

ДОМАШНО № 1 ПО ДИСЦИПЛИНАТА “ДИСКРЕТНИ СТРУКТУРИ”  
ЗА СПЕЦИАЛНОСТ “КОМПЮТЪРНИ НАУКИ”, I КУРС, II ПОТОК,  
ЗИМЕН СЕМЕСТЪР НА 2016/2017 УЧ. Г. В СУ, ФМИ

Име: ..... Факултетен № ..... Група: .....

Задача	1	2	3	4	ОБЩО
получени точки					
максимум точки	10	10	10	10	40

**Забележка 1:** Всички отговори трябва да бъдат обосновани подробно.

**Забележка 2:** Не предавайте идентични решения дори когато работите заедно: идентичните решения ще бъдат анулирани!

**Задача 1.** Преченете дали е вярно следното твърдение:

$$\left(\forall A \in 2^{\mathbb{N}} \setminus \{\emptyset\}\right) \left(\exists x \in A\right) \left(x \text{ е четно} \rightarrow \left(\forall y \in A\right) (y \text{ е четно})\right).$$

**Задача 2.** Едно семейство от множества се нарича верига относно релацията включване, ако за всеки две различни множества  $A$  и  $B$  от семейството е в сила включването  $A \subset B$  или  $B \subset A$ .  
Постройте неизброима верига от подмножества на  $\mathbb{N}$ .

*Упътване:* Използвайте множеството  $\mathbb{Q}$  като посредник. Както е известно,  $\mathbb{Q}$  притежава две противоположни свойства:

- $\mathbb{Q}$  е изброимо, следователно е равномошно на  $\mathbb{N}$  (в този смисъл  $\mathbb{Q}$  е “малко” множество);
- $\mathbb{Q}$  е гъсто в  $\mathbb{R}$ , т.е. между всеки две различни реални числа има поне едно рационално число (в този смисъл  $\mathbb{Q}$  е “голямо” множество).

**Задача 3.** Разглеждаме функциите  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  и  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

а) Покажете с пример, че  $f \cup g$  може да не е функция. **(3 точки)**

б) Докажете, че  $h = f \cap g$  е функция.

Какво представлява дефиниционното множество на функцията  $h$ ? На колко е равно  $h(x)$ ?

Отговорете на горните два въпроса най-напред в общия случай, а после — в частния случай  $f(x) = x^3$  и  $g(x) = |x|^3$ . Направете чертеж. **(7 точки)**

**Задача 4.** Нека  $A$  е множество от селища, а  $R$  е двучленна релация над  $A$ , дефинирана по следния начин:  $xRy \iff$  от селището  $x$  до селището  $y$  може да се стигне по суша.

а) Докажете, че  $R$  е релация на еквивалентност. **(4 точки)**

б) Нека множеството  $A$  се състои от следните гръцки селища: Антипата, Аргостоли, Гувия, Закинт, Катастари, Кери, Керкира, Лефкими, Лиападес, Ликсури, Периволи, Сами, Скала. Опишете класовете на еквивалентност чрез явно изброяване **(3 точки)** и им дайте географско тълкуване. **(3 точки)**

*Упътване:* Използвайте картата на Йонийско море (вж. следващата страница).



**КАРТА НА  
ЙОНИЙСКИТЕ  
ОСТРОВИ**  
R. Votaw, August 7, 2007