

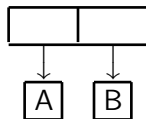
# Списъци

Трифон Трифонов

Функционално програмиране, спец. Информатика, 2016/17 г.

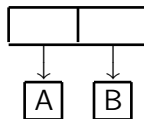
3–10 ноември 2016 г.

## Точкови двойки

 $(A \cdot B)$ 

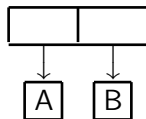
## Точкови двойки

(A . B)



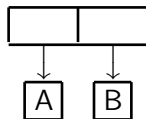
- (cons <израз<sub>1</sub>> <израз<sub>2</sub>>)

## Точкови двойки

 $(A . B)$ 

- `(cons <израз1> <израз2>)`
- Точкова двойка от оценките на <израз<sub>1</sub>> и <израз<sub>2</sub>>

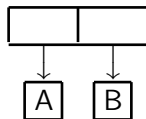
## Точкови двойки

 $(A . B)$ 

- `(cons <израз1> <израз2>)`
- Точкова двойка от оценките на `<израз1>` и `<израз2>`
- `(car <израз>)`

## Точкови двойки

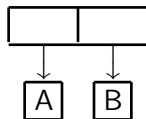
(A . B)



- (`cons` <израз<sub>1</sub>> <израз<sub>2</sub>>)
- Точкова двойка от оценките на <израз<sub>1</sub>> и <израз<sub>2</sub>>
- (`car` <израз>)
- **Първият** компонент на двойката, която е оценката на <израз>

## Точкови двойки

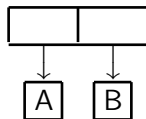
(A . B)



- (cons <израз<sub>1</sub>> <израз<sub>2</sub>>)
- Точкова двойка от оценките на <израз<sub>1</sub>> и <израз<sub>2</sub>>
- (car <израз>)
- **Първият** компонент на двойката, която е оценката на <израз>
- (cdr <израз>)

## Точкови двойки

(A . B)

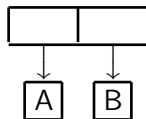


- (cons <израз<sub>1</sub>> <израз<sub>2</sub>>)
- Точкова двойка от оценките на <израз<sub>1</sub>> и <израз<sub>2</sub>>
- (car <израз>)
- **Първият** компонент на двойката, която е оценката на <израз>
- (cdr <израз>)
- **Вторият** компонент на двойката, която е оценката на <израз>



## Точкови двойки

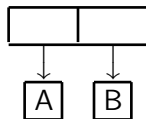
(A . B)



- (cons <израз<sub>1</sub>> <израз<sub>2</sub>>)
- Точкова двойка от оценките на <израз<sub>1</sub>> и <израз<sub>2</sub>>
- (car <израз>)
- **Първият** компонент на двойката, която е оценката на <израз>
- (cdr <израз>)
- **Вторият** компонент на двойката, която е оценката на <израз>
- (pair? <израз>)

## Точкови двойки

(A . B)



- (`cons` <израз<sub>1</sub>> <израз<sub>2</sub>>)
- Точкова двойка от оценките на <израз<sub>1</sub>> и <израз<sub>2</sub>>
- (`car` <израз>)
- **Първият** компонент на двойката, която е оценката на <израз>
- (`cdr` <израз>)
- **Вторият** компонент на двойката, която е оценката на <израз>
- (`pair?` <израз>)
- Проверява дали оценката на <израз> е точкова двойка

## Примери

```
(cons (cons 2 3) (cons 8 13))
```



```
((2 . 3) . (8 . 13))
```

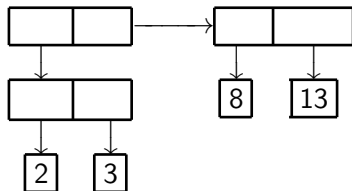
## Примери

```
(cons (cons 2 3) (cons 8 13))
```

```

      ↓
((2 . 3) . (8 . 13))

```



## Примери

```
(cons (cons 2 3) (cons 8 13))
```

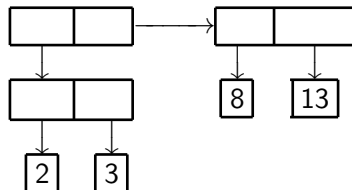
↓

```
((2 . 3) . (8 . 13))
```

```
(cons 3 (cons (cons 13 21) 8))
```

