Системи за изразяване на доказателства

Трифон Трифонов

λ-смятане и теория на доказателствата, 2015/16 г.

16 май 2016 г.

Хилбертови системи: Hm, Hi, Hc

Аксиоми на Hm

1. $(A \to B \to C) \to (A \to B) \to A \to C$
2. $A \to B \to A$

Хилбертови системи: Hm, Hi, Hc

Аксиоми на Hm

1. $(A \to B \to C) \to (A \to B) \to A \to C$
2. $A \to B \to A$
3. $A \wedge B \to A, \quad A \wedge B \to B$
4. $A \to B \to A \wedge B$

Хилбертови системи: Hm, Hi, Hc

Аксиоми на Hm

1. $(A \to B \to C) \to (A \to B) \to A \to C$
2. $A \to B \to A$
3. $A \land B \to A, \quad A \land B \to B$
4. $A \to B \to A \land B$
5. $A \to A \lor B, \quad B \to A \lor B$
6. $(A \to C) \to (B \to C) \to A \lor B \to C$

Хилбертови системи: Hm, Hi, Hc

Аксиоми на Hm

1. $(A \to B \to C) \to (A \to B) \to A \to C$
2. $A \to B \to A$
3. $A \wedge B \to A, \quad A \wedge B \to B$
4. $A \to B \to A \wedge B$
5. $A \to A \vee B, \quad B \to A \vee B$
6. $(A \to C) \to (B \to C) \to A \vee B \to C$
7. $\forall_x A \to A[x \mapsto t]$
8. $\forall_x (B \to A) \to (B \to \forall_x A)$, ако $x \notin \mathrm{FV}(B)$

Хилбертови системи: Hm, Hi, Hc

Аксиоми на Hm

1. $(A \to B \to C) \to (A \to B) \to A \to C$
2. $A \to B \to A$
3. $A \wedge B \to A, \quad A \wedge B \to B$
4. $A \to B \to A \wedge B$
5. $A \to A \vee B, \quad B \to A \vee B$
6. $(A \to C) \to (B \to C) \to A \vee B \to C$
7. $\forall_x A \to A[x \mapsto t]$
8. $\forall_x (B \to A) \to (B \to \forall_x A)$, ако $x \notin \mathrm{FV}(B)$
9. $A[x \mapsto t] \to \exists_x A$
10. $\forall_x (A \to B) \to (\exists_x A \to B)$, ако $x \notin \mathrm{FV}(B)$

Хилбертови системи: Hm, Hi, Hc

Аксиоми на Hm

1. $(A \to B \to C) \to (A \to B) \to A \to C$
2. $A \to B \to A$
3. $A \wedge B \to A, \quad A \wedge B \to B$
4. $A \to B \to A \wedge B$
5. $A \to A \vee B, \quad B \to A \vee B$
6. $(A \to C) \to (B \to C) \to A \vee B \to C$
7. $\forall_x A \to A[x \mapsto t]$
8. $\forall_x (B \to A) \to (B \to \forall_x A)$, ако $x \notin \mathrm{FV}(B)$
9. $A[x \mapsto t] \to \exists_x A$
10. $\forall_x (A \to B) \to (\exists_x A \to B)$, ако $x \notin \mathrm{FV}(B)$

Допълнителна аксиома за Hi

11. $\bot \to A$ (ex falso quodlibet)

Хилбертови системи: Hm, Hi, Hc

Аксиоми на Hm

1. $(A \to B \to C) \to (A \to B) \to A \to C$
2. $A \to B \to A$
3. $A \wedge B \to A, \quad A \wedge B \to B$
4. $A \to B \to A \wedge B$
5. $A \to A \vee B, \quad B \to A \vee B$
6. $(A \to C) \to (B \to C) \to A \vee B \to C$
7. $\forall_x A \to A[x \mapsto t]$
8. $\forall_x (B \to A) \to (B \to \forall_x A)$, ако $x \notin \mathrm{FV}(B)$
9. $A[x \mapsto t] \to \exists_x A$
10. $\forall_x (A \to B) \to (\exists_x A \to B)$, ако $x \notin \mathrm{FV}(B)$

Допълнителна аксиома за Hi

11. $\perp \to A$ (ex falso quodlibet)

Допълнителна аксиома за Hc

11. $\neg\neg A \to A \quad$ (стабилност)

Хилбертови системи: Hm, Hi, Hc

Дефиниция

Доказателство на A от множество от допускания Γ в H[mic], наричаме списък от формули $A_1, \ldots, A_n \equiv A$, където за всяко A_i важи едно от следните правила:

Хилбертови системи: Hm, Hi, Hc

Дефиниция

Доказателство на A от множество от допускания Γ в H[mic], наричаме списък от формули $A_1, \ldots, A_n \equiv A$, където за всяко A_i важи едно от следните правила:

(As) $A_i \in \Gamma$

Хилбертови системи: Hm, Hi, Hc

Дефиниция

Доказателство на A от множество от допускания Γ в H[mic], наричаме списък от формули $A_1, \ldots, A_n \equiv A$, където за всяко A_i важи едно от следните правила:

(As) $A_i \in \Gamma$

(Ax) A_i е инстанция на някоя от аксиомите на H[mic]

Хилбертови системи: Hm, Hi, Hc

Дефиниция

Доказателство на A от множество от допускания Γ в H[mic], наричаме списък от формули $A_1, \ldots, A_n \equiv A$, където за всяко A_i важи едно от следните правила:

(As) $A_i \in \Gamma$

(Ax) A_i е инстанция на някоя от аксиомите на H[mic]

(MP) $A_k \equiv A_j \to A_i$ за някои $j, k < i$

Хилбертови системи: Hm, Hi, Hc

Дефиниция

Доказателство на A от множество от допускания Γ в H[mic], наричаме списък от формули $A_1, \ldots, A_n \equiv A$, където за всяко A_i важи едно от следните правила:

(As) $A_i \in \Gamma$

(Ax) A_i е инстанция на някоя от аксиомите на H[mic]

(MP) $A_k \equiv A_j \to A_i$ за някои $j, k < i$

(Gen) $A_i \equiv \forall_x A_j$ за някое $j < i$, ако $x \notin FV(\Gamma)$.

