
- `addChild(t)` — добавяне на поддърво  $t$
- `root()` — достъп до корена
- `subtrees()` — достъп до поддърветата

# Свързано представяне

Свързана структура от възли, където всеки възел се състои от:

- стойността на корена
- свързан списък от възли, представлящи поддърветата (деца)



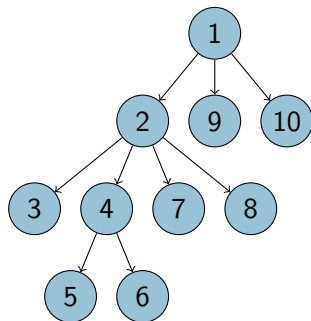
# Последователно представяне

Последователност от тройки (корен, най-ляво дете, десен брат)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
корен	$a$	$a_1$	$a_{1,1}$	$a_2$	$a_{1,2}$	$a_3$	$a_{3,1}$	$a_{3,2}$	$a_{3,3}$	...
най-ляво дете	1	2	-1	-1	-1	6	-1	-1	-1	...
десен брат	-1	3	4	5	-1	9	7	8	-1	...

# Дефиниции за дърво

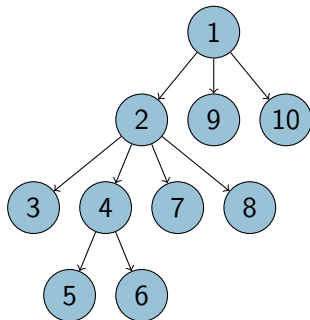
- **родител** — възел, сред чиито деца е даден възел
- **листо** — възел без деца
- **ниво** — множество от възлите на еднакво разстояние от кореновия възел
- **път** — редица от възли, в която всеки следващ е сред децата на предходния
- **височина (дълбочина)** — броят на възлите по най-дългия път от кореновия възел до листо
- **широчина (разклоненост)** — максималният брой деца на възел





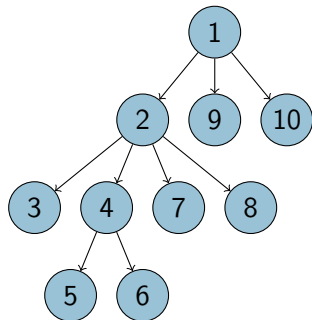
# Схеми за обхождане

- префиксно обхождане
  - първо посещаваме корена
  - след това обхождаме децата



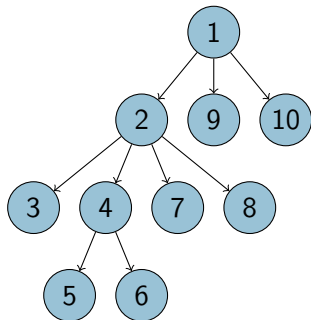
# Схеми за обхождане

- префиксно обхождане
  - първо посещаваме корена
  - след това обхождаме децата
  - 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10



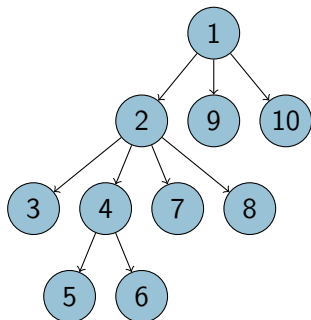
# Схеми за обхождане

- префиксно обхождане
  - първо посещаваме корена
  - след това обхождаме децата
  - 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
- постфиксно обхождане
  - първо обхождаме децата
  - накрая посещаваме корена



# Схеми за обхождане

- префиксно обхождане
  - първо посещаваме корена
  - след това обхождаме децата
  - 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
- постфиксно обхождане
  - първо обхождаме децата
  - накрая посещаваме корена
  - 3, 5, 6, 4, 7, 8, 2, 9, 10, 1



## Дървета с фиксиран брой поддървета

Ако искаме всеки възел на дървото да има един и същ (максимален) брой деца, използваме алтернативна дефиниция

## Дървета с фиксиран брой поддървета

Ако искаме всеки възел на дървото да има един и същ (максимален) брой деца, използваме алтернативна дефиниция

