

Кортежи и списъци

Трифон Трифонов

Функционално програмиране, спец. Информатика, 2015/16 г.

6–7 януари 2016 г.

Кортежи (tuples)

Кортежите са наредени n -торки от данни от произволен тип.

- Примери: (1, 2), (3.5, 'A', False), (("square", (^2)), 1.0)

Кортежи (tuples)

Кортежите са наредени n -торки от данни от произволен тип.

- Примери: (1, 2), (3.5, 'A', False), (("square", (^2)), 1.0)
- Тип кортеж от n елемента: (t_1, t_2, \dots, t_n)

Кортежи (tuples)

Кортежите са наредени n -торки от данни от произволен тип.

- Примери: (1, 2), (3.5, 'A', False), (("square", (^2)), 1.0)
- Тип кортеж от n елемента: (t_1, t_2, \dots, t_n)
- Стойности: наредени n -торки от вида (x_1, x_2, \dots, x_n) , където x_i е от тип t_i

Кортежи (tuples)

Кортежите са наредени n -торки от данни от произволен тип.

- Примери: (1, 2), (3.5, 'A', False), (("square", (^2)), 1.0)
- Тип кортеж от n елемента: (t_1, t_2, \dots, t_n)
- Стойности: наредени n -торки от вида (x_1, x_2, \dots, x_n) , където x_i е от тип t_i
- Позволяват "пакетиране" на няколко стойности в една

Кортежи (tuples)

Кортежите са наредени n -торки от данни от произволен тип.

- Примери: (1, 2), (3.5, 'A', False), (("square", (^2)), 1.0)
- Тип кортеж от n елемента: (t_1, t_2, \dots, t_n)
- Стойности: наредени n -торки от вида (x_1, x_2, \dots, x_n) , където x_i е от тип t_i
- Позволяват "пакетиране" на няколко стойности в една
- Операции за наредени двойки:

Кортежи (tuples)

Кортежите са наредени n -торки от данни от произволен тип.

- Примери: $(1, 2)$, $(3.5, 'A', \text{False})$, $(("square", (^2)), 1.0)$
- Тип кортеж от n елемента: (t_1, t_2, \dots, t_n)
- Стойности: наредени n -торки от вида (x_1, x_2, \dots, x_n) , където x_i е от тип t_i
- Позволяват “пакетиране” на няколко стойности в една
- Операции за наредени двойки:
 - $(,) :: a \rightarrow b \rightarrow (a, b)$ — конструиране на наредена двойка

Кортежи (tuples)

Кортежите са наредени n -торки от данни от произволен тип.

- Примери: $(1, 2)$, $(3.5, 'A', \text{False})$, $(("square", (^2)), 1.0)$
- Тип кортеж от n елемента: (t_1, t_2, \dots, t_n)
- Стойности: наредени n -торки от вида (x_1, x_2, \dots, x_n) , където x_i е от тип t_i
- Позволяват “пакетиране” на няколко стойности в една
- Операции за наредени двойки:
 - $(,) :: a \rightarrow b \rightarrow (a, b)$ — конструиране на наредена двойка
 - $\text{fst} :: (a, b) \rightarrow a$ — първа компонента на наредена двойка

Кортежи (tuples)

Кортежите са наредени n -торки от данни от произволен тип.

- Примери: $(1, 2)$, $(3.5, 'A', \text{False})$, $(("square", (^2)), 1.0)$
- Тип кортеж от n елемента: (t_1, t_2, \dots, t_n)
- Стойности: наредени n -торки от вида (x_1, x_2, \dots, x_n) , където x_i е от тип t_i
- Позволяват “пакетиране” на няколко стойности в една
- Операции за наредени двойки:
 - $(,) :: a \rightarrow b \rightarrow (a, b)$ — конструиране на наредена двойка
 - $\text{fst} :: (a, b) \rightarrow a$ — първа компонента на наредена двойка
 - $\text{snd} :: (a, b) \rightarrow b$ — втора компонента на наредена двойка

Потребителски типове

- Типът (String, Int) може да означава:

Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
 - име и ЕГН на човек

Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
 - име и ЕГН на човек
 - продукт с описание и количество

Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
 - име и ЕГН на човек
 - продукт с описание и количество
 - сонет на Шекспир и поредния му номер

Потребителски типове

- Типът (String, Int) може да означава:
 - име и ЕГН на човек
 - продукт с описание и количество
 - сонет на Шекспир и поредния му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им

Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
 - име и ЕГН на човек
 - продукт с описание и количество
 - сонет на Шекспир и поредния му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им
- `type` <конструктор> = <тип>

Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
 - име и ЕГН на човек
 - продукт с описание и количество
 - сонет на Шекспир и поредния му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им
- `type` <конструктор> = <тип>
 - конструкторите са идентификатори, започващи с главна буква

Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
 - име и ЕГН на човек
 - продукт с описание и количество
 - сонет на Шекспир и поредния му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им
- `type` <конструктор> = <тип>
 - конструкторите са идентификатори, започващи с главна буква
- Примери:

Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
 - име и ЕГН на човек
 - продукт с описание и количество
 - сонет на Шекспир и поредния му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им
- `type` <конструктор> = <тип>
 - конструкторите са идентификатори, започващи с главна буква
- Примери:
 - `type Student = (String, Int, Double)`

Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
 - име и ЕГН на човек
 - продукт с описание и количество
 - сонет на Шекспир и поредния му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им
- `type` <конструктор> = <тип>
 - конструкторите са идентификатори, започващи с главна буква
- Примери:
 - `type Student = (String, Int, Double)`
 - `type Point = (Double, Double)`

Потребителски типове

- Типът (String, Int) може да означава:
 - име и ЕГН на човек
 - продукт с описание и количество
 - сонет на Шекспир и поредния му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им
- **type** <конструктор> = <тип>
 - конструкторите са идентификатори, започващи с главна буква
- Примери:
 - `type Student = (String, Int, Double)`
 - `type Point = (Double, Double)`
 - `type Triangle = (Point, Point, Point)`

Потребителски типове

- Типът (String, Int) може да означава:
 - име и ЕГН на човек
 - продукт с описание и количество
 - сонет на Шекспир и поредния му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им
- **type** <конструктор> = <тип>
 - конструкторите са идентификатори, започващи с главна буква
- Примери:
 - `type Student = (String, Int, Double)`
 - `type Point = (Double, Double)`
 - `type Triangle = (Point, Point, Point)`
 - `type Translation = Point -> Point`

Потребителски типове

- Типът (String, Int) може да означава:
 - име и ЕГН на човек
 - продукт с описание и количество
 - сонет на Шекспир и поредния му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им
- **type** <конструктор> = <тип>
 - конструкторите са идентификатори, започващи с главна буква
- Примери:
 - `type Student = (String, Int, Double)`
 - `type Point = (Double, Double)`
 - `type Triangle = (Point, Point, Point)`
 - `type Translation = Point -> Point`
 - `type Vector = Point`

Потребителски типове

- Типът (String, Int) може да означава:
 - име и ЕГН на човек
 - продукт с описание и количество
 - сонет на Шекспир и поредния му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им
- **type** <конструктор> = <тип>
 - конструкторите са идентификатори, започващи с главна буква
- Примери:
 - `type Student = (String, Int, Double)`
 - `type Point = (Double, Double)`
 - `type Triangle = (Point, Point, Point)`
 - `type Translation = Point -> Point`
 - `type Vector = Point`
 - `addVectors :: Vector -> Vector -> Vector`
 - `addVectors v1 v2 = (fst v1 + fst v2, snd v1 + snd v2)`

Особености на кортежите

- `fst (1,2,3) → ?`

Особености на кортежите

- `fst (1,2,3) → Грешка!`

Особености на кортежите

- `fst (1,2,3) → Грешка!`
 - `fst` и `snd` работят само над наредени двойки!

Особености на кортежите

- `fst (1,2,3) → Грешка!`
 - `fst` и `snd` работят само над наредени двойки!
- $((a,b),c) \neq (a,(b,c)) \neq (a,b,c)$

Особености на кортежите

- `fst (1,2,3) → Грешка!`
 - `fst` и `snd` работят само над наредени двойки!
- $((a,b),c) \neq (a,(b,c)) \neq (a,b,c)$
- Няма специален тип кортеж от един елемент...

Особености на кортежите

- `fst (1,2,3) → Грешка!`
 - `fst` и `snd` работят само над наредени двойки!
- $((a,b),c) \neq (a,(b,c)) \neq (a,b,c)$
- Няма специален тип кортеж от един елемент...
- ...но има тип “празен кортеж” `()` с единствен елемент `()`

Особености на кортежите

- `fst (1,2,3) → Грешка!`
 - `fst` и `snd` работят само над наредени двойки!
- $((a,b),c) \neq (a,(b,c)) \neq (a,b,c)$
- Няма специален тип кортеж от един елемент...
- ...но има тип “празен кортеж” `()` с единствен елемент `()`
 - в други езици такъв тип се нарича `unit`

Особености на кортежите

- `fst (1,2,3) → Грешка!`
 - `fst` и `snd` работят само над наредени двойки!
- $((a,b),c) \neq (a,(b,c)) \neq (a,b,c)$
- Няма специален тип кортеж от един елемент...
- ...но има тип “празен кортеж” `()` с единствен елемент `()`
 - в други езици такъв тип се нарича `unit`
 - използва се за означаване на липса на информация

Образци на кортежи

Образец на кортеж е конструкция от вида (p_1, p_2, \dots, p_n) .

Образци на кортежи

Образец на кортеж е конструкция от вида (p_1, p_2, \dots, p_n) .
Пасва на всеки кортеж от точно n елемента (x_1, x_2, \dots, x_n) , за който образецът p_i пасва на елемента x_i .

Образци на кортежи

Образец на кортеж е конструкция от вида (p_1, p_2, \dots, p_n) .
Пасва на всеки кортеж от точно n елемента (x_1, x_2, \dots, x_n) , за който образецът p_i пасва на елемента x_i .

- `addVectors (x1, y1) (x2, y2) = (x1 + x2, y1 + y2)`

Образци на кортежи

Образец на кортеж е конструкция от вида (p_1, p_2, \dots, p_n) .
Пасва на всеки кортеж от точно n елемента (x_1, x_2, \dots, x_n) , за който образецът p_i пасва на елемента x_i .

- `addVectors (x1, y1) (x2, y2) = (x1 + x2, y1 + y2)`
- `fst (x,_) = x`
- `snd (_,y) = y`

Образци на кортежи

Образец на кортеж е конструкция от вида (p_1, p_2, \dots, p_n) .
Пасва на всеки кортеж от точно n елемента (x_1, x_2, \dots, x_n) , за който образецът p_i пасва на елемента x_i .

- $\text{addVectors } (x_1, y_1) (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$
- $\text{fst } (x, _) = x$
- $\text{snd } (_, y) = y$
- $\text{getFN} :: \text{Student} \rightarrow \text{Int}$
- $\text{getFN } (_, \text{fn}, _) = \text{fn}$

Образци на кортежи

Образец на кортеж е конструкция от вида (p_1, p_2, \dots, p_n) .
 Пасва на всеки кортеж от точно n елемента (x_1, x_2, \dots, x_n) , за който образецът p_i пасва на елемента x_i .

- $\text{addVectors } (x_1, y_1) (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$
- $\text{fst } (x, _) = x$
- $\text{snd } (_, y) = y$
- $\text{getFN} :: \text{Student} \rightarrow \text{Int}$
- $\text{getFN } (_, \text{fn}, _) = \text{fn}$
- образците на кортежи могат да се използват за “разглобяване” на кортежи при дефиниция

Образци на кортежи

Образец на кортеж е конструкция от вида (p_1, p_2, \dots, p_n) .
 Пасва на всеки кортеж от точно n елемента (x_1, x_2, \dots, x_n) , за който образецът p_i пасва на елемента x_i .

- $\text{addVectors } (x_1, y_1) (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$
- $\text{fst } (x, _) = x$
- $\text{snd } (_, y) = y$
- $\text{getFN} :: \text{Student} \rightarrow \text{Int}$
- $\text{getFN } (_, \text{fn}, _) = \text{fn}$
- образците на кортежи могат да се използват за “разглобяване” на кортежи при дефиниция
- $(x, y) = (3.5, 7.8)$

Образци на кортежи

Образец на кортеж е конструкция от вида (p_1, p_2, \dots, p_n) .
 Пасва на всеки кортеж от точно n елемента (x_1, x_2, \dots, x_n) , за който образецът p_i пасва на елемента x_i .

- `addVectors (x1, y1) (x2, y2) = (x1 + x2, y1 + y2)`
- `fst (x, _) = x`
- `snd (_, y) = y`
- `getFN :: Student -> Int`
- `getFN (_, fn, _) = fn`
- образците на кортежи могат да се използват за “разглобяване” на кортежи при дефиниция
- `(x,y) = (3.5, 7.8)`
- `let (_, fn, grade) = student in (fn, min (grade + 1) 6)`

Именувани образци

- намиране на студент с по-висока оценка

```
betterStudent (name1, fn1, grade1) (name2, fn2, grade2)
  | grade1 > grade2 = (name1, fn1, grade1)
  | otherwise      = (name2, fn2, grade2)
```


Именувани образци

- намиране на студент с по-висока оценка

```
betterStudent (name1, fn1, grade1) (name2, fn2, grade2)
  | grade1 > grade2 = (name1, fn1, grade1)
  | otherwise      = (name2, fn2, grade2)
```

- ами ако имахме 10 полета?