Хилбертови системи: Hm, Hi, Hc

Дефиниция

Доказателство на A от множество от допускания Γ в H[mic], наричаме списък от формули $A_1, \ldots, A_n \equiv A$, където за всяко A_i важи едно от следните правила:

(As) $A_i \in \Gamma$

(Ax) A_i е инстанция на някоя от аксиомите на H[mic]

(MP) $A_k \equiv A_j \to A_i$ за някои $j, k < i$

(Gen) $A_i \equiv \forall_x A_j$ за някое $j < i$, ако $x \notin \mathrm{FV}(\Gamma)$.

Теорема (за дедукцията)

$\Gamma, A \vdash B$ тогава и само тогава когато $\Gamma \vdash A \to B$.

Секвенциално смятане: G1c

Дефиниция

Ако Γ и Δ са мултимножества от формули, $\Gamma \Rightarrow \Delta$ наричаме <u>секвент</u>.

Секвенциално смятане: G1c

Дефиниция

Ако Γ и Δ са мултимножества от формули, $\Gamma \Rightarrow \Delta$ наричаме <u>секвент</u>.
"Ако допуснем, че всички формули в Γ са верни, то със сигурност някоя от формулите в Δ също е вярна".

Секвенциално смятане: G1c

Дефиниция

Ако Γ и Δ са мултимножества от формули, $\Gamma \Rightarrow \Delta$ наричаме <u>секвент</u>. "Ако допуснем, че всички формули в Γ са верни, то със сигурност някоя от формулите в Δ също е вярна".

Аксиоми (G1c)

$$\mathrm{Ax}\ \frac{}{A \Rightarrow A} \qquad\qquad \mathrm{L}\bot\ \frac{}{\bot \Rightarrow}$$

Секвенциално смятане: G1c

Дефиниция

Ако Γ и Δ са мултимножества от формули, $\Gamma \Rightarrow \Delta$ наричаме секвент.
"Ако допуснем, че всички формули в Γ са верни, то със сигурност някоя от формулите в Δ също е вярна".

Аксиоми (G1c)

$$\text{Ax}\ \frac{}{A \Rightarrow A} \qquad \text{L}\bot\ \frac{}{\bot \Rightarrow}$$

Структурни правила (G1c)

$$\text{LW}\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta}{A, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad \text{RW}\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}$$

Секвенциално смятане: G1c

Дефиниция

Ако Γ и Δ са мултимножества от формули, $\Gamma \Rightarrow \Delta$ наричаме секвент.
"Ако допуснем, че всички формули в Γ са верни, то със сигурност някоя от формулите в Δ също е вярна".

Аксиоми (G1c)

$$\text{Ax}\ \frac{}{A \Rightarrow A} \qquad \text{L}\bot\ \frac{}{\bot \Rightarrow}$$

Структурни правила (G1c)

$$\text{LW}\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta}{A, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad \text{RW}\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}$$

$$\text{LC}\ \frac{A, A, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad \text{RC}\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A, A}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}$$

Секвенциално смятане: G1c

Логически правила (G1c)

$$\text{L}\wedge\ \frac{A_i, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A_0 \wedge A_1, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (i = 0, 1) \qquad\qquad \text{R}\wedge\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad \Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \wedge B}$$

Секвенциално смятане: G1c

Логически правила (G1c)

$$\mathrm{L}\wedge\ \frac{A_i, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A_0 \wedge A_1, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (i = 0, 1) \qquad \mathrm{R}\wedge\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad \Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \wedge B}$$

$$\mathrm{L}\vee\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta \qquad B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \vee B, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad \mathrm{R}\vee\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A_i}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A_0 \vee A_1}\ (i = 0, 1)$$

Секвенциално смятане: G1c

Логически правила (G1c)

$$\text{L}\wedge\ \frac{A_i, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A_0 \wedge A_1, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (i = 0, 1) \qquad \text{R}\wedge\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad \Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \wedge B}$$

$$\text{L}\vee\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta \qquad B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \vee B, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad \text{R}\vee\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A_i}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A_0 \vee A_1}\ (i = 0, 1)$$

$$\text{L}{\to}\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \to B, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad \text{R}{\to}\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \to B}$$