↓

```
(3 . ((13 . 21) . 8))
```



## Примери

```
(cons (cons 2 3) (cons 8 13))
```

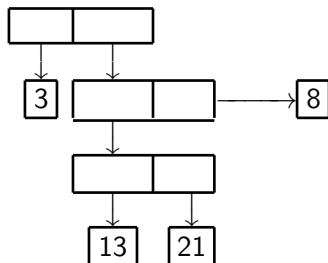
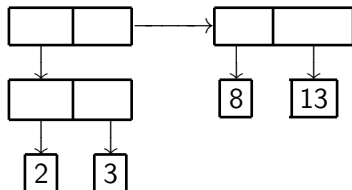
↓

```
((2 . 3) . (8 . 13))
```

```
(cons 3 (cons (cons 13 21) 8))
```

↓

```
(3 . ((13 . 21) . 8))
```



# S-изрази

## Дефиниция

S-израз наричаме:

- атоми (булеви, числа, знаци, символи, низове, функции)
- точкови двойки ( $S_1 \ . \ S_2$ ), където  $S_1$  и  $S_2$  са S-изрази

# S-изрази

## Дефиниция

S-израз наричаме:

- атоми (булеви, числа, знаци, символи, низове, функции)
- точкови двойки ( $S_1 . S_2$ ), където  $S_1$  и  $S_2$  са S-изрази

S-изразите са най-общият тип данни в Scheme.

С тяхна помощ могат да се дефинират произволно сложни структури от данни.



# All you need is $\lambda$ — точкови двойки

Можем да симулираме `cons`, `car` и `cdr` чрез `lambda`!

# All you need is $\lambda$ — точкови двойки

Можем да симулираме `cons`, `car` и `cdr` чрез `lambda`!

## Вариант №1:

```
(define (lcons x y) (lambda (p) (if p x y)))  
(define (lcar z) (z #t))  
(define (lcdr z) (z #f))
```

# All you need is $\lambda$ — точкови двойки

Можем да симулираме `cons`, `car` и `cdr` чрез `lambda`!

## Вариант №1:

```
(define (lcons x y) (lambda (p) (if p x y)))  
(define (lcar z) (z #t))  
(define (lcdr z) (z #f))
```

## Вариант №2:

```
(define (lcons x y) (lambda (p) (p x y)))  
(define (lcar z) (z (lambda (x y) x)))  
(define (lcdr z) (z (lambda (x y) y)))
```

# Списъци в Scheme

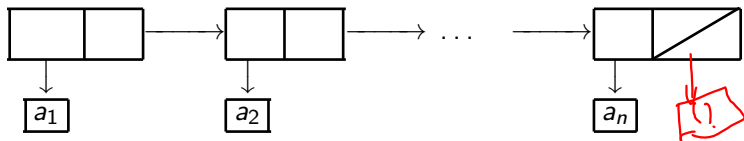
## Дефиниция

- 1 Празният списък `()` е списък
- 2 `(h . t)` е списък ако `t` е списък
  - `h` — глава на списъка
  - `t` — опашка на списъка

## Списъци в Scheme

## Дефиниция

- 1 Празният списък  $()$  е списък
- 2  $(h . t)$  е списък ако  $t$  е списък
  - $h$  — глава на списъка
  - $t$  — опашка на списъка



$$(a_1 . (a_2 . ( \dots ( a_n . () ) ) ) ) \iff (a_1 a_2 \dots a_n)$$

# Вградени функции за списъци

- (`null? <израз>`) — дали `<израз>` е празният списък (`()`)

## Вградени функции за списъци

- `(null? <израз>)` — дали <израз> е празният списък `()`
- `(list? <израз>)` — дали <израз> е списък

# Вградени функции за списъци

- `(null? <израз>)` — дали <израз> е празният списък `()`
- `(list? <израз>)` — дали <израз> е списък
  - `(define (list? l) (or (null? l) (and (pair? l) (list? (cdr l))))))`



## Вградени функции за списъци

- `(null? <израз>)` — дали <израз> е празният списък `()`
- `(list? <израз>)` — дали <израз> е списък
  - `(define (list? 1) (or (null? 1) (and (pair? 1) (list? (cdr 1))))))`
- `(list {<израз>})` — построява списък с елементи <израз>

# Вградени функции за списъци

- `(null? <израз>)` — дали <израз> е празният списък `()`
- `(list? <израз>)` — дали <израз> е списък
  - `(define (list? l) (or (null? l) (and (pair? l) (list? (cdr l))))))`
- `(list {<израз>})` — построява списък с елементи <израз>
- `(list <израз1> <израз2> ... <изразn>)`  $\iff$   
`(cons <израз1> (cons <израз2> ... (cons <изразn> '())))`