Именувани образци

- намиране на студент с по-висока оценка

```
betterStudent (name1, fn1, grade1) (name2, fn2, grade2)
  | grade1 > grade2 = (name1, fn1, grade1)
  | otherwise      = (name2, fn2, grade2)
```

- ами ако имахме 10 полета?
- удобно е да използваме **именувани образци**

Именувани образци

- намиране на студент с по-висока оценка

```
betterStudent (name1, fn1, grade1) (name2, fn2, grade2)
  | grade1 > grade2 = (name1, fn1, grade1)
  | otherwise      = (name2, fn2, grade2)
```

- ами ако имахме 10 полета?
- удобно е да използваме **именувани образци**
- `<име>@<образец>`

Именувани образци

- намиране на студент с по-висока оценка

```
betterStudent (name1, fn1, grade1) (name2, fn2, grade2)
  | grade1 > grade2 = (name1, fn1, grade1)
  | otherwise      = (name2, fn2, grade2)
```

- ами ако имахме 10 полета?
- удобно е да използваме **именувани образци**
- <име>@<образец>

```
betterStudent s1@(_, _, grade1) s2@(_, _, grade2)
  | grade1 > grade2 = s1
  | otherwise      = s2
```

Списъци

Дефиниция

- 1 Празният списък [] е списък от тип [a]
- 2 Ако h е елемент от тип a и t е списък от тип [a] то (h : t) е списък от тип [a]
 - h — глава на списъка
 - t — опашка на списъка

Списъци

Дефиниция

- 1 Празният списък `[]` е списък от тип `[a]`
 - 2 Ако `h` е елемент от тип `a` и `t` е списък от тип `[a]` то `(h : t)` е списък от тип `[a]`
 - `h` — глава на списъка
 - `t` — опашка на списъка
- списъкът е последователност с **произволна дължина** от елементи от **еднакъв тип**

Списъци

Дефиниция

- 1 Празният списък `[]` е списък от тип `[a]`
 - 2 Ако `h` е елемент от тип `a` и `t` е списък от тип `[a]` то `(h : t)` е списък от тип `[a]`
 - `h` — глава на списъка
 - `t` — опашка на списъка
- списъкът е последователност с **произволна дължина** от елементи от **еднакъв тип**
 - `(:)` `:: a -> [a] -> [a]` е **дясноасоциативна** бинарна операция

Списъци

Дефиниция

- 1 Празният списък `[]` е списък от тип `[a]`
 - 2 Ако `h` е елемент от тип `a` и `t` е списък от тип `[a]` то `(h : t)` е списък от тип `[a]`
 - `h` — глава на списъка
 - `t` — опашка на списъка
- списъкът е последователност с **произволна дължина** от елементи от **еднакъв тип**
 - `(:)` `:: a -> [a] -> [a]` е **дясноасоциативна** бинарна операция
 - $(1:(2:(3:(4:[])))) = 1:2:3:4:[] \neq (((((1:2):3):4):[]))$

Списъци

Дефиниция

- 1 Празният списък `[]` е списък от тип `[a]`
 - 2 Ако `h` е елемент от тип `a` и `t` е списък от тип `[a]` то `(h : t)` е списък от тип `[a]`
 - `h` — глава на списъка
 - `t` — опашка на списъка
- списъкът е последователност с **произволна дължина** от елементи от **еднакъв тип**
 - `(:)` `:: a -> [a] -> [a]` е **дясноасоциативна** бинарна операция
 - `(1:(2:(3:(4: [])))) = 1:2:3:4: [] \neq (((((1:2):3):4): []))`
 - `[a1, a2, ..., an]` е по-удобен запис за `a1:(a2:... (an: []))...`

Списъци

Дефиниция

- 1 Празният списък `[]` е списък от тип `[a]`
 - 2 Ако `h` е елемент от тип `a` и `t` е списък от тип `[a]` то `(h : t)` е списък от тип `[a]`
 - `h` — глава на списъка
 - `t` — опашка на списъка
- списъкът е последователност с **произволна дължина** от елементи от **еднакъв тип**
 - `(:)` `:: a -> [a] -> [a]` е **дясноасоциативна** бинарна операция
 - `(1:(2:(3:(4:[])))) = 1:2:3:4:[] \neq (((((1:2):3):4):[]))`
 - `[a1, a2, ..., an]` е по-удобен запис за `a1:(a2:... (an:[])...)`
 - `[1,2,3,4] = 1:[2,3,4] = 1:2:[3,4] = 1:2:3:[4] = 1:2:3:4:[]`

Примери

- `[False] :: ?`

Примери

- `[False] :: [Bool]`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ?`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ?`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2], [3], [4,5,6]] :: ?`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ?`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ?`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ⊥`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ?`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: ?`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`
- `[]:[] :: ?`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`
- `[]:[] :: [[a]]`

Примери

- $[False] :: [Bool]$
- $["Иван", 4.5] :: \perp$
- $[1]:2 :: \perp$
- $[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]$
- $([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])$
- $[(1,2),(3),(4,5,6)] :: \perp$
- $((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))$
- $[[]] :: [[a]]$
- $[]:[] :: [[a]]$
- $[1]: [[]] :: ?$

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`
- `[]:[] :: [[a]]`
- `[1]: [[]] :: [[Int]]`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`
- `[]:[] :: [[a]]`
- `[1]:[[]] :: [[Int]]`
- `[]:[1] :: ?`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`
- `[]:[] :: [[a]]`
- `[1]:[[]] :: [[Int]]`
- `[]:[1] :: ⊥`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`
- `[]:[] :: [[a]]`
- `[1]:[[]] :: [[Int]]`
- `[:[1]] :: ⊥`
- `[[1,2,3],[]] :: ?`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`
- `[]:[] :: [[a]]`
- `[1]: [[]] :: [[Int]]`
- `[:[1]] :: ⊥`
- `[[1,2,3],[]] :: [[Int]]`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`
- `[]:[] :: [[a]]`
- `[1]: [[]] :: [[Int]]`
- `[:[1]] :: ⊥`
- `[[1,2,3],[]] :: [[Int]]`
- `[[1,2,3],[[]]] :: ?`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`
- `[]:[] :: [[a]]`
- `[1]: [[]] :: [[Int]]`
- `[:[1]] :: ⊥`
- `[[1,2,3],[]] :: [[Int]]`
- `[[1,2,3],[[]]] :: ⊥`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`
- `[]:[] :: [[a]]`
- `[1]:[[]] :: [[Int]]`
- `[:[1]] :: ⊥`
- `[[1,2,3],[[]]] :: [[Int]]`
- `[[1,2,3],[[]]] :: ⊥`
- `[1,2,3]:[4,5,6]:[[]] :: ?`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`
- `[]:[] :: [[a]]`
- `[1]: [[]] :: [[Int]]`
- `[:[1]] :: ⊥`
- `[[1,2,3],[]] :: [[Int]]`
- `[[1,2,3],[[]]] :: ⊥`
- `[1,2,3]:[4,5,6]:[[]] :: [[Int]]`

Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи

Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`

Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове

Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове
- Примери

Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове
- Примери
 - `['H', 'e', 'l', 'l', 'o'] = "Hello"`

Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове
- Примери
 - `['H', 'e', 'l', 'l', 'o'] = "Hello"`
 - `'H':'e':'l':'l':'o':[] = "Hello"`

Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове
- Примери
 - `['H', 'e', 'l', 'l', 'o'] = "Hello"`
 - `'H':'e':'l':'l':'o':[] = "Hello"`
 - `'H':'e':"llo" = "Hello"`

Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове
- Примери
 - `['H', 'e', 'l', 'l', 'o'] = "Hello"`
 - `'H':'e':'l':'l':'o':[] = "Hello"`
 - `'H':'e':"llo" = "Hello"`
 - `"" = [] :: [Char]`

Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове
- Примери
 - `['H', 'e', 'l', 'l', 'o'] = "Hello"`
 - `'H':'e':'l':'l':'o':[] = "Hello"`
 - `'H':'e':"llo" = "Hello"`
 - `"" = [] :: [Char]`
 - `[[1,2,3], ""] :: ?`

Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове
- Примери
 - `['H', 'e', 'l', 'l', 'o'] = "Hello"`
 - `'H':'e':'l':'l':'o':[] = "Hello"`
 - `'H':'e':"llo" = "Hello"`
 - `"" = [] :: [Char]`
 - `[[1,2,3], ""] :: ⊥`

Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове
- Примери
 - `['H', 'e', 'l', 'l', 'o'] = "Hello"`
 - `'H':'e':'l':'l':'o':[] = "Hello"`
 - `'H':'e':"llo" = "Hello"`
 - `"" = [] :: [Char]`
 - `[[1,2,3], ""] :: ⊥`
 - `["12", ['3'], []] :: ?`

Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове
- Примери
 - `['H', 'e', 'l', 'l', 'o'] = "Hello"`
 - `'H':'e':'l':'l':'o':[] = "Hello"`
 - `'H':'e':"llo" = "Hello"`
 - `"" = [] :: [Char]`
 - `[[1,2,3], ""] :: ⊥`
 - `["12", ['3'], []] :: [String]`

Основни функции за списъци

- `head :: [a] -> a` — връща главата на (непразен) списък

Основни функции за списъци

- `head :: [a] -> a` — връща главата на (непразен) списък
 - `head [[1,2],[3,4]] -> ?`

Основни функции за списъци

- `head :: [a] -> a` — връща главата на (непразен) списък
 - `head [[1,2],[3,4]] -> [1,2]`

Основни функции за списъци

- `head :: [a] -> a` — връща главата на (непразен) списък
 - `head [[1,2],[3,4]] -> [1,2]`
 - `head [] -> Грешка!`

Основни функции за списъци

- `head :: [a] -> a` — връща главата на (непразен) списък
 - `head [[1,2],[3,4]] -> [1,2]`
 - `head [] -> Грешка!`
- `tail :: [a] -> [a]` — връща опашката на (непразен) списък

Основни функции за списъци

- `head :: [a] -> a` — връща главата на (непразен) списък
 - `head [[1,2],[3,4]]` \rightarrow `[1,2]`
 - `head []` \rightarrow **Грешка!**
- `tail :: [a] -> [a]` — връща опашката на (непразен) списък
 - `tail [[1,2],[3,4]]` \rightarrow ?

Основни функции за списъци

- `head :: [a] -> a` — връща главата на (непразен) списък
 - `head [[1,2],[3,4]] -> [1,2]`
 - `head [] -> Грешка!`
- `tail :: [a] -> [a]` — връща опашката на (непразен) списък
 - `tail [[1,2],[3,4]] -> [[3,4]]`

Основни функции за списъци

- `head :: [a] -> a` — връща главата на (непразен) списък
 - `head [[1,2],[3,4]] -> [1,2]`
 - `head [] -> Грешка!`
- `tail :: [a] -> [a]` — връща опашката на (непразен) списък
 - `tail [[1,2],[3,4]] -> [[3,4]]`
 - `tail [] -> Грешка!`

Основни функции за списъци

- `head :: [a] -> a` — връща главата на (непразен) списък
 - `head [[1,2],[3,4]] -> [1,2]`
 - `head [] -> Грешка!`
- `tail :: [a] -> [a]` — връща опашката на (непразен) списък
 - `tail [[1,2],[3,4]] -> [[3,4]]`
 - `tail [] -> Грешка!`
- `null :: [a] -> Bool` — проверява дали списък е празен

Основни функции за списъци

- `head :: [a] -> a` — връща главата на (непразен) списък
 - `head [[1,2],[3,4]] -> [1,2]`
 - `head [] -> Грешка!`
- `tail :: [a] -> [a]` — връща опашката на (непразен) списък
 - `tail [[1,2],[3,4]] -> [[3,4]]`
 - `tail [] -> Грешка!`
- `null :: [a] -> Bool` — проверява дали списък е празен
- `length :: [a] -> Int` — дължина на списък

Генератори на списъци

Можем да генерираме списъци от последователни елементи

- `[from..to]` → `[from, from+1, from+2, ... to]`
- Пример: `[1..5]` → `[1,2,3,4,5]`
- Пример: `['a'..'e']` → `"abcde"`
- Синтактична захар за `enumFromTo from to`

Генератори на списъци

Можем да генерираме списъци от последователни елементи

- `[from..to]` → `[from, from+1, from+2, ... to]`
- Пример: `[1..5]` → `[1,2,3,4,5]`
- Пример: `['a'..'e']` → `"abcde"`
- Синтактична захар за `enumFromTo from to`
- `[from, from+inc..to]` → `[from, from+inc, from+2.inc, ... to']`,
където `to'` е най-голямото число $\leq to$, за което `to' = from+k.inc`
- Пример: `[1,4..15]` → `[1,4,7,10,13]`
- Пример: `['a', 'e'..'z']` → `"aeimquy"`
- Синтактична захар за `enumFromThenTo from then to`

Рекурсивни функции над списъци

- $(++) :: [a] \rightarrow [a] \rightarrow [a]$ — слепва два списъка
 - $[1..3] ++ [5..7] \rightarrow [1,2,3,5,6,7]$

Рекурсивни функции над списъци

- $(++) :: [a] \rightarrow [a] \rightarrow [a]$ — слепва два списъка
 - $[1..3] ++ [5..7] \rightarrow [1,2,3,5,6,7]$
- $a ++ b = \text{if null } a \text{ then } b \text{ else head } a : \text{tail } a ++ b$

Рекурсивни функции над списъци

- $(++) :: [a] \rightarrow [a] \rightarrow [a]$ — слепва два списъка
 - $[1..3] ++ [5..7] \rightarrow [1,2,3,5,6,7]$
- $a ++ b = \text{if null } a \text{ then } b \text{ else head } a : \text{tail } a ++ b$
- $\text{reverse} :: [a] \rightarrow [a]$ — обръща списък
 - $\text{reverse } [1..5] \rightarrow [5,4,3,2,1]$

Рекурсивни функции над списъци

- $(++) :: [a] \rightarrow [a] \rightarrow [a]$ — слепва два списъка
 - $[1..3] ++ [5..7] \rightarrow [1,2,3,5,6,7]$
- $a ++ b = \text{if null } a \text{ then } b \text{ else head } a : \text{tail } a ++ b$
- $\text{reverse} :: [a] \rightarrow [a]$ — обръща списък
 - $\text{reverse } [1..5] \rightarrow [5,4,3,2,1]$

`reverse a`

`| null a = a`

`| otherwise = reverse (tail a) ++ [head a]`

Рекурсивни функции над списъци

- $(++) :: [a] \rightarrow [a] \rightarrow [a]$ — слепва два списъка
 - $[1..3] ++ [5..7] \rightarrow [1,2,3,5,6,7]$
- $a ++ b = \text{if null } a \text{ then } b \text{ else head } a : \text{tail } a ++ b$
- $\text{reverse} :: [a] \rightarrow [a]$ — обръща списък
 - $\text{reverse } [1..5] \rightarrow [5,4,3,2,1]$

`reverse a`

`| null a = a`

`| otherwise = reverse (tail a) ++ [head a]`

- $(!!) :: [a] \rightarrow \text{Int} \rightarrow a$ — елемент с пореден номер (от 0)
 - `"Haskell" !! 2` \rightarrow `'s'`

Рекурсивни функции над списъци

- `(++) :: [a] -> [a] -> [a]` — слепва два списъка
 - `[1..3] ++ [5..7] -> [1,2,3,5,6,7]`
- `a ++ b = if null a then b else head a : tail a ++ b`
- `reverse :: [a] -> [a]` — обръща списък
 - `reverse [1..5] -> [5,4,3,2,1]`