Секвенциално смятане: G1c

Логически правила (G1c)

$$\mathrm{L}\wedge\ \frac{A_i, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A_0 \wedge A_1, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (i = 0, 1)$$

$$\mathrm{R}\wedge\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad \Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \wedge B}$$

$$\mathrm{L}\vee\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta \qquad B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \vee B, \Gamma \Rightarrow \Delta}$$

$$\mathrm{R}\vee\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A_i}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A_0 \vee A_1}\ (i = 0, 1)$$

$$\mathrm{L}\!\rightarrow\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \rightarrow B, \Gamma \Rightarrow \Delta}$$

$$\mathrm{R}\!\rightarrow\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \rightarrow B}$$

$$\mathrm{L}\forall\ \frac{A[x \mapsto t], \Gamma \Rightarrow \Delta}{\forall_x A, \Gamma \Rightarrow \Delta}$$

$$\mathrm{R}\forall\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}{\Gamma \Rightarrow \Delta, \forall_x A}\ x \notin \mathrm{FV}(\Gamma\Delta)$$

Секвенциално смятане: G1c

Логически правила (G1c)

$$\mathrm{L}\wedge\ \frac{A_i, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A_0 \wedge A_1, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ (i = 0, 1)$$

$$\mathrm{R}\wedge\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad \Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \wedge B}$$

$$\mathrm{L}\vee\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta \qquad B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \vee B, \Gamma \Rightarrow \Delta}$$

$$\mathrm{R}\vee\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A_i}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A_0 \vee A_1}\ (i = 0, 1)$$

$$\mathrm{L}\!\to\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \to B, \Gamma \Rightarrow \Delta}$$

$$\mathrm{R}\!\to\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \to B}$$

$$\mathrm{L}\forall\ \frac{A[x \mapsto t], \Gamma \Rightarrow \Delta}{\forall_x A, \Gamma \Rightarrow \Delta}$$

$$\mathrm{R}\forall\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}{\Gamma \Rightarrow \Delta, \forall_x A}\ x \notin \mathrm{FV}(\Gamma\Delta)$$

$$\mathrm{L}\exists\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta}{\exists_x A, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ x \notin \mathrm{FV}(\Gamma\Delta)$$

$$\mathrm{R}\exists\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A[x \mapsto t]}{\Gamma \Rightarrow \Delta, \exists_x A}$$

Секвенциално смятане: G1m, G1i

Дефиниция

Ако Γ е мултимножество от формули, а C е формула, то $\Gamma \Rightarrow C$ и $\Gamma \Rightarrow$ наричаме <u>конструктивни секвенти</u>.

Секвенциално смятане: G1m, G1i

Дефиниция

Ако Γ е мултимножество от формули, а C е формула, то $\Gamma \Rightarrow C$ и $\Gamma \Rightarrow$ наричаме конструктивни секвенти.
"Ако допуснем, че всички формули в Γ са верни, то C също е вярна".

Секвенциално смятане: G1m, G1i

Дефиниция

Ако Γ е мултимножество от формули, а C е формула, то $\Gamma \Rightarrow C$ и $\Gamma \Rightarrow$ наричаме конструктивни секвенти.
"Ако допуснем, че всички формули в Γ са верни, то C също е вярна".
"Ако допуснем, че всички формули в Γ са верни, получаваме противоречие".

Секвенциално смятане: G1m, G1i

Дефиниция

Ако Γ е мултимножество от формули, а C е формула, то $\Gamma \Rightarrow C$ и $\Gamma \Rightarrow$ наричаме конструктивни секвенти.
"Ако допуснем, че всички формули в Γ са верни, то C също е вярна".
"Ако допуснем, че всички формули в Γ са верни, получаваме противоречие".

Аксиоми (G1[mi])

$$\text{Ax}\ \frac{}{A \Rightarrow A} \qquad\qquad \text{L}\perp\ \frac{}{\perp \Rightarrow}\ \text{(само за G1i)}$$

Секвенциално смятане: G1m, G1i

Дефиниция

Ако Γ е мултимножество от формули, а C е формула, то $\Gamma \Rightarrow C$ и $\Gamma \Rightarrow$ наричаме конструктивни секвенти.
"Ако допуснем, че всички формули в Γ са верни, то C също е вярна".
"Ако допуснем, че всички формули в Γ са верни, получаваме противоречие".

Аксиоми (G1[mi])

$$\mathrm{Ax}\ \frac{}{A \Rightarrow A} \qquad\qquad \mathrm{L}\bot\ \frac{}{\bot \Rightarrow}\ \text{(само за G1i)}$$

Структурни правила (G1[mi])

$$\mathrm{LW}\ \frac{\Gamma \Rightarrow [C]}{A, \Gamma \Rightarrow [C]} \qquad\qquad \mathrm{RW}\ \frac{\Gamma \Rightarrow}{\Gamma \Rightarrow A}$$

Секвенциално смятане: G1m, G1i

Дефиниция

Ако Γ е мултимножество от формули, а C е формула, то $\Gamma \Rightarrow C$ и $\Gamma \Rightarrow$ наричаме конструктивни секвенти.
"Ако допуснем, че всички формули в Γ са верни, то C също е вярна".
"Ако допуснем, че всички формули в Γ са верни, получаваме противоречие".