### Дефиниция ( $n$ -арно дърво)

- $\perp$  (празното дърво)
- наредена  $n + 1$ -торка  $(X, T_1, \dots, T_n)$ , където
  - $X$  е данна (корен)
  - $T_1, T_2, \dots, T_n$  са  $n$ -арни дървета (поддървета)

## Дървета с фиксиран брой поддървета

Ако искаме всеки възел на дървото да има един и същ (максимален) брой деца, използваме алтернативна дефиниция

### Дефиниция ( $n$ -арно дърво)

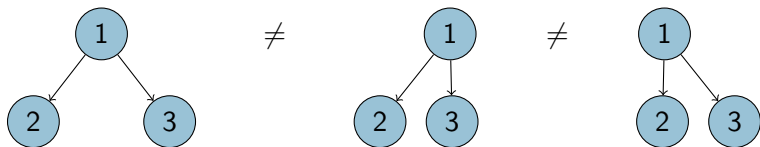
- $\perp$  (празното дърво)
- наредена  $n + 1$ -торка  $(X, T_1, \dots, T_n)$ , където
  - $X$  е данна (корен)
  - $T_1, T_2, \dots, T_n$  са  $n$ -арни дървета (поддървета)

### Операции

- `empty_tree()` — създаване на празно дърво
- `create_tree(x, t1, ..., tn)` — създаване на  $n$ -арно дърво с корен  $x$  и поддървета  $t_1, \dots, t_n$
- `root()` — достъп до корена
- `subtree(i)` — достъп до  $i$ -тото поддърво

## Наредба на поддърветата

Дефинициите за коренови дървета и  $n$ -арни дървета не са еквивалентни!



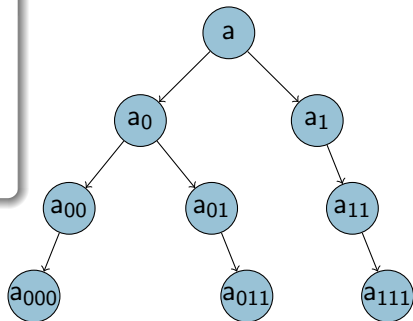
Едно и също кореново дърво може да бъде представено като  $n$ -арно дърво по няколко различни начина.



# Двоично дърво

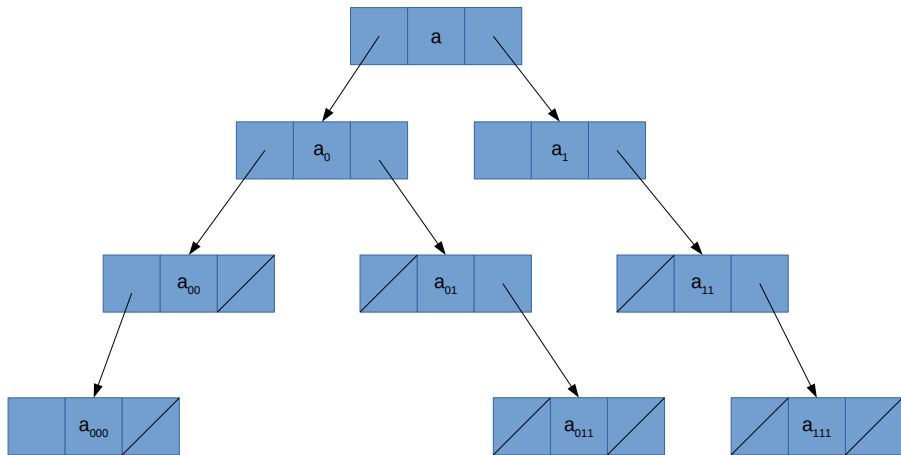
## Дефиниция (двоично дърво)

- $\perp$  (празното дърво)
- наредена тройка  $(X, L, R)$ , където
  - $X$  е данна (корен)
  - $L$  е ляво поддърво
  - $R$  е дясно поддърво



## Свързано представяне

Свързана структура от тройни кутии



# Последователно представяне

Последователност от тройки (корен, ляво, дясно)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
корен	a	$a_0$	$a_1$	$a_{00}$	$a_{01}$	$a_{11}$	$a_{000}$	$a_{011}$	$a_{111}$	...
ляво дете	1	3	-1	6	-1	-1	-1	-1	-1	...
дясно дете	2	4	5	-1	7	8	-1	-1	-1	...