`reverse a`

| `null a` = `a`

| `otherwise` = `reverse (tail a) ++ [head a]`

- `(!!) :: [a] -> Int -> a` — елемент с пореден номер (от 0)
 - `"Haskell" !! 2 -> 's'`
- `elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool` — проверка за принадлежност на елемент към списък
 - `3 'elem' [1..5] -> True`

Образци и списъци

Много удобно е да използваме образци на списъци:

- $p_h:p_t$ — пасва на всеки непразен списък l , за който:

Образци и списъци

Много удобно е да използваме образци на списъци:

- $p_h:p_t$ — пасва на всеки непразен списък l , за който:
 - образецът p_h пасва на главата на l

Образци и списъци

Много удобно е да използваме образци на списъци:

- $p_h:p_t$ — пасва на всеки непразен списък l , за който:
 - образецът p_h пасва на главата на l
 - образецът p_t пасва на опашката на l

Образци и списъци

Много удобно е да използваме образци на списъци:

- $p_h:p_t$ — пасва на всеки непразен списък l , за който:
 - образецът p_h пасва на главата на l
 - образецът p_t пасва на опашката на l
- **Внимание:** обикновено слагаме скоби $(h:t)$, понеже операцията : е с много нисък приоритет

Образци и списъци

Много удобно е да използваме образци на списъци:

- $p_h:p_t$ — пасва на всеки непразен списък l , за който:
 - образецът p_h пасва на главата на l
 - образецът p_t пасва на опашката на l
- **Внимание:** обикновено слагаме скоби $(h:t)$, понеже операцията $:$ е с много нисък приоритет
- $[p_1, p_2, \dots, p_n]$ — пасва на всеки списък от точно n елемента $[x_1, x_2, \dots, x_n]$, за който образецът p_i пасва на елемента x_i

Образци и списъци

Много удобно е да използваме образци на списъци:

- $p_h:p_t$ — пасва на всеки непразен списък l , за който:
 - образецът p_h пасва на главата на l
 - образецът p_t пасва на опашката на l
- **Внимание:** обикновено слагаме скоби $(h:t)$, понеже операцията $:$ е с много нисък приоритет
- $[p_1, p_2, \dots, p_n]$ — пасва на всеки списък от точно n елемента $[x_1, x_2, \dots, x_n]$, за който образецът p_i пасва на елемента x_i
- Примери:

Образци и списъци

Много удобно е да използваме образци на списъци:

- $p_h:p_t$ — пасва на всеки непразен списък l , за който:
 - образецът p_h пасва на главата на l
 - образецът p_t пасва на опашката на l
- **Внимание:** обикновено слагаме скоби $(h:t)$, понеже операцията $:$ е с много нисък приоритет
- $[p_1, p_2, \dots, p_n]$ — пасва на всеки списък от точно n елемента $[x_1, x_2, \dots, x_n]$, за който образецът p_i пасва на елемента x_i
- Примери:
 - `head (h:_) = h`

Образци и списъци

Много удобно е да използваме образци на списъци:

- $p_h:p_t$ — пасва на всеки непразен списък l , за който:
 - образецът p_h пасва на главата на l
 - образецът p_t пасва на опашката на l
- **Внимание:** обикновено слагаме скоби $(h:t)$, понеже операцията $:$ е с много нисък приоритет
- $[p_1, p_2, \dots, p_n]$ — пасва на всеки списък от точно n елемента $[x_1, x_2, \dots, x_n]$, за който образецът p_i пасва на елемента x_i
- Примери:
 - $\text{head } (h:_) = h$
 - $\text{tail } (_,t) = t$

Образци и списъци

Много удобно е да използваме образци на списъци:

- $p_h:p_t$ — пасва на всеки непразен списък l , за който:
 - образецът p_h пасва на главата на l
 - образецът p_t пасва на опашката на l
- **Внимание:** обикновено слагаме скоби $(h:t)$, понеже операцията $:$ е с много нисък приоритет
- $[p_1, p_2, \dots, p_n]$ — пасва на всеки списък от точно n елемента $[x_1, x_2, \dots, x_n]$, за който образецът p_i пасва на елемента x_i
- Примери:
 - `head (h:_) = h`
 - `tail (_,t) = t`
 - `null [] = True`
 - `null _ = False`

Образци и списъци

Много удобно е да използваме образци на списъци:

- $p_h:p_t$ — пасва на всеки непразен списък l , за който:
 - образецът p_h пасва на главата на l
 - образецът p_t пасва на опашката на l
- **Внимание:** обикновено слагаме скоби $(h:t)$, понеже операцията $:$ е с много нисък приоритет
- $[p_1, p_2, \dots, p_n]$ — пасва на всеки списък от точно n елемента $[x_1, x_2, \dots, x_n]$, за който образецът p_i пасва на елемента x_i
- Примери:
 - `head (h:_) = h`
 - `tail (_:t) = t`
 - `null [] = True`
 - `null _ = False`
 - `length [] = 0`
 - `length (_:t) = 1 + length t`

Случаи по образци (case)

- `case` <израз> `of` { <образец> `->` <израз> }⁺

Случаи по образци (case)

- `case` <израз> `of` { <образец> `->` <израз> }⁺
- `case` <израз> `of` <образец₁> `->` <израз₁>
...
<образец_n> `->` <израз_n>

Случаи по образци (case)

- `case` <израз> `of` { <образец> `->` <израз> }⁺
- `case` <израз> `of` <образец₁> `->` <израз₁>
- ...
- <образец_n> `->` <израз_n>
- ако <израз> пасва на <образец₁>, връща <израз₁>, иначе:
- ...
- ако <израз> пасва на <образец_n>, връща <израз_n>, иначе:
- **Грешка!**

Случаи по образци (case)

- `case` <израз> `of` { <образец> `->` <израз> }⁺
- `case` <израз> `of` <образец₁> `->` <израз₁>
- ...
- <образец_n> `->` <израз_n>
- ако <израз> пасва на <образец₁>, връща <израз₁>, иначе:
- ...
- ако <израз> пасва на <образец_n>, връща <израз_n>, иначе:
- **Грешка!**
- Използването на образци в дефиниции всъщност е синтактична захар за конструкцията `case`!

Случаи по образци (case)

- `case` <израз> `of` { <образец> `->` <израз> }⁺
- `case` <израз> `of` <образец₁> `->` <израз₁>
...
 <образец_n> `->` <израз_n>
- ако <израз> пасва на <образец₁>, връща <израз₁>, иначе:
- ...
- ако <израз> пасва на <образец_n>, връща <израз_n>, иначе:
- **Грешка!**
- Използването на образци в дефиниции всъщност е синтактична захар за конструкцията `case`!
- `case` може да се използва навсякъде, където се очаква израз

Полиморфни функции

Функциите `head`, `tail`, `null`, `length`, `reverse` и операциите `++` и `!!` са **полиморфни**

- работят над списъци с елементи от произволен тип `[a]`

Полиморфни функции

Функциите `head`, `tail`, `null`, `length`, `reverse` и операциите `++` и `!!` са **полиморфни**

- работят над списъци с елементи от произволен тип `[a]`
- а се нарича **типова променлива**

Полиморфни функции

Функциите `head`, `tail`, `null`, `length`, `reverse` и операциите `++` и `!!` са **полиморфни**

- работят над списъци с елементи от произволен тип `[a]`
- `a` се нарича **типова променлива**
- свойството се нарича **параметричен типов полиморфизъм**

Полиморфни функции

Функциите `head`, `tail`, `null`, `length`, `reverse` и операциите `++` и `!!` са **полиморфни**

- работят над списъци с елементи от произволен тип `[a]`
- `a` се нарича **типова променлива**
- свойството се нарича **параметричен типов полиморфизъм**
- подобно на шаблоните в `C++`

Полиморфни функции

Функциите `head`, `tail`, `null`, `length`, `reverse` и операциите `++` и `!!` са **полиморфни**

- работят над списъци с елементи от произволен тип `[a]`
- а се нарича **типова променлива**
- свойството се нарича **параметричен типов полиморфизъм**
- подобно на шаблоните в `C++`
- да не се бърка с **подтипов полиморфизъм**, реализиран с виртуални функции!

Полиморфни функции

Функциите `head`, `tail`, `null`, `length`, `reverse` и операциите `++` и `!!` са **полиморфни**

- работят над списъци с елементи от произволен тип `[a]`
- `a` се нарича **типова променлива**
- свойството се нарича **параметричен типов полиморфизъм**
- подобно на шаблоните в `C++`
- да не се бърка с **подтипов полиморфизъм**, реализиран с **виртуални функции!**
- `[]` е **полиморфна константа**

Класове от типове (typeclasses)

Функцията `elem` има специални изисквания към типа на елементите на списъка: трябва да могат да бъдат сравнявани с `==` или `/=`

- `elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool`

Класове от типове (typeclasses)

Функцията `elem` има специални изисквания към типа на елементите на списъка: трябва да могат да бъдат сравнявани с `==` или `/=`

- `elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool`
- `Eq` е **клас от типове**

Класове от типове (typeclasses)

Функцията `elem` има специални изисквания към типа на елементите на списъка: трябва да могат да бъдат сравнявани с `==` или `/=`

- `elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool`
- `Eq` е **клас от типове**
- `Eq` е класът на тези типове, за които има операции `==` и `/=`

Класове от типове (typeclasses)

Функцията `elem` има специални изисквания към типа на елементите на списъка: трябва да могат да бъдат сравнявани с `==` или `/=`

- `elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool`
- `Eq` е **клас от типове**
- `Eq` е класът на тези типове, за които има операции `==` и `/=`
 - можем да си мислим за класовете от типове като за “интерфейси”

Класове от типове (typeclasses)

Функцията `elem` има специални изисквания към типа на елементите на списъка: трябва да могат да бъдат сравнявани с `==` или `/=`

- `elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool`
- `Eq` е **клас от типове**
- `Eq` е класът на тези типове, за които има операции `==` и `/=`
 - можем да си мислим за класовете от типове като за “интерфейси”
- `Eq a` наричаме **класово ограничение** за типа `a` (class constraint)

Класове от типове (typeclasses)

Функцията `elem` има специални изисквания към типа на елементите на списъка: трябва да могат да бъдат сравнявани с `==` или `/=`

- `elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool`
- `Eq` е **клас от типове**
- `Eq` е класът на тези типове, за които има операции `==` и `/=`
 - можем да си мислим за класовете от типове като за “интерфейси”
- `Eq a` наричаме **класово ограничение** за типа `a` (class constraint)
- множеството от всички класови ограничения наричаме **контекст**

Класове от типове (typeclasses)

Функцията `elem` има специални изисквания към типа на елементите на списъка: трябва да могат да бъдат сравнявани с `==` или `/=`

- `elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool`
- `Eq` е **клас от типове**
- `Eq` е класът на тези типове, за които има операции `==` и `/=`
 - можем да си мислим за класовете от типове като за “интерфейси”
- `Eq a` наричаме **класово ограничение** за типа `a` (class constraint)
- множеството от всички класови ограничения наричаме **контекст**
- **инстанция** на клас от типове наричаме всеки тип, за който са реализирани операциите зададени в класа

Класове от типове (typeclasses)

Функцията `elem` има специални изисквания към типа на елементите на списъка: трябва да могат да бъдат сравнявани с `==` или `/=`

- `elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool`
- `Eq` е **клас от типове**
- `Eq` е класът на тези типове, за които има операции `==` и `/=`
 - можем да си мислим за класовете от типове като за “интерфейси”
- `Eq a` наричаме **класово ограничение** за типа `a` (class constraint)
- множеството от всички класови ограничения наричаме **контекст**
- **инстанция** на клас от типове наричаме всеки тип, за който са реализирани операциите зададени в класа
- инстанции на `Eq` са:

Класове от типове (typeclasses)

Функцията `elem` има специални изисквания към типа на елементите на списъка: трябва да могат да бъдат сравнявани с `==` или `/=`

- `elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool`
- `Eq` е **клас от типове**
- `Eq` е класът на тези типове, за които има операции `==` и `/=`
 - можем да си мислим за класовете от типове като за “интерфейси”
- `Eq a` наричаме **класово ограничение** за типа `a` (class constraint)
- множеството от всички класови ограничения наричаме **контекст**
- **инстанция** на клас от типове наричаме всеки тип, за който са реализирани операциите зададени в класа
- инстанции на `Eq` са:
 - `Bool`, `Char`, всички числови типове (`Int`, `Integer`, `Float`, `Double`)

Класове от типове (typeclasses)

Функцията `elem` има специални изисквания към типа на елементите на списъка: трябва да могат да бъдат сравнявани с `==` или `/=`

- `elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool`
- `Eq` е **клас от типове**
- `Eq` е класът на тези типове, за които има операции `==` и `/=`
 - можем да си мислим за класовете от типове като за “интерфейси”
- `Eq a` наричаме **класово ограничение** за типа `a` (class constraint)
- множеството от всички класови ограничения наричаме **контекст**
- **инстанция** на клас от типове наричаме всеки тип, за който са реализирани операциите зададени в класа
- инстанции на `Eq` са:
 - `Bool`, `Char`, всички числови типове (`Int`, `Integer`, `Float`, `Double`)
 - списъчните типове `[a]`, за които `a` е инстанция на `Eq`

Класове от типове (typeclasses)

Функцията `elem` има специални изисквания към типа на елементите на списъка: трябва да могат да бъдат сравнявани с `==` или `/=`

- `elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool`
- `Eq` е **клас от типове**
- `Eq` е класът на тези типове, за които има операции `==` и `/=`
 - можем да си мислим за класовете от типове като за “интерфейси”
- `Eq a` наричаме **класово ограничение** за типа `a` (class constraint)
- множеството от всички класови ограничения наричаме **контекст**
- **инстанция** на клас от типове наричаме всеки тип, за който са реализирани операциите зададени в класа
- инстанции на `Eq` са:
 - `Bool`, `Char`, всички числови типове (`Int`, `Integer`, `Float`, `Double`)
 - списъчните типове `[a]`, за които `a` е инстанция на `Eq`
 - кортежните типове `(t1, ... tn)`, за които `ti` са инстанции на `Eq`

Стандартни класове

Някои от по-често използваните класове на Haskell:

- Eq — типове с равенство

Стандартни класове

Някои от по-често използваните класове на Haskell:

- `Eq` — типове с равенство
- `Ord` — типове с (линейна) наредба
 - операциите `==`, `/=`, `>=`, `<=`, `<`, `>`
 - специалната функция `compare`, която сравнява два елемента и връща `LT`, `GT` или `EQ` в зависимост от резултата
 - функциите `min` и `max`

Стандартни класове

Някои от по-често използваните класове на Haskell:

- `Eq` — типове с равенство
- `Ord` — типове с (линейна) наредба
 - операциите `==`, `/=`, `>=`, `<=`, `<`, `>`
 - специалната функция `compare`, която сравнява два елемента и връща `LT`, `GT` или `EQ` в зависимост от резултата
 - функциите `min` и `max`
- `Show` — типове, чиито елементи могат да бъдат извеждани в низ
 - функция `show :: a -> String`

Стандартни класове

Някои от по-често използваните класове на Haskell:

- `Eq` — типове с равенство
- `Ord` — типове с (линейна) наредба
 - операциите `==`, `/=`, `>=`, `<=`, `<`, `>`
 - специалната функция `compare`, която сравнява два елемента и връща `LT`, `GT` или `EQ` в зависимост от резултата
 - функциите `min` и `max`
- `Show` — типове, чиито елементи могат да бъдат извеждани в низ
 - функция `show :: a -> String`
- `Read` — типове, чиито елементи могат да бъдат въвеждани от низ
 - функция `read :: String -> a`

Стандартни класове

Някои от по-често използваните класове на Haskell:

- `Eq` — типове с равенство
- `Ord` — типове с (линейна) наредба
 - операциите `==`, `/=`, `>=`, `<=`, `<`, `>`
 - специалната функция `compare`, която сравнява два елемента и връща `LT`, `GT` или `EQ` в зависимост от резултата
 - функциите `min` и `max`
- `Show` — типове, чиито елементи могат да бъдат извеждани в низ
 - функция `show :: a -> String`
- `Read` — типове, чиито елементи могат да бъдат въвеждани от низ
 - функция `read :: String -> a`
- `Num` — числови типове
- `Integral` — целочислени типове
- `Floating` — типове с плаваща запетая

Стандартни класове

Някои от по-често използваните класове на Haskell:

- `Eq` — типове с равенство
- `Ord` — типове с (линейна) наредба
 - операциите `==`, `/=`, `>=`, `<=`, `<`, `>`
 - специалната функция `compare`, която сравнява два елемента и връща `LT`, `GT` или `EQ` в зависимост от резултата
 - функциите `min` и `max`
- `Show` — типове, чиито елементи могат да бъдат извеждани в низ
 - функция `show :: a -> String`
- `Read` — типове, чиито елементи могат да бъдат въвеждани от низ
 - функция `read :: String -> a`
- `Num` — числови типове
- `Integral` — целочислени типове
- `Floating` — типове с плаваща запетая
- **числата в Haskell са полиморфни константи!**

Отделяне на списъци (list comprehension)

Отделянето на списъци е удобен начин за дефиниране на нови списъци чрез използване на дадени такива

- [<израз> | <генератор> {, <генератор>} {, <условие>}]

Отделяне на списъци (list comprehension)

Отделянето на списъци е удобен начин за дефиниране на нови списъци чрез използване на дадени такива

- [<израз> | <генератор> {, <генератор>} {, <условие>}]
- <генератор> е от вида <образец> <- <израз>, където

Отделяне на списъци (list comprehension)

Отделянето на списъци е удобен начин за дефиниране на нови списъци чрез използване на дадени такива

- [<израз> | <генератор> {, <генератор>} {, <условие>}]
- <генератор> е от вида <образец> <- <израз>, където
 - <израз> е от тип списък [a]

Отделяне на списъци (list comprehension)

Отделянето на списъци е удобен начин за дефиниране на нови списъци чрез използване на дадени такива

- [<израз> | <генератор> {, <генератор>} {, <условие>}]
- <генератор> е от вида <образец> <- <израз>, където
 - <израз> е от тип списък [a]
 - <образец> пасва на елементи от тип a

Отделяне на списъци (list comprehension)

Отделянето на списъци е удобен начин за дефиниране на нови списъци чрез използване на дадени такива

- [<израз> | <генератор> {, <генератор>} {, <условие>}]
- <генератор> е от вида <образец> <- <израз>, където
 - <израз> е от тип списък [a]
 - <образец> пасва на елементи от тип a
- <условие> е произволен израз от тип Bool

Отделяне на списъци (list comprehension)

Отделянето на списъци е удобен начин за дефиниране на нови списъци чрез използване на дадени такива

- [<израз> | <генератор> {, <генератор>} {, <условие>}]
- <генератор> е от вида <образец> <- <израз>, където
 - <израз> е от тип списък [a]
 - <образец> пасва на елементи от тип a
- <условие> е произволен израз от тип Bool
- За всеки от елементите генериран от <генератор>, които удовлетворяват **всички** <условие>, пресмята <израз> и натрупва резултатите в списък

Примери за отделяне на списъци

- `[2 * x | x <- [1..5]]` → ?

Примери за отделяне на списъци

- $[2 * x \mid x \leftarrow [1..5]] \longrightarrow [2,4,6,8,10]$

Примери за отделяне на списъци

- $[2 * x \mid x \leftarrow [1..5]] \longrightarrow [2,4,6,8,10]$
- $[x^2 \mid x \leftarrow [1..10], \text{ odd } x] \longrightarrow ?$

Примери за отделяне на списъци

- $[2 * x \mid x \leftarrow [1..5]] \longrightarrow [2,4,6,8,10]$
- $[x^2 \mid x \leftarrow [1..10], \text{ odd } x] \longrightarrow [1,9,25,49,81]$

Примери за отделяне на списъци

- `[2 * x | x <- [1..5]]` \longrightarrow `[2,4,6,8,10]`
- `[x^2 | x <- [1..10], odd x]` \longrightarrow `[1,9,25,49,81]`
- `[fn | (_, fn, grade) <- students, grade >= 2]`

Примери за отделяне на списъци

- `[2 * x | x <- [1..5]]` \rightarrow `[2,4,6,8,10]`
- `[x^2 | x <- [1..10], odd x]` \rightarrow `[1,9,25,49,81]`
- `[fn | (_, fn, grade) <- students, grade >= 2]`
- `[x^2 + y^2 | (x, y) <- vectors, x >= 0, y >= 0]`

Примери за отделяне на списъци

- `[2 * x | x <- [1..5]]` \rightarrow `[2,4,6,8,10]`
- `[x^2 | x <- [1..10], odd x]` \rightarrow `[1,9,25,49,81]`
- `[fn | (_, fn, grade) <- students, grade >= 2]`
- `[x^2 + y^2 | (x, y) <- vectors, x >= 0, y >= 0]`
- Ако имаме повече от един генератор, се генерират всички възможни комбинации от елементи (декартово произведение)

Примери за отделяне на списъци

- `[2 * x | x <- [1..5]]` \rightarrow `[2,4,6,8,10]`
- `[x^2 | x <- [1..10], odd x]` \rightarrow `[1,9,25,49,81]`
- `[fn | (_, fn, grade) <- students, grade >= 2]`
- `[x^2 + y^2 | (x, y) <- vectors, x >= 0, y >= 0]`
- Ако имаме повече от един генератор, се генерират всички възможни комбинации от елементи (декартово произведение)
- `[x++' ':y | x <- ["green","blue"], y <- ["sky","grass"]]`
 \rightarrow ?

Примери за отделяне на списъци

- `[2 * x | x <- [1..5]]` → `[2,4,6,8,10]`
- `[x^2 | x <- [1..10], odd x]` → `[1,9,25,49,81]`
- `[fn | (_, fn, grade) <- students, grade >= 2]`
- `[x^2 + y^2 | (x, y) <- vectors, x >= 0, y >= 0]`
- Ако имаме повече от един генератор, се генерират всички възможни комбинации от елементи (декартово произведение)
- `[x++' ':y | x <- ["green","blue"], y <- ["sky","grass"]]`
→ `["green sky","green grass","blue sky","blue grass"]`

Примери за отделяне на списъци

- `[2 * x | x <- [1..5]]` → `[2,4,6,8,10]`
- `[x^2 | x <- [1..10], odd x]` → `[1,9,25,49,81]`
- `[fn | (_, fn, grade) <- students, grade >= 2]`
- `[x^2 + y^2 | (x, y) <- vectors, x >= 0, y >= 0]`
- Ако имаме повече от един генератор, се генерират всички възможни комбинации от елементи (декартово произведение)
- `[x++' ':y | x <- ["green","blue"], y <- ["sky","grass"]]`
→ `["green sky","green grass","blue sky","blue grass"]`
- `[(x,y) | x <- [1,2,3], y <- [5,6,7], x + y <= 8]`
→ ?

Примери за отделяне на списъци

- `[2 * x | x <- [1..5]]` → `[2,4,6,8,10]`
- `[x^2 | x <- [1..10], odd x]` → `[1,9,25,49,81]`
- `[fn | (_, fn, grade) <- students, grade >= 2]`
- `[x^2 + y^2 | (x, y) <- vectors, x >= 0, y >= 0]`
- Ако имаме повече от един генератор, се генерират всички възможни комбинации от елементи (декартово произведение)
- `[x++' ':y | x <- ["green","blue"], y <- ["sky","grass"]]`
→ `["green sky","green grass","blue sky","blue grass"]`
- `[(x,y) | x <- [1,2,3], y <- [5,6,7], x + y <= 8]`
→ `[(1,5),(1,6),(1,7),(2,5),(2,6),(3,5)]`

Примери за отделяне на списъци

- `[2 * x | x <- [1..5]]` → `[2,4,6,8,10]`
- `[x^2 | x <- [1..10], odd x]` → `[1,9,25,49,81]`
- `[fn | (_, fn, grade) <- students, grade >= 2]`
- `[x^2 + y^2 | (x, y) <- vectors, x >= 0, y >= 0]`
- Ако имаме повече от един генератор, се генерират всички възможни комбинации от елементи (декартово произведение)
- `[x++' ':y | x <- ["green","blue"], y <- ["sky","grass"]]`
→ `["green sky","green grass","blue sky","blue grass"]`
- `[(x,y) | x <- [1,2,3], y <- [5,6,7], x + y <= 8]`
→ `[(1,5),(1,6),(1,7),(2,5),(2,6),(3,5)]`
- **Задача.** Да се генерират всички Питагорови тройки в даден интервал.

Отрязване на списъци

- `init :: [a] -> [a]` — списъка без последния му елемент
 - `init [1..5] → [1,2,3,4]`
- `last :: [a] -> a` — последния елемент на списъка
 - `last "Haskell" → l`
- `take :: Int -> [a] -> [a]` — първите n елемента на списък
 - `take 4 "Hello, world!" → "Hell"`
- `drop :: Int -> [a] -> [a]` — списъка без първите n елемента
 - `drop 2 [1,3..10] → [5,7,9]`
- `splitAt :: Int -> [a] -> ([a],[a])`
 - `splitAt n l = (take n l, drop n l)`

Агрегиращи функции

- `maximum :: Ord a => [a] -> a` — максимален елемент
- `minimum :: Ord a => [a] -> a` — минимален елемент
- `sum :: Num a => [a] -> a` — сума на списък от числа
- `product :: Num a => [a] -> a` — произведение на списък от числа
- `and :: [Bool] -> Bool` — конюнкция на булеви стойности
- `or :: [Bool] -> Bool` — дизюнкция на булеви стойности
- `concat :: [[a]] -> [a]` — конкатенация на списък от списъци

Агрегиращи функции

- `maximum :: Ord a => [a] -> a` — максимален елемент
- `minimum :: Ord a => [a] -> a` — минимален елемент
- `sum :: Num a => [a] -> a` — сума на списък от числа
- `product :: Num a => [a] -> a` — произведение на списък от числа
- `and :: [Bool] -> Bool` — конюнкция на булеви стойности
- `or :: [Bool] -> Bool` — дизюнкция на булеви стойности
- `concat :: [[a]] -> [a]` — конкатенация на списък от списъци
- Примери:
 - `[(sum 1, product 1) | 1 <- 11, maximum 1 == 2*minimum 1]`

Агрегиращи функции

- `maximum :: Ord a => [a] -> a` — максимален елемент
- `minimum :: Ord a => [a] -> a` — минимален елемент
- `sum :: Num a => [a] -> a` — сума на списък от числа
- `product :: Num a => [a] -> a` — произведение на списък от числа
- `and :: [Bool] -> Bool` — конюнкция на булеви стойности
- `or :: [Bool] -> Bool` — дизюнкция на булеви стойности
- `concat :: [[a]] -> [a]` — конкатенация на списък от списъци
- Примери:
 - `[(sum l, product l) | l <- ll, maximum l == 2*minimum l]`
 - `and [or [mod x k == 0 | x <- row] | row <- matrix]`

λ-функции

- $\{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$

λ -функции

- $\backslash \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\backslash \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$

λ -функции

- $\lambda \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\lambda \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- анонимна функция с n параметъра

λ-функции

- $\lambda \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\lambda \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- анонимна функция с n параметъра
- всеки $\langle \text{параметър}_i \rangle$ всъщност е образец

λ -функции

- $\backslash \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\backslash \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- анонимна функция с n параметъра
- всеки $\langle \text{параметър}_i \rangle$ всъщност е образец
- параметрите са видими само в рамките на $\langle \text{тяло} \rangle$

λ -функции

- $\backslash \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\backslash \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- анонимна функция с n параметъра
- всеки $\langle \text{параметър}_i \rangle$ всъщност е образец
- параметрите са видими само в рамките на $\langle \text{тяло} \rangle$
- примери:

λ -функции

- $\lambda \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\lambda \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- анонимна функция с n параметъра
- всеки $\langle \text{параметър}_i \rangle$ всъщност е образец
- параметрите са видими само в рамките на $\langle \text{тяло} \rangle$
- примери:
 - $\text{id} = \lambda x \rightarrow x$

λ -функции

- $\backslash \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\backslash \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- анонимна функция с n параметъра
- всеки $\langle \text{параметър}_i \rangle$ всъщност е образец
- параметрите са видими само в рамките на $\langle \text{тяло} \rangle$
- примери:
 - $\text{id} = \backslash x \rightarrow x$
 - $\text{const} = \backslash x y \rightarrow x$

λ-функции

- $\backslash \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\backslash \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- анонимна функция с n параметъра
- всеки $\langle \text{параметър}_i \rangle$ всъщност е образец
- параметрите са видими само в рамките на $\langle \text{тяло} \rangle$
- примери:
 - $\text{id} = \backslash x \rightarrow x$
 - $\text{const} = \backslash x y \rightarrow x$
 - $(\backslash x \rightarrow 2 * x + 1) 3 \rightarrow 7$