Аксиоми (G1[mi])

$$\text{Ax}\ \frac{}{A \Rightarrow A} \qquad \text{L}\bot\ \frac{}{\bot \Rightarrow}\ \text{(само за G1i)}$$

Структурни правила (G1[mi])

$$\text{LW}\ \frac{\Gamma \Rightarrow [C]}{A, \Gamma \Rightarrow [C]} \qquad \text{RW}\ \frac{\Gamma \Rightarrow}{\Gamma \Rightarrow A}$$

$$\text{LC}\ \frac{A, A, \Gamma \Rightarrow [C]}{A, \Gamma \Rightarrow [C]}$$

Секвенциално смятане: G1m, G1i

Логически правила (G1[mi])

$$\mathrm{L}\wedge\ \frac{A_i, \Gamma \Rightarrow [C]}{A_0 \wedge A_1, \Gamma \Rightarrow [C]}\ (i = 0, 1) \qquad\qquad \mathrm{R}\wedge\ \frac{\Gamma \Rightarrow A \qquad \Gamma \Rightarrow B}{\Gamma \Rightarrow A \wedge B}$$

Секвенциално смятане: G1m, G1i

Логически правила (G1[mi])

$$\text{L}\wedge\ \frac{A_i, \Gamma \Rightarrow [C]}{A_0 \wedge A_1, \Gamma \Rightarrow [C]}\ (i = 0, 1) \qquad \text{R}\wedge\ \frac{\Gamma \Rightarrow A \qquad \Gamma \Rightarrow B}{\Gamma \Rightarrow A \wedge B}$$

$$\text{L}\vee\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow [C] \qquad B, \Gamma \Rightarrow [C]}{A \vee B, \Gamma \Rightarrow [C]} \qquad \text{R}\vee\ \frac{\Gamma \Rightarrow A_i}{\Gamma \Rightarrow A_0 \vee A_1}\ (i = 0, 1)$$

Секвенциално смятане: G1m, G1i

Логически правила (G1[mi])

$$\mathrm{L}\wedge\ \frac{A_i, \Gamma \Rightarrow [C]}{A_0 \wedge A_1, \Gamma \Rightarrow [C]}\ (i = 0, 1) \qquad \mathrm{R}\wedge\ \frac{\Gamma \Rightarrow A \qquad \Gamma \Rightarrow B}{\Gamma \Rightarrow A \wedge B}$$

$$\mathrm{L}\vee\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow [C] \qquad B, \Gamma \Rightarrow [C]}{A \vee B, \Gamma \Rightarrow [C]} \qquad \mathrm{R}\vee\ \frac{\Gamma \Rightarrow A_i}{\Gamma \Rightarrow A_0 \vee A_1}\ (i = 0, 1)$$

$$\mathrm{L}\to\ \frac{\Gamma \Rightarrow A \qquad B, \Gamma \Rightarrow [C]}{A \to B, \Gamma \Rightarrow [C]} \qquad \mathrm{R}\to\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow B}{\Gamma \Rightarrow A \to B}$$

Секвенциално смятане: G1m, G1i

Логически правила (G1[mi])

$$\text{L}\land\ \frac{A_i, \Gamma \Rightarrow [C]}{A_0 \land A_1, \Gamma \Rightarrow [C]}\ (i = 0, 1)$$

$$\text{R}\land\ \frac{\Gamma \Rightarrow A \qquad \Gamma \Rightarrow B}{\Gamma \Rightarrow A \land B}$$

$$\text{L}\lor\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow [C] \qquad B, \Gamma \Rightarrow [C]}{A \lor B, \Gamma \Rightarrow [C]}$$

$$\text{R}\lor\ \frac{\Gamma \Rightarrow A_i}{\Gamma \Rightarrow A_0 \lor A_1}\ (i = 0, 1)$$

$$\text{L}\to\ \frac{\Gamma \Rightarrow A \qquad B, \Gamma \Rightarrow [C]}{A \to B, \Gamma \Rightarrow [C]}$$

$$\text{R}\to\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow B}{\Gamma \Rightarrow A \to B}$$

$$\text{L}\forall\ \frac{A[x \mapsto t], \Gamma \Rightarrow [C]}{\forall_x A, \Gamma \Rightarrow [C]}$$

$$\text{R}\forall\ \frac{\Gamma \Rightarrow A}{\Gamma \Rightarrow \forall_x A}\ x \notin \text{FV}(\Gamma)$$

Секвенциално смятане: G1m, G1i

Логически правила (G1[mi])

$$\text{L}\wedge\ \frac{A_i, \Gamma \Rightarrow [C]}{A_0 \wedge A_1, \Gamma \Rightarrow [C]}\ (i = 0, 1) \qquad \text{R}\wedge\ \frac{\Gamma \Rightarrow A \qquad \Gamma \Rightarrow B}{\Gamma \Rightarrow A \wedge B}$$

$$\text{L}\vee\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow [C] \qquad B, \Gamma \Rightarrow [C]}{A \vee B, \Gamma \Rightarrow [C]} \qquad \text{R}\vee\ \frac{\Gamma \Rightarrow A_i}{\Gamma \Rightarrow A_0 \vee A_1}\ (i = 0, 1)$$

$$\text{L}\rightarrow\ \frac{\Gamma \Rightarrow A \qquad B, \Gamma \Rightarrow [C]}{A \rightarrow B, \Gamma \Rightarrow [C]} \qquad \text{R}\rightarrow\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow B}{\Gamma \Rightarrow A \rightarrow B}$$

$$\text{L}\forall\ \frac{A[x \mapsto t], \Gamma \Rightarrow [C]}{\forall_x A, \Gamma \Rightarrow [C]} \qquad \text{R}\forall\ \frac{\Gamma \Rightarrow A}{\Gamma \Rightarrow \forall_x A}\ x \notin \text{FV}(\Gamma)$$

$$\text{L}\exists\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow [C]}{\exists_x A, \Gamma \Rightarrow [C]}\ x \notin \text{FV}(\Gamma, C) \qquad \text{R}\exists\ \frac{\Gamma \Rightarrow A[x \mapsto t]}{\Gamma \Rightarrow \exists_x A}$$

Секвенциално смятане: G2m, G2i, G2c

Можем да слеем правилата за отслабване с аксиомите.

