



Утвърдил: .....  
/ доц. д-р Е. Великова /

Утвърден от Факултетен съвет  
с протокол №

## СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ “СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ”

### Факултет по Математика и Информатика

Специалности: Информатика, Информационни системи, Компютърни науки,  
Математика, Математика и информатика, Приложна математика, Софтуерно  
инженерство, Статистика

Учебна година: 2014/2015 г.  
Семестър: летен

### УЧЕБНА ПРОГРАМА

Дисциплина:     Ламбда смятане и теория на доказателствата

Lambda calculus and proof theory

Преподавател: доц. д-р Трифон Трифонов

Учебна заетост	Форма	Хорариум
Аудиторна заетост	Лекции	45
	Семинарни упражнения	15
	Практически упражнения (хоспетиране)	0
<b>Обща аудиторна заетост</b>		<b>60</b>
	Самостоятелна работа в библиотека или с ресурси	60
	Подготовка за изпит	30
	Домашни работи	30
<b>Обща извънаудиторна заетост</b>		<b>150</b>
<b>ОБЩА ЗАЕТОСТ</b>		<b>210</b>
<b>Кредити аудиторна заетост</b>		<b>2</b>
<b>Кредити извънаудиторна заетост</b>		<b>5</b>
<b>ОБЩО ЕКСТ</b>		<b>7</b>

№	Формиране на оценката по дисциплината	% от оценката
1.	Демонстрационни занятия	10
2.	Текуща самостоятелна работа	60
3.	Изпит	30

#### **Анотация на учебната дисциплина:**

Курсът въвежда студентите в основите на ламбда смятането и структурната теория на формалните доказателства, като акцентира върху тясната връзка между тези две области на математическата логика. В първата част от лекциите се разглеждат безтиповото и типовото ламбда смятане като модели за описване на формални изчисления чрез функционални програми. Разглеждат се основни резултати, свързани с правилата за редукция, като конfluентност, силна нормализация (в случая на типово смятане) и съществуване на безкрайни редукции (в случая на безтипово смятане). Втората част от лекциите започва с базовата идея за разглеждане на доказателството като абстрактен обект и описва основните типове системи за представяне на формални доказателства. Първоначално се разглеждат чисто логически системи, като се набляга на разликата между минимална, конструктивна и класическа логика и се описва близкото съответствие между типово ламбда смятане и системи за естествен извод. Отделя се внимание на основния резултат за силна нормализация в контекста на системи за естествен извод. В последната част от курса се разглеждат аритметични системи, базирани на системи с крайни типове от произволен ред с примитивна рекурсия (система T на Гьодел). Обръща се внимание на практическите аспекти на теорията: автоматична проверка и обработка на доказателства, извличане на програми от конструктивни доказателства чрез интерпретация за реализуемост.

#### **Предварителни изисквания:**

Основни познания за изчислими функции и техните свойства, основи на математическата логика, в частност съждително смятане и предикатно смятане от първи ред.

#### **Очаквани резултати:**

Слушащите курса студенти да се запознаят с ламбда смятането като модел на изчислимите функции и с основния предмет и базовите резултати теорията на доказателствата като един от четирите „стълба“ на математическата логика. Студентите също така ще бъдат запознати с категорийните граматиките като средство за формализиране на естествен език и тяхната връзка с ламбда смятането и теорията на доказателствата.

#### *Учебно съдържание*

№	Тема:	Хорариум
1.	Безтипово ламбда смятане: синтаксис, субституции, преименуване на свързани променливи, безименни термове, индекси на де Бройн.	3+0

2.	Правила за редукция, нормална форма, стратегии за редукция, конfluентност, безкрайни редукции, нумерали на Чърч, рекурсия.	3+2
3.	Ламбда смятане с прости типове: варианти на Чърч и Къри, типова безопасност, извод на типове, свойства на типовете.	3+2
4.	Теорема за силна нормализация на ламбда термове с прости типове, следствия.	3+0
5.	Категорийни граматика. Връзки с типово ламбда смятане.	3+0
6.	Формални доказателства. Системи от Хилбертов тип, секвенциално смятане, системи за естествен извод.	3+2
7.	Минимална, конструктивна и класическа логика. Интерпретация на Брауер-Хейтинг-Колмогоров. Изоморфизъм на Къри-Хауърд.	3+1
8.	Интерактивни системи за изграждане на доказателства. Практически упражнения за построяване на формални доказателства.	3+2
9.	Теорема за силна нормализация на системи за естествен извод. Следствия.	3+0
10.	Категорийна теория на доказателствата. Свойства и приложения в лингвистиката.	3+0
11.	Система Т на Гьодел. Редукции и теорема за нормализация.	3+2
12.	Аритметични системи с крайни типове. Редукции и теорема за нормализация.	3+0
13.	Практическо упражнение: построяване на формални доказателства в аритметични системи.	3+2
14.	Интерпретация на Крайзел за реализуемост. Свойства.	3+0
15.	Теорема за коректност на реализуемостта. Извличане на програми от конструктивни доказателства.	3+2

***Конспект за изпит***

№	Въпрос
1.	Безтипово ламбда смятане: синтаксис.
2.	Правила и стратегии за редукция.
3.	Ламбда смятане с прости типове: синтаксис.
4.	Силна нормализация на ламбда термове с прости типове.
5.	Категорийни граматика и връзка с типово ламбда смятане.
6.	Системи за представяне на формални доказателства.
7.	Изоморфизъм на Къри-Хауърд.
8.	Силна нормализация на системи за естествен извод.
9.	Категорийна теорията на доказателствата. Свойства.

10.	Система Т на Гьодел.
11.	Аритметични системи с крайни типове.
12.	Интерпретация на Крайзел за реализуемост.

### *Библиография*

#### **Основна**

1. Barendsen, H. B. E. *Introduction to lambda calculus* (1994).  
<http://www.cse.chalmers.se/research/group/logic/TypesSS05/Extra/geuvers.pdf>
2. Troelstra, Anne, Helmut Schwichtenberg, *Basic Proof Theory* (2003), Cambridge University Press.
3. Schwichtenberg, H., Wainer, S. S. *Proofs and computations* (2011). Cambridge University Press.
4. Pierce, Benjamin. *Types and Programming Languages* (2002), MIT Press.
5. Van Benthem, Johan, Ter Meulen, Alice G. (Eds), *Handbook of Logic and Language*. MIT Press, Cambridge, MA, USA, 1997.

#### **Допълнителна**

6. Barendregt, Hendrik Pieter (1984), *The Lambda Calculus: Its Syntax and Semantics*, Studies in Logic and the Foundations of Mathematics, **103** (Revised ed.), North Holland, Amsterdam.
7. Buss, Samuel. *Handbook of Proof Theory* (1998), Elsevier.
8. *Language in Action: Categories, Lambdas and Dynamic Logic*. North-Holland, Amsterdam (Studies in Logic 130), 1991.
9. Barendregt, H., Dekkers, W., & Statman, R. (2013). *Lambda calculus with types*. Cambridge University Press.
10. Van Benthem, Johan, Ter Meulen, Alice G. (Eds), *Handbook of Logic and Language*. MIT Press, Cambridge, MA, USA, 1997.

**Дата: 27.11.2014 г.**

**Съставил:**

/ доц. Д-р Трифон Трифонов /