λ-функции

- $\backslash \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\backslash \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- анонимна функция с n параметъра
- всеки $\langle \text{параметър}_i \rangle$ всъщност е образец
- параметрите са видими само в рамките на $\langle \text{тяло} \rangle$
- примери:
 - $\text{id} = \backslash x \rightarrow x$
 - $\text{const} = \backslash x y \rightarrow x$
 - $(\backslash x \rightarrow 2 * x + 1) 3 \rightarrow 7$
 - $(\backslash x 1 \rightarrow 1 ++ [x]) 4 [1..3] \rightarrow [1,2,3,4]$

λ-функции

- $\backslash \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\backslash \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- анонимна функция с n параметъра
- всеки $\langle \text{параметър}_i \rangle$ всъщност е образец
- параметрите са видими само в рамките на $\langle \text{тяло} \rangle$
- примери:
 - $\text{id} = \backslash x \rightarrow x$
 - $\text{const} = \backslash x y \rightarrow x$
 - $(\backslash x \rightarrow 2 * x + 1) 3 \rightarrow 7$
 - $(\backslash x 1 \rightarrow 1 ++ [x]) 4 [1..3] \rightarrow [1,2,3,4]$
 - $(\backslash (x,y) \rightarrow x^2 + y) (3,5) \rightarrow 14$

λ-функции

- $\backslash \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\backslash \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- анонимна функция с n параметъра
- всеки $\langle \text{параметър}_i \rangle$ всъщност е образец
- параметрите са видими само в рамките на $\langle \text{тяло} \rangle$
- примери:
 - $\text{id} = \backslash x \rightarrow x$
 - $\text{const} = \backslash x y \rightarrow x$
 - $(\backslash x \rightarrow 2 * x + 1) 3 \rightarrow 7$
 - $(\backslash x 1 \rightarrow 1 ++ [x]) 4 [1..3] \rightarrow [1,2,3,4]$
 - $(\backslash (x,y) \rightarrow x^2 + y) (3,5) \rightarrow 14$
 - $(\backslash f x \rightarrow f (f x)) (*3) 4 \rightarrow 36$

λ-функции

- $\backslash \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\backslash \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- анонимна функция с n параметъра
- всеки $\langle \text{параметър}_i \rangle$ всъщност е образец
- параметрите са видими само в рамките на $\langle \text{тяло} \rangle$
- примери:
 - $\text{id} = \backslash x \rightarrow x$
 - $\text{const} = \backslash x y \rightarrow x$
 - $(\backslash x \rightarrow 2 * x + 1) 3 \rightarrow 7$
 - $(\backslash x 1 \rightarrow 1 ++ [x]) 4 [1..3] \rightarrow [1,2,3,4]$
 - $(\backslash (x,y) \rightarrow x^2 + y) (3,5) \rightarrow 14$
 - $(\backslash f x \rightarrow f (f x)) (*3) 4 \rightarrow 36$
- отсичането на операции може да се изрази чрез λ-функции:

λ-функции

- $\backslash \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\backslash \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- анонимна функция с n параметъра
- всеки $\langle \text{параметър}_i \rangle$ всъщност е образец
- параметрите са видими само в рамките на $\langle \text{тяло} \rangle$
- примери:
 - $\text{id} = \backslash x \rightarrow x$
 - $\text{const} = \backslash x y \rightarrow x$
 - $(\backslash x \rightarrow 2 * x + 1) 3 \rightarrow 7$
 - $(\backslash x 1 \rightarrow 1 ++ [x]) 4 [1..3] \rightarrow [1,2,3,4]$
 - $(\backslash (x,y) \rightarrow x^2 + y) (3,5) \rightarrow 14$
 - $(\backslash f x \rightarrow f (f x)) (*3) 4 \rightarrow 36$
- отсичането на операции може да се изрази чрез λ-функции:
 - $(\langle \text{операция} \rangle \langle \text{израз} \rangle) = \backslash x \rightarrow x \langle \text{операция} \rangle \langle \text{израз} \rangle$

λ-функции

- $\backslash \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\backslash \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- анонимна функция с n параметъра
- всеки $\langle \text{параметър}_i \rangle$ всъщност е образец
- параметрите са видими само в рамките на $\langle \text{тяло} \rangle$
- примери:
 - $\text{id} = \backslash x \rightarrow x$
 - $\text{const} = \backslash x y \rightarrow x$
 - $(\backslash x \rightarrow 2 * x + 1) 3 \rightarrow 7$
 - $(\backslash x 1 \rightarrow 1 ++ [x]) 4 [1..3] \rightarrow [1,2,3,4]$
 - $(\backslash (x,y) \rightarrow x^2 + y) (3,5) \rightarrow 14$
 - $(\backslash f x \rightarrow f (f x)) (*3) 4 \rightarrow 36$
- отсичането на операции може да се изрази чрез λ-функции:
 - $(\langle \text{операция} \rangle \langle \text{израз} \rangle) = \backslash x \rightarrow x \langle \text{операция} \rangle \langle \text{израз} \rangle$
 - $(\langle \text{израз} \rangle \langle \text{операция} \rangle) = \backslash x \rightarrow \langle \text{израз} \rangle \langle \text{операция} \rangle x$

Свойства на λ -функциите

- $$\lambda x_1 x_2 \dots x_n \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$$
$$\longleftrightarrow \lambda x_1 \rightarrow \lambda x_2 \rightarrow \dots \lambda x_n \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$$

Свойства на λ -функциите

- $\lambda x_1 x_2 \dots x_n \rightarrow \langle \text{ТЯЛО} \rangle$
 $\longleftrightarrow \lambda x_1 \rightarrow \lambda x_2 \rightarrow \dots \lambda x_n \rightarrow \langle \text{ТЯЛО} \rangle$
- $f x = \langle \text{ТЯЛО} \rangle$
 $\longleftrightarrow f = \lambda x \rightarrow \langle \text{ТЯЛО} \rangle$

Свойства на λ -функциите

- $\lambda x_1 x_2 \dots x_n \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
 $\longleftrightarrow \lambda x_1 \rightarrow \lambda x_2 \rightarrow \dots \lambda x_n \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $f x = \langle \text{тяло} \rangle$
 $\longleftrightarrow f = \lambda x \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $f x y = \langle \text{тяло} \rangle$
 $\longleftrightarrow f x = \lambda y \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
 $\longleftrightarrow f = \lambda x y \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$

Свойства на λ -функциите

- $\lambda x_1 x_2 \dots x_n \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
 $\longleftrightarrow \lambda x_1 \rightarrow \lambda x_2 \rightarrow \dots \lambda x_n \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $f x = \langle \text{тяло} \rangle$
 $\longleftrightarrow f = \lambda x \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $f x y = \langle \text{тяло} \rangle$
 $\longleftrightarrow f x = \lambda y \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
 $\longleftrightarrow f = \lambda x y \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $f x_1 \dots x_n = \langle \text{тяло} \rangle$
 $\longleftrightarrow f x_1 \dots x_{n-1} = \lambda x_n \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
 $\longleftrightarrow \dots$
 $\longleftrightarrow f = \lambda x_1 \dots x_n \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$

Свойства на λ -функциите

- $\lambda x_1 x_2 \dots x_n \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
 $\longleftrightarrow \lambda x_1 \rightarrow \lambda x_2 \rightarrow \dots \lambda x_n \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $f x = \langle \text{тяло} \rangle$
 $\longleftrightarrow f = \lambda x \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $f x y = \langle \text{тяло} \rangle$
 $\longleftrightarrow f x = \lambda y \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
 $\longleftrightarrow f = \lambda x y \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $f x_1 \dots x_n = \langle \text{тяло} \rangle$
 $\longleftrightarrow f x_1 \dots x_{n-1} = \lambda x_n \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
 $\longleftrightarrow \dots$
 $\longleftrightarrow f = \lambda x_1 \dots x_n \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\lambda x y \rightarrow f x y$
 $\longleftrightarrow \lambda x \rightarrow f x$
 $\longleftrightarrow f$

Трансформация (map)

- `map :: (a -> b) -> [a] -> [b]`

Трансформация (map)

- $\text{map} :: (a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow [b]$
- $\text{map } f \ l = [f \ x \mid x \leftarrow l]$

Трансформация (map)

- $\text{map} :: (a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow [b]$
- $\text{map } f \ l = [f \ x \mid x \leftarrow l]$
- $\text{map } _ \ [] = []$
- $\text{map } f \ (x:xs) = f \ x : \text{map } f \ xs$

Трансформация (map)

- $\text{map} :: (a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow [b]$
- $\text{map } f \ l = [f \ x \mid x \leftarrow l]$
- $\text{map } _ \ [] = []$
- $\text{map } f \ (x:xs) = f \ x : \text{map } f \ xs$
- Примери:

Трансформация (map)

- $\text{map} :: (a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow [b]$
- $\text{map } f \ l = [f \ x \mid x \leftarrow l]$
- $\text{map } _ \ [] = []$
- $\text{map } f \ (x:xs) = f \ x : \text{map } f \ xs$
- Примери:
 - $\text{map } (^2) \ [1,2,3] \longrightarrow ?$

Трансформация (map)

- $\text{map} :: (a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow [b]$
- $\text{map } f \ l = [f\ x \mid x \leftarrow l]$
- $\text{map } _ \ [] = []$
- $\text{map } f \ (x:xs) = f\ x : \text{map } f \ xs$
- Примери:
 - $\text{map } (^2) \ [1,2,3] \longrightarrow [1,4,9]$

Трансформация (map)

- $\text{map} :: (a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow [b]$
- $\text{map } f \ l = [f \ x \mid x \leftarrow l]$
- $\text{map } _ \ [] = []$
- $\text{map } f \ (x:xs) = f \ x : \text{map } f \ xs$
- Примери:
 - $\text{map } (^2) \ [1,2,3] \longrightarrow [1,4,9]$
 - $\text{map } (!!1) \ [[1,2,3], [4,5,6], [7,8,9]] \longrightarrow ?$

Трансформация (map)

- $\text{map} :: (a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow [b]$
- $\text{map } f \ l = [f \ x \mid x \leftarrow l]$
- $\text{map } _ \ [] = []$
- $\text{map } f \ (x:xs) = f \ x : \text{map } f \ xs$
- Примери:
 - $\text{map } (^2) \ [1,2,3] \longrightarrow [1,4,9]$
 - $\text{map } (!!1) \ [[1,2,3], [4,5,6], [7,8,9]] \longrightarrow [2,5,8]$

Трансформация (map)

- $\text{map} :: (a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow [b]$
- $\text{map } f \ l = [f \ x \mid x \leftarrow l]$
- $\text{map } _ \ [] = []$
- $\text{map } f \ (x:xs) = f \ x : \text{map } f \ xs$
- Примери:
 - $\text{map } (^2) \ [1,2,3] \longrightarrow [1,4,9]$
 - $\text{map } (!!1) \ [[1,2,3], [4,5,6], [7,8,9]] \longrightarrow [2,5,8]$
 - $\text{map } \text{sum} \ [[1,2,3], [4,5,6], [7,8,9]] \longrightarrow ?$

Трансформация (map)

- $\text{map} :: (a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow [b]$
- $\text{map } f \ l = [f \ x \mid x \leftarrow l]$
- $\text{map } _ \ [] = []$
- $\text{map } f \ (x:xs) = f \ x : \text{map } f \ xs$
- Примери:
 - $\text{map } (^2) \ [1,2,3] \longrightarrow [1,4,9]$
 - $\text{map } (!!1) \ [[1,2,3], [4,5,6], [7,8,9]] \longrightarrow [2,5,8]$
 - $\text{map } \text{sum} \ [[1,2,3], [4,5,6], [7,8,9]] \longrightarrow [6,15,24]$

Трансформация (map)

- $\text{map} :: (a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow [b]$
- $\text{map } f \ l = [f \ x \mid x \leftarrow l]$
- $\text{map } _ \ [] = []$
- $\text{map } f \ (x:xs) = f \ x : \text{map } f \ xs$
- Примери:
 - $\text{map } (^2) \ [1,2,3] \longrightarrow [1,4,9]$
 - $\text{map } (!!1) \ [[1,2,3], [4,5,6], [7,8,9]] \longrightarrow [2,5,8]$
 - $\text{map } \text{sum} \ [[1,2,3], [4,5,6], [7,8,9]] \longrightarrow [6,15,24]$
 - $\text{map } ("a"++) \ ["cat", "dog", "pig"] \longrightarrow ?$

Трансформация (map)

- $\text{map} :: (a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow [b]$
- $\text{map } f \ l = [f \ x \mid x \leftarrow l]$
- $\text{map } _ \ [] = []$
- $\text{map } f \ (x:xs) = f \ x : \text{map } f \ xs$
- Примери:
 - $\text{map } (^2) \ [1,2,3] \longrightarrow [1,4,9]$
 - $\text{map } (!!1) \ [[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]] \longrightarrow [2,5,8]$
 - $\text{map } \text{sum} \ [[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]] \longrightarrow [6,15,24]$
 - $\text{map } ("a \ ++") \ ["cat","dog","pig"] \longrightarrow ["a \ cat","a \ dog","a \ pig"]$

Трансформация (map)

- $\text{map} :: (a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow [b]$
- $\text{map } f \ l = [f \ x \mid x \leftarrow l]$
- $\text{map } _ \ [] = []$
- $\text{map } f \ (x:xs) = f \ x : \text{map } f \ xs$
- Примери:
 - $\text{map } (^2) \ [1,2,3] \longrightarrow [1,4,9]$
 - $\text{map } (!!1) \ [[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]] \longrightarrow [2,5,8]$
 - $\text{map } \text{sum} \ [[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]] \longrightarrow [6,15,24]$
 - $\text{map } ("a \ ++") \ ["cat","dog","pig"] \longrightarrow ["a \ cat","a \ dog","a \ pig"]$
 - $\text{map } (\backslash f \rightarrow f \ 2) \ [(^2),(1+),(*3)] \longrightarrow ?$

Трансформация (map)

- $\text{map} :: (a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow [b]$
- $\text{map } f \ l = [f \ x \mid x \leftarrow l]$
- $\text{map } _ \ [] = []$
- $\text{map } f \ (x:xs) = f \ x : \text{map } f \ xs$
- Примери:
 - $\text{map } (^2) \ [1,2,3] \longrightarrow [1,4,9]$
 - $\text{map } (!!1) \ [[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]] \longrightarrow [2,5,8]$
 - $\text{map } \text{sum} \ [[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]] \longrightarrow [6,15,24]$
 - $\text{map } ("a \ ++") \ ["cat","dog","pig"] \longrightarrow ["a \ cat","a \ dog","a \ pig"]$
 - $\text{map } (\backslash f \ \rightarrow f \ 2) \ [(^2),(1+),(*3)] \longrightarrow [4,3,6]$