Секвенциално смятане: G2m, G2i, G2c

Можем да слеем правилата за отслабване с аксиомите.

Аксиоми (G2c)

$$\text{Ax}\ \frac{}{\Gamma, A \Rightarrow A, \Delta} \qquad \text{L}\bot\ \frac{}{\bot, \Gamma \Rightarrow \Delta}$$

Секвенциално смятане: G2m, G2i, G2c

Можем да слеем правилата за отслабване с аксиомите.

Аксиоми (G2c)

$$\text{Ax}\ \frac{}{\Gamma, A \Rightarrow A, \Delta} \qquad \text{L}\bot\ \frac{}{\bot, \Gamma \Rightarrow \Delta}$$

Структурни правила (G2c)

$$\text{LC}\ \frac{A, A, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad \text{RC}\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A, A}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}$$

Секвенциално смятане: G2m, G2i, G2c

Можем да слеем правилата за отслабване с аксиомите.

Аксиоми (G2c)

$$\text{Ax}\ \frac{}{\Gamma, A \Rightarrow A, \Delta} \qquad\qquad \text{L}\bot\ \frac{}{\bot, \Gamma \Rightarrow \Delta}$$

Структурни правила (G2c)

$$\text{LC}\ \frac{A, A, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad\qquad \text{RC}\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A, A}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}$$

Аксиоми (G2[mi])

$$\text{Ax}\ \frac{}{\Gamma, A \Rightarrow A} \qquad\qquad \text{L}\bot\ \frac{}{\bot, \Gamma \Rightarrow [C]}\ \text{(само за G2i)}$$

Секвенциално смятане: G2m, G2i, G2c

Можем да слеем правилата за отслабване с аксиомите.

Аксиоми (G2c)

$$\text{Ax}\ \frac{}{\Gamma, A \Rightarrow A, \Delta} \qquad \text{L}\bot\ \frac{}{\bot, \Gamma \Rightarrow \Delta}$$

Структурни правила (G2c)

$$\text{LC}\ \frac{A, A, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad \text{RC}\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A, A}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}$$

Аксиоми (G2[mi])

$$\text{Ax}\ \frac{}{\Gamma, A \Rightarrow A} \qquad \text{L}\bot\ \frac{}{\bot, \Gamma \Rightarrow [C]}\ \text{(само за G2i)}$$

Структурни правила (G2[mi])

$$\text{LC}\ \frac{A, A, \Gamma \Rightarrow [C]}{A, \Gamma \Rightarrow [C]}$$

Секвенциално смятане: G3c

Аксиоми (G3c)

$$\text{Ax}\ \frac{}{p\vec{x}, \Gamma \Rightarrow \Delta, p\vec{x}} \qquad \text{L}\bot\ \frac{}{\bot, \Gamma \Rightarrow \Delta}$$

Секвенциално смятане: G3c

Аксиоми (G3c)

$$\mathrm{Ax}\;\frac{}{p\vec{x},\Gamma \Rightarrow \Delta, p\vec{x}} \qquad \mathrm{L}\bot\;\frac{}{\bot,\Gamma \Rightarrow \Delta}$$

Логически правила (G3c)

$$\mathrm{L}\wedge\;\frac{A, B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad \mathrm{R}\wedge\;\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad \Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \wedge B}$$

Секвенциално смятане: G3c

Аксиоми (G3c)

$$\text{Ax}\ \frac{}{p\vec{x}, \Gamma \Rightarrow \Delta, p\vec{x}} \qquad \text{L}\bot\ \frac{}{\bot, \Gamma \Rightarrow \Delta}$$

Логически правила (G3c)

$$\text{L}\wedge\ \frac{A, B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad \text{R}\wedge\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad \Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \wedge B}$$

$$\text{L}\vee\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta \qquad B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \vee B, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad \text{R}\vee\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \vee B}$$

Секвенциално смятане: G3c

Аксиоми (G3c)

$$\text{Ax}\ \frac{}{p\vec{x}, \Gamma \Rightarrow \Delta, p\vec{x}} \qquad \text{L}\bot\ \frac{}{\bot, \Gamma \Rightarrow \Delta}$$

Логически правила (G3c)

$$\text{L}\wedge\ \frac{A, B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad \text{R}\wedge\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad \Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \wedge B}$$

$$\text{L}\vee\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta \qquad B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \vee B, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad \text{R}\vee\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \vee B}$$

$$\text{L}\rightarrow\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \rightarrow B, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad \text{R}\rightarrow\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \rightarrow B}$$

Секвенциално смятане: G3c

Аксиоми (G3c)

$$\mathrm{Ax}\ \frac{}{p\vec{x}, \Gamma \Rightarrow \Delta, p\vec{x}} \qquad \mathrm{L}\bot\ \frac{}{\bot, \Gamma \Rightarrow \Delta}$$

