

ДОМАШНО № 3 ПО ДИСЦИПЛИНАТА “ДИСКРЕТНИ СТРУКТУРИ”
 ЗА СПЕЦИАЛНОСТ “ИНФОРМАТИКА”, I КУРС,
 ЛЕТЕН СЕМЕСТЪР НА 2015/2016 УЧ. Г. В СУ, ФМИ

Домашната работа се дава на асистента в началото на упражнението на 25–26 май 2016 г.

Име: Факултетен № Група:

Задача	1	2	3	4	ОБЩО
<i>получени точки</i>					
<i>максимум точки</i>	9	9	6	6+6	36

Забележка 1: Всички отговори трябва да бъдат обосновани подробно!

Забележка 2: Не предавайте идентични решения дори когато работите заедно: идентичните решения ще бъдат анулирани!

Задача 1. Постройте биекция $f : \{ 1, 2, 3, \dots \} \rightarrow \{ 1, 2, 3, \dots \}$ със следното свойство: за всяко цяло положително число n сборът $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(n)$ да се дели на n .

Задача 2. В турнир, провеждан по системата на елиминациите, участват n играчи. В началото на турнира се тегли жребий за реда на провеждане на срещите. Ако a_n е броят на различните изходи от тегленето на жребия, намерете a_n като функция на n .

Например $a_1 = 1$, защото при един играч има само един начин за протичане на турнира: не се провеждат никакви срещи, а единственият претендент става шампион.

При двама играчи също има само един начин за провеждане на турнира (т.е. $a_2 = 1$): двамата играят един срещу друг и победителят става шампион.

При трима играчи има три начина за провеждане на турнира (т.е. $a_3 = 3$):

$\{ \{ x, y \}, z \}$, $\{ \{ y, z \}, x \}$, $\{ \{ z, x \}, y \}$. Например записът $\{ \{ x, y \}, z \}$ означава, че първо x и y играят един срещу друг, после победителят играе със z . Записът $\{ \{ y, x \}, z \}$ има същия смисъл като $\{ \{ x, y \}, z \}$.

При четирима играчи има петнадесет начина за провеждане на турнира (т.е. $a_4 = 15$):

$\{ \{ \{ x, y \}, z \}, t \}$, $\{ \{ \{ x, y \}, t \}, z \}$, $\{ \{ \{ x, z \}, y \}, t \}$,
 $\{ \{ \{ x, z \}, t \}, y \}$, $\{ \{ \{ x, t \}, y \}, z \}$, $\{ \{ \{ x, t \}, z \}, y \}$,
 $\{ \{ \{ y, z \}, x \}, t \}$, $\{ \{ \{ y, z \}, t \}, x \}$, $\{ \{ \{ y, t \}, x \}, z \}$,
 $\{ \{ \{ y, t \}, z \}, x \}$, $\{ \{ \{ z, t \}, x \}, y \}$, $\{ \{ \{ z, t \}, y \}, x \}$,
 $\{ \{ x, y \}, \{ z, t \} \}$, $\{ \{ x, z \}, \{ y, t \} \}$, $\{ \{ x, t \}, \{ y, z \} \}$.

Получава се редицата 1, 1, 3, 15 ... Търси се формула за общия член.

Упътване: Най-напред съставете (с обосновка) рекурентно уравнение за редицата. После решете уравнението, за да получите формула за общия член.

Задача 3. Разглеждаме следната функция, програмирана на езика C:

```
unsigned int f(unsigned int n)
{
    unsigned int a = 4;
    for (unsigned int k = 1; k <= n; k++)
        a = 3 * a + 2;
    return a;
}
```

Намерете явна формула за върнатата стойност $f(n)$.

Упътване: Да означим с a_k стойността на променливата a след k -тата итерация на цикъла (a_0 е началната стойност). Трасирайте програмния код и намерете a_k за някои k , например за $k = 0, 1, 2, 3$. Съставете и решете подходящо рекурентно уравнение за редицата a_k .

Задача 4. За всяка от следните редици да се намери явна формула за общия член:

а) $a_{n+1} = \sqrt[3]{4(a_n)^3 + 129}$ за всяко цяло $n \geq 0$, $a_0 = 5$; **(6 точки)**

б) $b_{n+1} = 6(b_n)^7$ за всяко цяло $n \geq 0$, $b_0 = 36$. **(6 точки)**

Упътване: Използвайте подходящи полагания.