Филтриране (filter)

- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`

Филтриране (filter)

- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
- `filter p l = [x | x <- l, p x]`

Филтриране (filter)

- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
- `filter p l = [x | x <- l, p x]`
- `filter _ [] = []`
`filter p (x:xs)`
 - | `p x` = `x : rest`
 - | `otherwise` = `rest``where rest = filter p xs`

Филтриране (filter)

- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
- `filter p l = [x | x <- l, p x]`
- `filter _ [] = []`
`filter p (x:xs)`
 - | `p x` = `x : rest`
 - | otherwise = `rest``where rest = filter p xs`
- Примери

Филтриране (filter)

- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
- `filter p l = [x | x <- l, p x]`
- `filter _ [] = []`
`filter p (x:xs)`
 - | `p x` = `x : rest`
 - | `otherwise` = `rest``where rest = filter p xs`
- Примери
 - `filter odd [1..5] → ?`

Филтриране (filter)

- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
- `filter p l = [x | x <- l, p x]`
- `filter _ [] = []`
`filter p (x:xs)`
 - | `p x` = `x : rest`
 - | otherwise = `rest``where rest = filter p xs`
- Примери
 - `filter odd [1..5] → [1,3,5]`

Филтриране (filter)

- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
- `filter p l = [x | x <- l, p x]`
- `filter _ [] = []`
`filter p (x:xs)`
 - | `p x` = `x : rest`
 - | `otherwise` = `rest``where rest = filter p xs`
- Примери
 - `filter odd [1..5] → [1,3,5]`
 - `filter (\f -> f 2 > 3) [(^2),(+1),(*3)] → ?`

Филтриране (filter)

- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
- `filter p l = [x | x <- l, p x]`
- `filter _ [] = []`
`filter p (x:xs)`
 - | `p x` = `x : rest`
 - | `otherwise` = `rest``where rest = filter p xs`
- Примери
 - `filter odd [1..5] → [1,3,5]`
 - `filter (\f -> f 2 > 3) [(^2),(+1),(*3)] → [(^2),(*3)]`

Филтриране (filter)

- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
- `filter p l = [x | x <- l, p x]`
- `filter _ [] = []`
`filter p (x:xs)`
 - | `p x` = `x : rest`
 - | otherwise = `rest``where rest = filter p xs`
- Примери
 - `filter odd [1..5] → [1,3,5]`
 - `filter (\f -> f 2 > 3) [(^2),(+1),(*3)] → [(^2),(*3)]`
 - `map (filter even) [[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]] → ?`

Филтриране (filter)

- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
- `filter p l = [x | x <- l, p x]`
- `filter _ [] = []`
`filter p (x:xs)`
 - | `p x` = `x : rest`
 - | `otherwise` = `rest``where rest = filter p xs`
- Примери
 - `filter odd [1..5] → [1,3,5]`
 - `filter (\f -> f 2 > 3) [(^2),(+1),(*3)] → [(^2),(*3)]`
 - `map (filter even) [[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]] →`
`[[2],[4,6],[8]]`

Филтриране (filter)

- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
- `filter p l = [x | x <- l, p x]`
- `filter _ [] = []`
`filter p (x:xs)`
 - | `p x` = `x : rest`
 - | otherwise = `rest``where rest = filter p xs`
- Примери
 - `filter odd [1..5] → [1,3,5]`
 - `filter (\f -> f 2 > 3) [(^2),(+1),(*3)] → [(^2),(*3)]`
 - `map (filter even) [[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]] →`
`[[2],[4,6],[8]]`
 - `map (\x -> map (\f -> filter f x) [(<0),(==0),(>0)])`
`[[-2,1,0],[1,4,-1],[0,0,1]] → ?`

Филтриране (filter)

- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
- `filter p l = [x | x <- l, p x]`
- `filter _ [] = []`
`filter p (x:xs)`
 - | `p x` = `x : rest`
 - | `otherwise` = `rest``where rest = filter p xs`
- Примери
 - `filter odd [1..5] → [1,3,5]`
 - `filter (\f -> f 2 > 3) [(^2),(+1),(*3)] → [(^2),(*3)]`
 - `map (filter even) [[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]] →`
`[[2],[4,6],[8]]`
 - `map (\x -> map (\f -> filter f x) [(<0),(==0),(>0)])`
`[[-2,1,0],[1,4,-1],[0,0,1]] →`
`[[[-2],[0],[1]], [[-1],[]],[1,4]], [[],[0,0],[1]]]`

Отделяне на списъци с `map` и `filter`

Отделянето на списъци е синтактична захар за `map` и `filter`

Отделяне на списъци с `map` и `filter`

Отделянето на списъци е синтактична захар за `map` и `filter`

- [`<израз>` | `<образец>` `<->` `<списък>`, `<условие>`]

`↔`

```
map (\<образец> -> <израз>)  
  (filter (\<образец> -> <условие>) <списък>)
```


Отделяне на списъци с `map` и `filter`

Отделянето на списъци е синтактична захар за `map` и `filter`

- [`<израз>` | `<образец>` `<->` `<списък>`, `<условие>`]
`<->`
`map (\<образец> -> <израз>)`
 `(filter (\<образец> -> <условие>) <списък>)`
- [`<образец>` | `<образец>` `<->` `<списък>`, `<условие1>`, `<условие2>`]
`<->`
`filter (\<образец> -> <условие2>)`
 `(filter (\<образец> -> <условие1>) <списък>)`

Отделяне на списъци с `map` и `filter`

Отделянето на списъци е синтактична захар за `map` и `filter`

- [`<израз> | <образец> <- <списък>, <условие>`]
↔
`map (\<образец> -> <израз>)`
 `(filter (\<образец> -> <условие>) <списък>)`
- [`<образец> | <образец> <- <списък>, <условие1>, <условие2>`]
↔
`filter (\<образец> -> <условие2>)`
 `(filter (\<образец> -> <условие1>) <списък>)`
- [`<израз> | <образец1> <- <списък1>, <образец2> <- <списък2>`]
↔
`concat (map (\<образец1> ->`
 `map (\<образец2> -> <израз>) <списък2>)`
 `<списък1>)`

Дясно свиване (foldr)

- `foldr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b`

Дясно свиване (foldr)

- $\text{foldr} :: (a \rightarrow b \rightarrow b) \rightarrow b \rightarrow [a] \rightarrow b$
- $\text{foldr op nv } [x_1, x_2, \dots, x_n] =$
 $x_1 \text{ 'op' } (x_2 \text{ 'op' } \dots (x_n \text{ 'op' } nv) \dots)$

Дясно свиване (foldr)

- $\text{foldr} :: (a \rightarrow b \rightarrow b) \rightarrow b \rightarrow [a] \rightarrow b$
- $\text{foldr op nv } [x_1, x_2, \dots, x_n] =$
 $x_1 \text{ 'op' } (x_2 \text{ 'op' } \dots (x_n \text{ 'op' } nv) \dots)$
- $\text{foldr } _ \text{ nv } [] = nv$
 $\text{foldr op nv } (x:xs) = x \text{ 'op' } \text{foldr op nv } xs$

Дясно свиване (foldr)

- $\text{foldr} :: (a \rightarrow b \rightarrow b) \rightarrow b \rightarrow [a] \rightarrow b$
- $\text{foldr op nv } [x_1, x_2, \dots, x_n] =$
 $x_1 \text{ 'op' } (x_2 \text{ 'op' } \dots (x_n \text{ 'op' } nv) \dots)$
- $\text{foldr } _ \text{ nv } [] = nv$
 $\text{foldr op nv } (x:xs) = x \text{ 'op' } \text{foldr op nv } xs$
- Примери

Дясно свиване (foldr)

- $\text{foldr} :: (a \rightarrow b \rightarrow b) \rightarrow b \rightarrow [a] \rightarrow b$
- $\text{foldr op nv } [x_1, x_2, \dots, x_n] =$
 $x_1 \text{ 'op' } (x_2 \text{ 'op' } \dots (x_n \text{ 'op' } nv) \dots)$
- $\text{foldr } _ \text{ nv } [] = \text{nv}$
 $\text{foldr op nv } (x:xs) = x \text{ 'op' } \text{foldr op nv } xs$
- Примери
 - $\text{sum} = \text{foldr } (+) 0$

Дясно свиване (foldr)

- $\text{foldr} :: (a \rightarrow b \rightarrow b) \rightarrow b \rightarrow [a] \rightarrow b$
- $\text{foldr op nv } [x_1, x_2, \dots, x_n] =$
 $x_1 \text{ 'op' } (x_2 \text{ 'op' } \dots (x_n \text{ 'op' } nv) \dots)$
- $\text{foldr } _ \text{ nv } [] = nv$
 $\text{foldr op nv } (x:xs) = x \text{ 'op' } \text{foldr op nv } xs$
- Примери
 - $\text{sum} = \text{foldr } (+) 0$
 - $\text{product} = \text{foldr } (*) 1$

Дясно свиване (foldr)

- $\text{foldr} :: (a \rightarrow b \rightarrow b) \rightarrow b \rightarrow [a] \rightarrow b$
- $\text{foldr op nv } [x_1, x_2, \dots, x_n] = x_1 \text{ 'op' } (x_2 \text{ 'op' } \dots (x_n \text{ 'op' } nv) \dots)$
- $\text{foldr } _ \text{ nv } [] = nv$
 $\text{foldr op nv } (x:xs) = x \text{ 'op' } \text{foldr op nv } xs$
- Примери
 - $\text{sum} = \text{foldr } (+) 0$
 - $\text{product} = \text{foldr } (*) 1$
 - $\text{concat} = \text{foldr } (++) []$

Дясно свиване (foldr)

- $\text{foldr} :: (a \rightarrow b \rightarrow b) \rightarrow b \rightarrow [a] \rightarrow b$
- $\text{foldr op nv } [x_1, x_2, \dots, x_n] = x_1 \text{ 'op' } (x_2 \text{ 'op' } \dots (x_n \text{ 'op' } nv) \dots)$
- $\text{foldr } _ \text{ nv } [] = nv$
 $\text{foldr op nv } (x:xs) = x \text{ 'op' } \text{foldr op nv } xs$
- Примери
 - $\text{sum} = \text{foldr } (+) 0$
 - $\text{product} = \text{foldr } (*) 1$
 - $\text{concat} = \text{foldr } (++) []$
 - $\text{and} = \text{foldr } (\&\&) \text{ True}$

Дясно свиване (foldr)

- $\text{foldr} :: (a \rightarrow b \rightarrow b) \rightarrow b \rightarrow [a] \rightarrow b$
- $\text{foldr op nv } [x_1, x_2, \dots, x_n] =$
 $x_1 \text{ 'op' } (x_2 \text{ 'op' } \dots (x_n \text{ 'op' } nv) \dots)$
- $\text{foldr } _ \text{ nv } [] = nv$
 $\text{foldr op nv } (x:xs) = x \text{ 'op' } \text{foldr op nv } xs$
- Примери
 - $\text{sum} = \text{foldr } (+) 0$
 - $\text{product} = \text{foldr } (*) 1$
 - $\text{concat} = \text{foldr } (++) []$
 - $\text{and} = \text{foldr } (\&\&) \text{ True}$
 - $\text{or} = \text{foldr } (||) \text{ False}$

Дясно свиване (foldr)

- $\text{foldr} :: (a \rightarrow b \rightarrow b) \rightarrow b \rightarrow [a] \rightarrow b$
- $\text{foldr op nv } [x_1, x_2, \dots, x_n] =$
 $x_1 \text{ 'op' } (x_2 \text{ 'op' } \dots (x_n \text{ 'op' } nv) \dots)$
- $\text{foldr } _ \text{ nv } [] = nv$
 $\text{foldr op nv } (x:xs) = x \text{ 'op' } \text{foldr op nv } xs$
- Примери
 - $\text{sum} = \text{foldr } (+) 0$
 - $\text{product} = \text{foldr } (*) 1$
 - $\text{concat} = \text{foldr } (++) []$
 - $\text{and} = \text{foldr } (\&\&) \text{ True}$
 - $\text{or} = \text{foldr } (||) \text{ False}$
 - $\text{map } f = \text{foldr } (\backslash x r \rightarrow f x : r) []$

Дясно свиване (foldr)

- $\text{foldr} :: (a \rightarrow b \rightarrow b) \rightarrow b \rightarrow [a] \rightarrow b$
- $\text{foldr op nv } [x_1, x_2, \dots, x_n] =$
 $x_1 \text{ 'op' } (x_2 \text{ 'op' } \dots (x_n \text{ 'op' } nv) \dots)$
- $\text{foldr } _ \text{ nv } [] = nv$
 $\text{foldr op nv } (x:xs) = x \text{ 'op' } \text{foldr op nv } xs$
- Примери
 - $\text{sum} = \text{foldr } (+) 0$
 - $\text{product} = \text{foldr } (*) 1$
 - $\text{concat} = \text{foldr } (++) []$
 - $\text{and} = \text{foldr } (\&\&) \text{ True}$
 - $\text{or} = \text{foldr } (||) \text{ False}$
 - $\text{map } f = \text{foldr } (\backslash x \rightarrow (f x:)) []$

Дясно свиване (foldr)

- $\text{foldr} :: (a \rightarrow b \rightarrow b) \rightarrow b \rightarrow [a] \rightarrow b$
- $\text{foldr op nv } [x_1, x_2, \dots, x_n] = x_1 \text{ 'op' } (x_2 \text{ 'op' } \dots (x_n \text{ 'op' } nv) \dots)$
- $\text{foldr } _ \text{ nv } [] = nv$
 $\text{foldr op nv } (x:xs) = x \text{ 'op' } \text{foldr op nv } xs$
- Примери
 - $\text{sum} = \text{foldr } (+) 0$
 - $\text{product} = \text{foldr } (*) 1$
 - $\text{concat} = \text{foldr } (++) []$
 - $\text{and} = \text{foldr } (\&\&) \text{ True}$
 - $\text{or} = \text{foldr } (||) \text{ False}$
 - $\text{map } f = \text{foldr } (\backslash x \rightarrow (f x:)) []$
 - $\text{filter } p = \text{foldr } (\backslash x r \rightarrow \text{if } p \ x \ \text{then } x : r \ \text{else } r) []$

Дясно свиване (foldr)

- `foldr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b`
- `foldr op nv [x1, x2, ..., xn] =`
`x1 'op' (x2 'op' ... (xn 'op' nv) ...)`
- `foldr _ nv [] = nv`
`foldr op nv (x:xs) = x 'op' foldr op nv xs`
- Примери
 - `sum = foldr (+) 0`
 - `product = foldr (*) 1`
 - `concat = foldr (++) []`
 - `and = foldr (&&) True`
 - `or = foldr (||) False`
 - `map f = foldr (\x -> (f x:)) []`
 - `filter p = foldr (\x r -> (if p x then (x:) else id) r)`
`[]`