Логически правила (G3c)

$$\mathrm{L}\wedge\ \frac{A, B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad \mathrm{R}\wedge\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad \Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \wedge B}$$

$$\mathrm{L}\vee\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta \qquad B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \vee B, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad \mathrm{R}\vee\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \vee B}$$

$$\mathrm{L}{\rightarrow}\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \rightarrow B, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad \mathrm{R}{\rightarrow}\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \rightarrow B}$$

$$\mathrm{L}\forall\ \frac{\forall_x A, A[x \mapsto t], \Gamma \Rightarrow \Delta}{\forall_x A, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad \mathrm{R}\forall\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}{\Gamma \Rightarrow \Delta, \forall_x A}\ x \notin \mathrm{FV}(\Gamma\Delta)$$

Секвенциално смятане: G3c

Аксиоми (G3c)

$$\text{Ax}\ \frac{}{p\vec{x}, \Gamma \Rightarrow \Delta, p\vec{x}} \qquad \text{L}\bot\ \frac{}{\bot, \Gamma \Rightarrow \Delta}$$

Логически правила (G3c)

$$\text{L}\wedge\ \frac{A, B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad \text{R}\wedge\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad \Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \wedge B}$$

$$\text{L}\vee\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta \qquad B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \vee B, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad \text{R}\vee\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \vee B}$$

$$\text{L}\to\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \qquad B, \Gamma \Rightarrow \Delta}{A \to B, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad \text{R}\to\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta, B}{\Gamma \Rightarrow \Delta, A \to B}$$

$$\text{L}\forall\ \frac{\forall_x A, A[x \mapsto t], \Gamma \Rightarrow \Delta}{\forall_x A, \Gamma \Rightarrow \Delta} \qquad \text{R}\forall\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A}{\Gamma \Rightarrow \Delta, \forall_x A}\ x \notin \text{FV}(\Gamma\Delta)$$

$$\text{L}\exists\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta}{\exists_x A, \Gamma \Rightarrow \Delta}\ x \notin \text{FV}(\Gamma\Delta) \qquad \text{R}\exists\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A[x \mapsto t], \exists_x A}{\Gamma \Rightarrow \Delta, \exists_x A}$$

Секвенциално смятане: G3m, G3i

Аксиоми (G3[mi])

$$\text{Ax}\ \frac{}{p\vec{x}, \Gamma \Rightarrow p\vec{x}} \qquad\qquad \text{L}\bot\ \frac{}{\bot, \Gamma \Rightarrow C}\ \text{(само за G3i)}$$

Секвенциално смятане: G3m, G3i

Аксиоми (G3[mi])

$$\text{Ax}\ \frac{}{p\vec{x}, \Gamma \Rightarrow p\vec{x}}$$

$$\text{L}\bot\ \frac{}{\bot, \Gamma \Rightarrow C}\ \text{(само за G3i)}$$

Логически правила (G3[mi])

$$\text{L}\wedge\ \frac{A, B, \Gamma \Rightarrow C}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow C}$$

$$\text{R}\wedge\ \frac{\Gamma \Rightarrow A \qquad \Gamma \Rightarrow B}{\Gamma \Rightarrow A \wedge B}$$

Секвенциално смятане: G3m, G3i

Аксиоми (G3[mi])

$$\text{Ax}\ \frac{}{p\vec{x}, \Gamma \Rightarrow p\vec{x}} \qquad \text{L}\bot\ \frac{}{\bot, \Gamma \Rightarrow C}\ \text{(само за G3i)}$$

Логически правила (G3[mi])

$$\text{L}\wedge\ \frac{A, B, \Gamma \Rightarrow C}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow C} \qquad \text{R}\wedge\ \frac{\Gamma \Rightarrow A \qquad \Gamma \Rightarrow B}{\Gamma \Rightarrow A \wedge B}$$

$$\text{L}\vee\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow C \qquad B, \Gamma \Rightarrow C}{A \vee B, \Gamma \Rightarrow C} \qquad \text{R}\vee\ \frac{\Gamma \Rightarrow A_i}{\Gamma \Rightarrow A_0 \vee A_1}\ (i = 0, 1)$$

Секвенциално смятане: G3m, G3i

Аксиоми (G3[mi])

$$\text{Ax}\ \frac{}{p\vec{x}, \Gamma \Rightarrow p\vec{x}} \qquad\qquad \text{L}\bot\ \frac{}{\bot, \Gamma \Rightarrow C}\ (\text{само за G3i})$$

Логически правила (G3[mi])

$$\text{L}\wedge\ \frac{A, B, \Gamma \Rightarrow C}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow C} \qquad\qquad \text{R}\wedge\ \frac{\Gamma \Rightarrow A \qquad \Gamma \Rightarrow B}{\Gamma \Rightarrow A \wedge B}$$

$$\text{L}\vee\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow C \qquad B, \Gamma \Rightarrow C}{A \vee B, \Gamma \Rightarrow C} \qquad\qquad \text{R}\vee\ \frac{\Gamma \Rightarrow A_i}{\Gamma \Rightarrow A_0 \vee A_1}\ (i = 0, 1)$$

$$\text{L}\rightarrow\ \frac{A \rightarrow B, \Gamma \Rightarrow A \qquad B, \Gamma \Rightarrow C}{A \rightarrow B, \Gamma \Rightarrow C} \qquad\qquad \text{R}\rightarrow\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow B}{\Gamma \Rightarrow A \rightarrow B}$$

Секвенциално смятане: G3m, G3i

Аксиоми (G3[mi])

$$\text{Ax}\ \frac{}{p\vec{x}, \Gamma \Rightarrow p\vec{x}} \qquad \text{L}\bot\ \frac{}{\bot, \Gamma \Rightarrow C}\ \text{(само за G3i)}$$