Дясно свиване (foldr)

- $\text{foldr} :: (a \rightarrow b \rightarrow b) \rightarrow b \rightarrow [a] \rightarrow b$
- $\text{foldr op nv } [x_1, x_2, \dots, x_n] = x_1 \text{ 'op' } (x_2 \text{ 'op' } \dots (x_n \text{ 'op' } nv) \dots)$
- $\text{foldr } _ \text{ nv } [] = nv$
 $\text{foldr op nv } (x:xs) = x \text{ 'op' } \text{foldr op nv } xs$
- Примери
 - $\text{sum} = \text{foldr } (+) 0$
 - $\text{product} = \text{foldr } (*) 1$
 - $\text{concat} = \text{foldr } (++) []$
 - $\text{and} = \text{foldr } (\&\&) \text{ True}$
 - $\text{or} = \text{foldr } (||) \text{ False}$
 - $\text{map } f = \text{foldr } (\backslash x \rightarrow (f x:)) []$
 - $\text{filter } p = \text{foldr } (\backslash x \rightarrow \text{if } p \ x \ \text{then } (x:) \ \text{else } \text{id}) []$

Ляво свиване (foldl)

- `foldl :: (b -> a -> b) -> b -> [a] -> b`

Ляво свиване (foldl)

- $\text{foldl} :: (b \rightarrow a \rightarrow b) \rightarrow b \rightarrow [a] \rightarrow b$
- $\text{foldl op nv } [x_1, x_2, \dots, x_n] =$
 $(\dots((\text{nv 'op' } x_1) \text{'op' } x_2) \dots) \text{'op' } x_n$

Ляво свиване (foldl)

- $\text{foldl} :: (b \rightarrow a \rightarrow b) \rightarrow b \rightarrow [a] \rightarrow b$
- $\text{foldl op nv } [x_1, x_2, \dots, x_n] =$
 $(\dots((\text{nv 'op' } x_1) \text{'op' } x_2) \dots) \text{'op' } x_n$
- $\text{foldl } _ \text{ nv } [] = \text{nv}$
 $\text{foldl op nv } (x:xs) = \text{foldl op (nv 'op' } x) xs$

Ляво свиване (foldl)

- $\text{foldl} :: (b \rightarrow a \rightarrow b) \rightarrow b \rightarrow [a] \rightarrow b$
- $\text{foldl op nv } [x_1, x_2, \dots, x_n] =$
 $(\dots((\text{nv 'op' } x_1) \text{'op' } x_2) \dots) \text{'op' } x_n$
- $\text{foldl } _ \text{ nv } [] = \text{nv}$
 $\text{foldl op nv } (x:xs) = \text{foldl op (nv 'op' } x) xs$
- Пример
 - $\text{flip } f \ x \ y = f \ y \ x$
 - $\text{reverse} = \text{foldl (flip (:)) } []$

Свиване на непразни списъци (`foldr1` и `foldl1`)

- `foldr1 :: (a -> a -> a) -> [a] -> a`

Свиване на непразни списъци (`foldr1` и `foldl1`)

- `foldr1 :: (a -> a -> a) -> [a] -> a`
- `foldr1 op nv [x1, x2, ..., xn] =`
`x1 'op' (x2 'op' ... (xn-1 'op' xn) ...)`

Свиване на непразни списъци (`foldr1` и `foldl1`)

- `foldr1 :: (a -> a -> a) -> [a] -> a`
- `foldr1 op nv [x1, x2, ..., xn] =`
`x1 'op' (x2 'op' ... (xn-1 'op' xn) ...)`
- `foldr1 _ [x] = x`
`foldr1 op (x:xs) = x 'op' foldr1 op xs`

Свиване на непразни списъци (foldr1 и foldl1)

- $\text{foldr1} :: (a \rightarrow a \rightarrow a) \rightarrow [a] \rightarrow a$
- $\text{foldr1 op nv } [x_1, x_2, \dots, x_n] =$
 $x_1 \text{ 'op' } (x_2 \text{ 'op' } \dots (x_{n-1} \text{ 'op' } x_n) \dots)$
- $\text{foldr1 } _ [x] = x$
 $\text{foldr1 op } (x:xs) = x \text{ 'op' } \text{foldr1 op } xs$
- $\text{foldl} :: (a \rightarrow a \rightarrow a) \rightarrow [a] \rightarrow a$

Свиване на непразни списъци (`foldr1` и `foldl1`)

- `foldr1 :: (a -> a -> a) -> [a] -> a`
- `foldr1 op nv [x1, x2, ..., xn] =`
`x1 'op' (x2 'op' ... (xn-1 'op' xn) ...)`
- `foldr1 _ [x] = x`
`foldr1 op (x:xs) = x 'op' foldr1 op xs`
- `foldl :: (a -> a -> a) -> [a] -> a`
- `foldl op nv [x1, x2, ..., xn] =`
`(...((x1 'op' x2) ...) 'op' xn`

Свиване на непразни списъци (`foldr1` и `foldl1`)

- `foldr1 :: (a -> a -> a) -> [a] -> a`
- `foldr1 op nv [x1, x2, ..., xn] =`
`x1 'op' (x2 'op' ... (xn-1 'op' xn) ...)`
- `foldr1 _ [x] = x`
`foldr1 op (x:xs) = x 'op' foldr1 op xs`
- `foldl :: (a -> a -> a) -> [a] -> a`
- `foldl op nv [x1, x2, ..., xn] =`
`(...((x1 'op' x2) ...) 'op' xn`
- `foldl1 op (x:xs) = foldl op x xs`

Свиване на непразни списъци (`foldr1` и `foldl1`)

- `foldr1 :: (a -> a -> a) -> [a] -> a`
- `foldr1 op nv [x1, x2, ..., xn] =`
`x1 'op' (x2 'op' ... (xn-1 'op' xn) ...)`
- `foldr1 _ [x] = x`
`foldr1 op (x:xs) = x 'op' foldr1 op xs`
- `foldl :: (a -> a -> a) -> [a] -> a`
- `foldl op nv [x1, x2, ..., xn] =`
`(...((x1 'op' x2) ...) 'op' xn`
- `foldl1 op (x:xs) = foldl op x xs`
- Примери

Свиване на непразни списъци (`foldr1` и `foldl1`)

- $\text{foldr1} :: (a \rightarrow a \rightarrow a) \rightarrow [a] \rightarrow a$
- $\text{foldr1 op nv } [x_1, x_2, \dots, x_n] = x_1 \text{ 'op' } (x_2 \text{ 'op' } \dots (x_{n-1} \text{ 'op' } x_n) \dots)$
- $\text{foldr1 } _ [x] = x$
 $\text{foldr1 op } (x:xs) = x \text{ 'op' } \text{foldr1 op } xs$
- $\text{foldl} :: (a \rightarrow a \rightarrow a) \rightarrow [a] \rightarrow a$
- $\text{foldl op nv } [x_1, x_2, \dots, x_n] = (\dots((x_1 \text{ 'op' } x_2) \dots) \text{ 'op' } x_n$
- $\text{foldl1 op } (x:xs) = \text{foldl op } x xs$
- Примери
 - $\text{maximum} = \text{foldr1 max}$

Свиване на непразни списъци (`foldr1` и `foldl1`)

- $\text{foldr1} :: (a \rightarrow a \rightarrow a) \rightarrow [a] \rightarrow a$
- $\text{foldr1 op nv } [x_1, x_2, \dots, x_n] = x_1 \text{ 'op' } (x_2 \text{ 'op' } \dots (x_{n-1} \text{ 'op' } x_n) \dots)$
- $\text{foldr1 } _ [x] = x$
 $\text{foldr1 op } (x:xs) = x \text{ 'op' } \text{foldr1 op } xs$
- $\text{foldl} :: (a \rightarrow a \rightarrow a) \rightarrow [a] \rightarrow a$
- $\text{foldl op nv } [x_1, x_2, \dots, x_n] = (\dots((x_1 \text{ 'op' } x_2) \dots) \text{ 'op' } x_n$
- $\text{foldl1 op } (x:xs) = \text{foldl op } x xs$
- Примери
 - $\text{maximum} = \text{foldr1 max}$
 - $\text{minimum} = \text{foldr1 min}$

Свиване на непразни списъци (`foldr1` и `foldl1`)

- `foldr1 :: (a -> a -> a) -> [a] -> a`
- `foldr1 op nv [x1, x2, ..., xn] =`
`x1 'op' (x2 'op' ... (xn-1 'op' xn) ...)`
- `foldr1 _ [x] = x`
`foldr1 op (x:xs) = x 'op' foldr1 op xs`
- `foldl :: (a -> a -> a) -> [a] -> a`
- `foldl op nv [x1, x2, ..., xn] =`
`(...((x1 'op' x2) ...) 'op' xn`
- `foldl1 op (x:xs) = foldl op x xs`
- Примери
 - `maximum = foldr1 max`
 - `minimum = foldr1 min`
 - `last = foldl1 (_ r -> r)`

Сканиране на списъци (`scanl`, `scanr`)

`scanr` и `scanl` връщат историята на пресмятането на `foldr` и `foldl`

Сканиране на списъци (`scanl`, `scanr`)

`scanr` и `scanl` връщат историята на пресмятането на `foldr` и `foldl`

- `scanr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> [b]`

Сканиране на списъци (`scanl`, `scanr`)

`scanr` и `scanl` връщат историята на пресмятането на `foldr` и `foldl`

- `scanr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> [b]`
- `scanr op nv [x1, x2, ..., xn] =`
`[x1 'op' (x2 'op' (...(xn 'op' nv) ...),`
`x2 'op' (...(xn 'op' nv) ...),`
`...`
`xn 'op' nv,`
`nv]`

Сканиране на списъци (`scanl`, `scanr`)

`scanr` и `scanl` връщат историята на пресмятането на `foldr` и `foldl`

- `scanr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> [b]`
- `scanr op nv [x1, x2, ..., xn] =`
`[x1 'op' (x2 'op' (...(xn 'op' nv) ...)),`
`x2 'op' (...(xn 'op' nv) ...),`
`...`
`xn 'op' nv,`
`nv]`
- `scanl :: (b -> a -> b) -> b -> [a] -> [b]`

Сканиране на списъци (`scanl`, `scanr`)

`scanr` и `scanl` връщат историята на пресмятането на `foldr` и `foldl`

- `scanr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> [b]`

- `scanr op nv [x1, x2, ..., xn] =`
`[x1 'op' (x2 'op' ... (xn 'op' nv) ...),`
`x2 'op' (... (xn 'op' nv) ...),`
`...`
`xn 'op' nv,`
`nv]`

- `scanl :: (b -> a -> b) -> b -> [a] -> [b]`

- `scanl op nv [x1, x2, ..., xn] =`
`[nv,`
`nv 'op' x1,`
`(nv 'op' x1) 'op' x2,`
`...`
`(... ((nv 'op' x1) 'op' x2) ...) 'op' xn]`

Съшиване на списъци (`zip`, `zipWith`)

- `zip :: [a] -> [b] -> [(a,b)]`

Съшиване на списъци (zip, zipWith)

- $\text{zip} :: [a] \rightarrow [b] \rightarrow [(a,b)]$
 - $\text{zip } [x_1, x_2, \dots, x_n] [y_1, y_2, \dots, y_n] \rightarrow [(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)]$

Съшиване на списъци (`zip`, `zipWith`)

- `zip :: [a] -> [b] -> [(a,b)]`
 - `zip [x1,x2,...,xn] [y1,y2,...,yn] → [(x1,y1), (x2,y2), ..., (xn,yn)]`
 - ако единият списък е по-къс, спира когато свърши той

Съшиване на списъци (`zip`, `zipWith`)

- `zip :: [a] -> [b] -> [(a,b)]`
 - `zip [x1,x2,...,xn] [y1,y2,...,yn] → [(x1,y1), (x2,y2), ..., (xn,yn)]`
 - ако единият списък е по-къс, спира когато свърши той
- `unzip :: [(a,b)] -> ([a],[b])`

Съшиване на списъци (`zip`, `zipWith`)

- `zip :: [a] -> [b] -> [(a,b)]`
 - `zip [x1,x2,...,xn] [y1,y2,...,yn] → [(x1,y1), (x2,y2), ..., (xn,yn)]`
 - ако единият списък е по-къс, спира когато свърши той
- `unzip :: [(a,b)] -> ([a],[b])`
 - разделя списък от двойки на два списъка с равна дължина

Съшиване на списъци (`zip`, `zipWith`)

- `zip :: [a] -> [b] -> [(a,b)]`
 - `zip [x1,x2,...,xn] [y1,y2,...,yn] → [(x1,y1), (x2,y2), ..., (xn,yn)]`
 - ако единият списък е по-къс, спира когато свърши той
- `unzip :: [(a,b)] -> ([a],[b])`
 - разделя списък от двойки на два списъка с равна дължина
 - `unzip [(x1,y1), (x2,y2), ..., (xn,yn)] → ([x1,x2,...,xn], [y1,y2,...,yn])`

Съшиване на списъци (`zip`, `zipWith`)

- `zip :: [a] -> [b] -> [(a,b)]`
 - `zip [x1,x2,...,xn] [y1,y2,...,yn] → [(x1,y1), (x2,y2), ..., (xn,yn)]`
 - ако единият списък е по-къс, спира когато свърши той
- `unzip :: [(a,b)] -> ([a],[b])`
 - разделя списък от двойки на два списъка с равна дължина
 - `unzip [(x1,y1), (x2,y2), ..., (xn,yn)] → ([x1,x2,...,xn], [y1,y2,...,yn])`
- `zipWith :: (a -> b -> c) -> [a] -> [b] -> [c]`

Съшиване на списъци (zip, zipWith)

- $\text{zip} :: [a] \rightarrow [b] \rightarrow [(a,b)]$
 - $\text{zip } [x_1, x_2, \dots, x_n] [y_1, y_2, \dots, y_n] \rightarrow [(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)]$
 - ако единият списък е по-къс, спира когато свърши той
- $\text{unzip} :: [(a,b)] \rightarrow ([a], [b])$
 - разделя списък от двойки на два списъка с равна дължина
 - $\text{unzip } [(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)] \rightarrow ([x_1, x_2, \dots, x_n], [y_1, y_2, \dots, y_n])$
- $\text{zipWith} :: (a \rightarrow b \rightarrow c) \rightarrow [a] \rightarrow [b] \rightarrow [c]$
 - съшива два списъка с дадена бинарна операция

Съшиване на списъци (zip, zipWith)

- $\text{zip} :: [a] \rightarrow [b] \rightarrow [(a,b)]$
 - $\text{zip } [x_1, x_2, \dots, x_n] [y_1, y_2, \dots, y_n] \rightarrow [(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)]$
 - ако единият списък е по-къс, спира когато свърши той
- $\text{unzip} :: [(a,b)] \rightarrow ([a], [b])$
 - разделя списък от двойки на два списъка с равна дължина
 - $\text{unzip } [(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)] \rightarrow ([x_1, x_2, \dots, x_n], [y_1, y_2, \dots, y_n])$
- $\text{zipWith} :: (a \rightarrow b \rightarrow c) \rightarrow [a] \rightarrow [b] \rightarrow [c]$
 - съшива два списъка с дадена бинарна операция
 - $\text{zipWith } \text{op } [x_1, x_2, \dots, x_n] [y_1, y_2, \dots, y_n] \rightarrow [x_1 \text{ 'op' } y_1, x_2 \text{ 'op' } y_2, \dots, x_n \text{ 'op' } y_n]$

Съшиване на списъци (`zip`, `zipWith`)

- `zip :: [a] -> [b] -> [(a,b)]`
 - `zip [x1,x2,...,xn] [y1,y2,...,yn] → [(x1,y1), (x2,y2), ..., (xn,yn)]`
 - ако единият списък е по-къс, спира когато свърши той
- `unzip :: [(a,b)] -> ([a],[b])`
 - разделя списък от двойки на два списъка с равна дължина
 - `unzip [(x1,y1), (x2,y2), ..., (xn,yn)] → ([x1,x2,...,xn], [y1,y2,...,yn])`
- `zipWith :: (a -> b -> c) -> [a] -> [b] -> [c]`
 - съшива два списъка с дадена бинарна операция
 - `zipWith op [x1,x2,...,xn] [y1,y2,...,yn] → [x1 'op' y1, x2 'op' y2, ..., xn 'op' yn]`
- Примери

Съшиване на списъци (zip, zipWith)

- $\text{zip} :: [a] \rightarrow [b] \rightarrow [(a,b)]$
 - $\text{zip } [x_1, x_2, \dots, x_n] [y_1, y_2, \dots, y_n] \rightarrow [(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)]$
 - ако единият списък е по-къс, спира когато свърши той
- $\text{unzip} :: [(a,b)] \rightarrow ([a], [b])$
 - разделя списък от двойки на два списъка с равна дължина
 - $\text{unzip } [(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)] \rightarrow ([x_1, x_2, \dots, x_n], [y_1, y_2, \dots, y_n])$
- $\text{zipWith} :: (a \rightarrow b \rightarrow c) \rightarrow [a] \rightarrow [b] \rightarrow [c]$
 - съшива два списъка с дадена бинарна операция
 - $\text{zipWith } \text{op } [x_1, x_2, \dots, x_n] [y_1, y_2, \dots, y_n] \rightarrow [x_1 \text{ 'op' } y_1, x_2 \text{ 'op' } y_2, \dots, x_n \text{ 'op' } y_n]$
- Примери
 - $\text{zip } [1..3] [5..10] \rightarrow [(1,5), (2,6), (3,7)]$

Съшиване на списъци (`zip`, `zipWith`)

- `zip :: [a] -> [b] -> [(a,b)]`
 - `zip [x1,x2,...,xn] [y1,y2,...,yn] → [(x1,y1),(x2,y2),..., (xn,yn)]`
 - ако единият списък е по-къс, спира когато свърши той
- `unzip :: [(a,b)] -> ([a],[b])`
 - разделя списък от двойки на два списъка с равна дължина
 - `unzip [(x1,y1),(x2,y2),..., (xn,yn)] → ([x1,x2,...,xn], [y1,y2,...,yn])`
- `zipWith :: (a -> b -> c) -> [a] -> [b] -> [c]`
 - съшива два списъка с дадена бинарна операция
 - `zipWith op [x1,x2,...,xn] [y1,y2,...,yn] → [x1 'op' y1, x2 'op' y2, ..., xn 'op' yn]`
- Примери
 - `zip [1..3] [5..10] → [(1,5),(2,6),(3,7)]`
 - `zipWith (*) [1..3] [5..10] → [5,12,21]`

Съшиване на списъци (zip, zipWith)

- `zip :: [a] -> [b] -> [(a,b)]`
 - `zip [x1,x2,...,xn] [y1,y2,...,yn] → [(x1,y1), (x2,y2), ..., (xn,yn)]`
 - ако единият списък е по-къс, спира когато свърши той
- `unzip :: [(a,b)] -> ([a],[b])`
 - разделя списък от двойки на два списъка с равна дължина
 - `unzip [(x1,y1), (x2,y2), ..., (xn,yn)] → ([x1,x2,...,xn], [y1,y2,...,yn])`
- `zipWith :: (a -> b -> c) -> [a] -> [b] -> [c]`
 - съшива два списъка с дадена бинарна операция
 - `zipWith op [x1,x2,...,xn] [y1,y2,...,yn] → [x1 'op' y1, x2 'op' y2, ..., xn 'op' yn]`
- Примери
 - `zip [1..3] [5..10] → [(1,5), (2,6), (3,7)]`
 - `zipWith (*) [1..3] [5..10] → [5,12,21]`
 - `zip = zipWith (,)`

Съшиване на списъци (zip, zipWith)

- `zip :: [a] -> [b] -> [(a,b)]`
 - `zip [x1,x2,...,xn] [y1,y2,...,yn] → [(x1,y1), (x2,y2), ..., (xn,yn)]`
 - ако единият списък е по-къс, спира когато свърши той
- `unzip :: [(a,b)] -> ([a],[b])`
 - разделя списък от двойки на два списъка с равна дължина
 - `unzip [(x1,y1), (x2,y2), ..., (xn,yn)] → ([x1,x2,...,xn], [y1,y2,...,yn])`
- `zipWith :: (a -> b -> c) -> [a] -> [b] -> [c]`
 - съшива два списъка с дадена бинарна операция
 - `zipWith op [x1,x2,...,xn] [y1,y2,...,yn] → [x1 'op' y1, x2 'op' y2, ..., xn 'op' yn]`
- Примери
 - `zip [1..3] [5..10] → [(1,5), (2,6), (3,7)]`
 - `zipWith (*) [1..3] [5..10] → [5,12,21]`
 - `zip = zipWith (,)`
 - `unzip = foldr (\(x,y) (l1,l2) -> (x:l1,y:l2)) ([], [])`

Разбивания на списъци

- `takeWhile :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`

Разбивания на списъци

- `takeWhile :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
 - връща първите елементи на списъка, за които е вярно условието

Разбивания на списъци

- `takeWhile :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
 - връща първите елементи на списъка, за които е вярно условието
 - `takeWhile p = foldr (\x r -> if p x then x:r else []) []`

Разбивания на списъци

- `takeWhile :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
 - връща първите елементи на списъка, за които е вярно условието
 - `takeWhile p = foldr (\x r -> if p x then x:r else []) []`
 - `takeWhile (<0) [-3..3] → [-3,-2,-1]`

Разбивания на списъци

- `takeWhile :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
 - връща първите елементи на списъка, за които е вярно условието
 - `takeWhile p = foldr (\x r -> if p x then x:r else []) []`
 - `takeWhile (<0) [-3..3] → [-3,-2,-1]`
- `dropWhile :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`

Разбивания на списъци

- `takeWhile :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
 - връща първите елементи на списъка, за които е вярно условието
 - `takeWhile p = foldr (\x r -> if p x then x:r else []) []`
 - `takeWhile (<0) [-3..3] → [-3,-2,-1]`
- `dropWhile :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
 - премахва първите елементи на списъка, за които е вярно условието

Разбивания на списъци

- `takeWhile :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
 - връща първите елементи на списъка, за които е вярно условието
 - `takeWhile p = foldr (\x r -> if p x then x:r else []) []`
 - `takeWhile (<0) [-3..3] → [-3,-2,-1]`
- `dropWhile :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
 - премахва първите елементи на списъка, за които е вярно условието
 - `dropWhile (<0) [-3..3] → [0,1,2,3]`

Разбивания на списъци

- `takeWhile :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
 - връща първите елементи на списъка, за които е вярно условието
 - `takeWhile p = foldr (\x r -> if p x then x:r else []) []`
 - `takeWhile (<0) [-3..3] → [-3,-2,-1]`
- `dropWhile :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
 - премахва първите елементи на списъка, за които е вярно условието
 - `dropWhile (<0) [-3..3] → [0,1,2,3]`
- `span :: (a -> Bool) -> [a] -> ([a], [a])`

Разбивания на списъци

- `takeWhile :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
 - връща първите елементи на списъка, за които е вярно условието
 - `takeWhile p = foldr (\x r -> if p x then x:r else []) []`
 - `takeWhile (<0) [-3..3] → [-3,-2,-1]`
- `dropWhile :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
 - премахва първите елементи на списъка, за които е вярно условието
 - `dropWhile (<0) [-3..3] → [0,1,2,3]`
- `span :: (a -> Bool) -> [a] -> ([a], [a])`
 - `span p l = (takeWhile p l, dropWhile p l)`

Разбивания на списъци

- `takeWhile :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
 - връща първите елементи на списъка, за които е вярно условието
 - `takeWhile p = foldr (\x r -> if p x then x:r else []) []`
 - `takeWhile (<0) [-3..3] → [-3,-2,-1]`
- `dropWhile :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
 - премахва първите елементи на списъка, за които е вярно условието
 - `dropWhile (<0) [-3..3] → [0,1,2,3]`
- `span :: (a -> Bool) -> [a] -> ([a], [a])`
 - `span p l = (takeWhile p l, dropWhile p l)`
 - `span (<0) [-3..3] → ([-3,-2,-1],[0,1,2,3])`

Разбивания на списъци

- `takeWhile :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
 - връща първите елементи на списъка, за които е вярно условието
 - `takeWhile p = foldr (\x r -> if p x then x:r else []) []`
 - `takeWhile (<0) [-3..3] → [-3,-2,-1]`
- `dropWhile :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
 - премахва първите елементи на списъка, за които е вярно условието
 - `dropWhile (<0) [-3..3] → [0,1,2,3]`
- `span :: (a -> Bool) -> [a] -> ([a], [a])`
 - `span p l = (takeWhile p l, dropWhile p l)`
 - `span (<0) [-3..3] → ([-3,-2,-1],[0,1,2,3])`
- `break :: (a -> Bool) -> [a] -> ([a],[a])`

Разбивания на списъци

- `takeWhile :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
 - връща първите елементи на списъка, за които е вярно условието
 - `takeWhile p = foldr (\x r -> if p x then x:r else []) []`
 - `takeWhile (<0) [-3..3] → [-3,-2,-1]`
- `dropWhile :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
 - премахва първите елементи на списъка, за които е вярно условието
 - `dropWhile (<0) [-3..3] → [0,1,2,3]`
- `span :: (a -> Bool) -> [a] -> ([a], [a])`
 - `span p l = (takeWhile p l, dropWhile p l)`
 - `span (<0) [-3..3] → ([-3,-2,-1],[0,1,2,3])`
- `break :: (a -> Bool) -> [a] -> ([a],[a])`
 - `break p l = (takeWhile q l, dropWhile q l)`
where `q x = not (p x)`

Разбивания на списъци

- `takeWhile :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
 - връща първите елементи на списъка, за които е вярно условието
 - `takeWhile p = foldr (\x r -> if p x then x:r else []) []`
 - `takeWhile (<0) [-3..3] → [-3,-2,-1]`
- `dropWhile :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
 - премахва първите елементи на списъка, за които е вярно условието
 - `dropWhile (<0) [-3..3] → [0,1,2,3]`
- `span :: (a -> Bool) -> [a] -> ([a], [a])`
 - `span p l = (takeWhile p l, dropWhile p l)`
 - `span (<0) [-3..3] → ([-3,-2,-1],[0,1,2,3])`
- `break :: (a -> Bool) -> [a] -> ([a],[a])`
 - `break p l = (takeWhile q l, dropWhile q l)`
where `q x = not (p x)`
 - `break (>0) [-3..3] → ([-3,-2,-1-0],[1,2,3])`

Логически квантори (any, all)

- `any :: (a -> Bool) -> [a] -> Bool`

Логически квантори (any, all)

- `any :: (a -> Bool) -> [a] -> Bool`
 - проверява дали предикатът е изпълнен за **някой** елемент от списъка

Логически квантори (any, all)

- `any :: (a -> Bool) -> [a] -> Bool`
 - проверява дали предикатът е изпълнен за **някой** елемент от списъка
 - `any p l = or (map p l)`

Логически квантори (any, all)

- `any :: (a -> Bool) -> [a] -> Bool`
 - проверява дали предикатът е изпълнен за **някой** елемент от списъка
 - `any p l = or (map p l)`
 - `elem x = any (==x)`

Логически квантори (any, all)

- `any :: (a -> Bool) -> [a] -> Bool`
 - проверява дали предикатът е изпълнен за **някой** елемент от списъка
 - `any p l = or (map p l)`
 - `elem x = any (==x)`
- `all :: (a -> Bool) -> [a] -> Bool`

Логически квантори (any, all)

- `any :: (a -> Bool) -> [a] -> Bool`
 - проверява дали предикатът е изпълнен за **някой** елемент от списъка
 - `any p l = or (map p l)`
 - `elem x = any (==x)`
- `all :: (a -> Bool) -> [a] -> Bool`
 - проверява дали предикатът е изпълнен за **всички** елементи на списъка

Логически квантори (any, all)

- `any :: (a -> Bool) -> [a] -> Bool`
 - проверява дали предикатът е изпълнен за **някой** елемент от списъка
 - `any p l = or (map p l)`
 - `elem x = any (==x)`
- `all :: (a -> Bool) -> [a] -> Bool`
 - проверява дали предикатът е изпълнен за **всички** елементи на списъка
 - `all p l = and (map p l)`

Логически квантори (any, all)

- `any :: (a -> Bool) -> [a] -> Bool`
 - проверява дали предикатът е изпълнен за **някой** елемент от списъка
 - `any p l = or (map p l)`
 - `elem x = any (==x)`
- `all :: (a -> Bool) -> [a] -> Bool`
 - проверява дали предикатът е изпълнен за **всички** елементи на списъка
 - `all p l = and (map p l)`
 - `sorted l = all (\(x,y) -> x <= y) (zip l (tail l))`