Логически правила (G3[mi])

$$\text{L}\land\ \frac{A, B, \Gamma \Rightarrow C}{A \land B, \Gamma \Rightarrow C} \qquad \text{R}\land\ \frac{\Gamma \Rightarrow A \qquad \Gamma \Rightarrow B}{\Gamma \Rightarrow A \land B}$$

$$\text{L}\lor\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow C \qquad B, \Gamma \Rightarrow C}{A \lor B, \Gamma \Rightarrow C} \qquad \text{R}\lor\ \frac{\Gamma \Rightarrow A_i}{\Gamma \Rightarrow A_0 \lor A_1}\ (i = 0, 1)$$

$$\text{L}\rightarrow\ \frac{A \rightarrow B, \Gamma \Rightarrow A \qquad B, \Gamma \Rightarrow C}{A \rightarrow B, \Gamma \Rightarrow C} \qquad \text{R}\rightarrow\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow B}{\Gamma \Rightarrow A \rightarrow B}$$

$$\text{L}\forall\ \frac{\forall_x A, A[x \mapsto t], \Gamma \Rightarrow C}{\forall_x A, \Gamma \Rightarrow C} \qquad \text{R}\forall\ \frac{\Gamma \Rightarrow A}{\Gamma \Rightarrow \forall_x A}\ x \notin \text{FV}(\Gamma)$$

Секвенциално смятане: G3m, G3i

Аксиоми (G3[mi])

$$\mathrm{Ax}\ \frac{}{p\vec{x}, \Gamma \Rightarrow p\vec{x}} \qquad \mathrm{L}\bot\ \frac{}{\bot, \Gamma \Rightarrow C}\ \text{(само за G3i)}$$

Логически правила (G3[mi])

$$\mathrm{L}\wedge\ \frac{A, B, \Gamma \Rightarrow C}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow C} \qquad \mathrm{R}\wedge\ \frac{\Gamma \Rightarrow A \qquad \Gamma \Rightarrow B}{\Gamma \Rightarrow A \wedge B}$$

$$\mathrm{L}\vee\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow C \qquad B, \Gamma \Rightarrow C}{A \vee B, \Gamma \Rightarrow C} \qquad \mathrm{R}\vee\ \frac{\Gamma \Rightarrow A_i}{\Gamma \Rightarrow A_0 \vee A_1}\ (i = 0, 1)$$

$$\mathrm{L}\to\ \frac{A \to B, \Gamma \Rightarrow A \qquad B, \Gamma \Rightarrow C}{A \to B, \Gamma \Rightarrow C} \qquad \mathrm{R}\to\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow B}{\Gamma \Rightarrow A \to B}$$

$$\mathrm{L}\forall\ \frac{\forall_x A, A[x \mapsto t], \Gamma \Rightarrow C}{\forall_x A, \Gamma \Rightarrow C} \qquad \mathrm{R}\forall\ \frac{\Gamma \Rightarrow A}{\Gamma \Rightarrow \forall_x A}\ x \notin \mathrm{FV}(\Gamma)$$

$$\mathrm{L}\exists\ \frac{A, \Gamma \Rightarrow C}{\exists_x A, \Gamma \Rightarrow C}\ x \notin \mathrm{FV}(\Gamma, C) \qquad \mathrm{R}\exists\ \frac{\Gamma \Rightarrow A[x \mapsto t]}{\Gamma \Rightarrow \exists_x A}$$

Секвенциално смятане: Cut

$$(\mathrm{Cut})\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, C \qquad C, \Gamma' \Rightarrow \Delta'}{\Gamma \cup \Gamma' \Rightarrow \Delta \cup \Delta'}$$

Секвенциално смятане: Cut

$$(\mathrm{Cut})\ \frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, C \qquad C, \Gamma' \Rightarrow \Delta'}{\Gamma \cup \Gamma' \Rightarrow \Delta \cup \Delta'}$$

Теорема

Ако $G[123][mic] + Cut \vdash \Gamma \Rightarrow \Delta$, *то* $G[123][mic] \vdash \Gamma \Rightarrow \Delta$.

Системи за естествен извод: Nm, Ni, Nc

Доказателствата са дървета, чиито листа са формули, означени с етикети.

Системи за естествен извод: Nm, Ni, Nc

Доказателствата са дървета, чиито листа са формули, означени с етикети.
Всеки етикет може да се слага много пъти, но само на една и съща формула.

Системи за естествен извод: Nm, Ni, Nc

Доказателствата са дървета, чиито листа са формули, означени с етикети.
Всеки етикет може да се слага много пъти, но само на една и съща формула.

$$\to^+ \; \dfrac{\begin{matrix} \cancel{[A^u]} \\ \mid M \\ B \end{matrix}}{A \to B}\, u \qquad\qquad \to^- \; \dfrac{\begin{matrix} \mid M \\ A \to B \end{matrix} \qquad \begin{matrix} \mid N \\ A \end{matrix}}{B}$$

Системи за естествен извод: Nm, Ni, Nc

Доказателствата са дървета, чиито листа са формули, означени с етикети. Всеки етикет може да се слага много пъти, но само на една и съща формула.

$$\to^+ \ \dfrac{\begin{matrix}\cancel{[A^u]}\\ \mid M\\ B\end{matrix}}{A \to B}\ u \qquad\qquad \to^- \ \dfrac{\begin{matrix}\mid M\\ A \to B\end{matrix} \qquad \begin{matrix}\mid N\\ A\end{matrix}}{B}$$

$$\wedge^+ \ \dfrac{\begin{matrix}\mid M\\ A\end{matrix} \qquad \begin{matrix}\mid N\\ B\end{matrix}}{A \wedge B} \qquad\qquad \wedge^- \ \dfrac{\begin{matrix}\mid M\\ A_0 \wedge A_1\end{matrix}}{A_i}\ (i = 0, 1)$$

Системи за естествен извод: Nm, Ni, Nc

Доказателствата са дървета, чиито листа са формули, означени с етикети.
Всеки етикет може да се слага много пъти, но само на една и съща формула.

$$\to^{+}\;\dfrac{\begin{array}{c}\cancel{[A^{u}]}\\ \mid M\\ B\end{array}}{A \to B}\;u \qquad\qquad \to^{-}\;\dfrac{\begin{array}{c}\mid M\\ A \to B\end{array}\qquad \begin{array}{c}\mid N\\ A\end{array}}{B}$$

$$\wedge^{+}\;\dfrac{\begin{array}{c}\mid M\\ A\end{array}\qquad \begin{array}{c}\mid N\\ B\end{array}}{A \wedge B} \qquad\qquad \wedge^{-}\;\dfrac{\begin{array}{c}\mid M\\ A_0 \wedge A_1\end{array}}{A_i}\;(i = 0, 1)$$

$$\vee^{+}\;\dfrac{\begin{array}{c}\mid M\\ A_i\end{array}}{A_0 \vee A_1}\;(i = 0, 1) \qquad\qquad \vee^{-}\;\dfrac{\begin{array}{c}\mid \mathcal{P}\\ A \vee B\end{array}\qquad \begin{array}{c}\cancel{[A^{u}]}\\ \mid M\\ C\end{array}\qquad \begin{array}{c}\cancel{[B^{v}]}\\ \mid N\\ C\end{array}}{C}\;u, v$$

Системи за естествен извод: Nm, Ni, Nc

$$\forall^+ \frac{\begin{array}{c} \mid M \\ A \end{array}}{\forall_x A}\; x \notin FV(M) \qquad \forall^- \frac{\begin{array}{c} \mid M \\ \forall_x A \end{array} \qquad t}{A[x \mapsto t]}$$

Системи за естествен извод: Nm, Ni, Nc

$$\forall^+ \ \dfrac{\begin{array}{c}\mid M \\ A\end{array}}{\forall_x A}\ x \notin FV(M) \qquad \forall^- \ \dfrac{\begin{array}{c}\mid M \\ \forall_x A\end{array} \qquad t}{A[x \mapsto t]}$$

$$\exists^+ \ \dfrac{t \qquad \begin{array}{c}\mid M \\ A[x \mapsto t]\end{array}}{\exists_x A} \qquad \exists^- \ \dfrac{\begin{array}{c}\mid M \\ \exists_x A\end{array} \qquad \begin{array}{c}\cancel{[A^u]} \\ \mid N \\ C\end{array}}{C}\ u \quad x \notin \mathrm{FV}(N \setminus \{A^u\}) \cup \mathrm{FV}(C)$$

Системи за естествен извод: Nm, Ni, Nc

$$\forall^+ \; \dfrac{\begin{array}{c} \mid M \\ A \end{array}}{\forall_x A} \; x \notin FV(M) \qquad \forall^- \; \dfrac{\begin{array}{c} \mid M \\ \forall_x A \end{array} \qquad t}{A[x \mapsto t]}$$

$$\exists^+ \; \dfrac{t \qquad \begin{array}{c} \mid M \\ A[x \mapsto t] \end{array}}{\exists_x A} \qquad \exists^- \; \dfrac{\begin{array}{c} \mid M \\ \exists_x A \end{array} \qquad \begin{array}{c} \cancel{[A^u]} \\ \mid N \\ C \end{array}}{C} \, u \quad x \notin \mathrm{FV}(N \setminus \{A^u\}) \cup \mathrm{FV}(C)$$

$$\mathrm{Efq} \; \dfrac{\begin{array}{c} \mid M \\ \bot \end{array}}{A} \; \text{(само за Ni)}$$

Системи за естествен извод: Nm, Ni, Nc

$$\forall^+ \;\frac{\begin{array}{c} \mid M \\ A \end{array}}{\forall_x A}\; x \notin FV(M) \qquad\qquad \forall^- \;\frac{\begin{array}{c} \mid M \\ \forall_x A \end{array} \qquad t}{A[x \mapsto t]}$$

$$\exists^+ \;\frac{t \qquad \begin{array}{c} \mid M \\ A[x \mapsto t] \end{array}}{\exists_x A} \qquad\qquad \exists^- \;\frac{\begin{array}{c} \mid M \\ \exists_x A \end{array} \qquad \begin{array}{c} \cancel{[A^u]} \\ \mid N \\ C \end{array}}{C}\; u \quad x \notin \mathrm{FV}(N \setminus \{A^u\}) \cup \mathrm{FV}(C)$$

$$\mathrm{Efq} \;\frac{\begin{array}{c} \mid M \\ \bot \end{array}}{A} \text{ (само за Ni)} \qquad\qquad \mathrm{Stab} \;\frac{\begin{array}{c} \cancel{[\neg A^u]} \\ \mid M \\ \bot \end{array}}{A}\; u, \text{ (само за Nc)}$$