# Вградени функции за списъци

- `(null? <израз>)` — дали <израз> е празният списък `()`
- `(list? <израз>)` — дали <израз> е списък
  - `(define (list? l) (or (null? l) (and (pair? l) (list? (cdr l))))))`
- `(list {<израз>})` — построява списък с елементи <израз>
- `(list <израз1> <израз2> ... <изразn>)`  $\iff$   
`(cons <израз1> (cons <израз2> ... (cons <изразn> '())))`
- `(cons <глава> <опашка>)` — списък с <глава> и <опашка>

# Вградени функции за списъци

- `(null? <израз>)` — дали <израз> е празният списък `()`
- `(list? <израз>)` — дали <израз> е списък
  - `(define (list? l) (or (null? l) (and (pair? l) (list? (cdr l))))))`
- `(list {<израз>})` — построява списък с елементи <израз>
- `(list <израз1> <израз2> ... <изразn>)`  $\iff$   
`(cons <израз1> (cons <израз2> ... (cons <изразn> '())))`
- `(cons <глава> <опашка>)` — списък с <глава> и <опашка>
- `(car <списък>)` — главата на <списък>

# Вградени функции за списъци

- `(null? <израз>)` — дали <израз> е празният списък `()`
- `(list? <израз>)` — дали <израз> е списък
  - `(define (list? l) (or (null? l) (and (pair? l) (list? (cdr l))))))`
- `(list {<израз>})` — построява списък с елементи <израз>
- `(list <израз1> <израз2> ... <изразn>)`  $\iff$   
`(cons <израз1> (cons <израз2> ... (cons <изразn> '())))`
- `(cons <глава> <опашка>)` — списък с <глава> и <опашка>
- `(car <списък>)` — главата на <списък>
- `(cdr <списък>)` — опашката на <списък>

# Вградени функции за списъци

- `(null? <израз>)` — дали <израз> е празният списък `()`
- `(list? <израз>)` — дали <израз> е списък
  - `(define (list? l) (or (null? l) (and (pair? l) (list? (cdr l))))))`
- `(list {<израз>})` — построява списък с елементи <израз>
- `(list <израз1> <израз2> ... <изразn>)`  $\iff$   
`(cons <израз1> (cons <израз2> ... (cons <изразn> '())))`
- `(cons <глава> <опашка>)` — списък с <глава> и <опашка>
- `(car <списък>)` — главата на <списък>
- `(cdr <списък>)` — опашката на <списък>
- `()` не е точкова двойка!

# Вградени функции за списъци

- `(null? <израз>)` — дали <израз> е празният списък `()`
- `(list? <израз>)` — дали <израз> е списък
  - `(define (list? l) (or (null? l) (and (pair? l) (list? (cdr l)))))`
- `(list {<израз>})` — построява списък с елементи <израз>
- `(list <израз1> <израз2> ... <изразn>)`  $\iff$   
`(cons <израз1> (cons <израз2> ... (cons <изразn> '())))`
- `(cons <глава> <опашка>)` — списък с <глава> и <опашка>
- `(car <списък>)` — главата на <списък>
- `(cdr <списък>)` — опашката на <списък>
- `()` не е точкова двойка!
- `(car '())`  $\rightarrow$  Грешка!, `(cdr '())`  $\rightarrow$  Грешка!

# Съкратени форми на car и cdr

Нека  $l = (a_1 a_2 a_3 \dots a_n)$ .

- $(\text{car } l) \rightarrow a_1$



# Съкратени форми на car и cdr

Нека  $l = (a_1 a_2 a_3 \dots a_n)$ .

- $(\text{car } l) \rightarrow a_1$
- $(\text{cdr } l) \rightarrow (a_2 a_3 \dots a_n)$

# Съкратени форми на car и cdr

Нека  $l = (a_1 a_2 a_3 \dots a_n)$ .

- $(\text{car } l) \rightarrow a_1$
- $(\text{cdr } l) \rightarrow (a_2 a_3 \dots a_n)$
- $(\text{car } (\text{cdr } l)) \rightarrow ? \leftarrow (\text{cadr } l)$

# Съкратени форми на car и cdr

Нека  $l = (a_1 a_2 a_3 \dots a_n)$ .

- $(\text{car } l) \rightarrow a_1$
- $(\text{cdr } l) \rightarrow (a_2 a_3 \dots a_n)$
- $(\text{car } (\text{cdr } l)) \rightarrow a_2 \leftarrow (\text{cadr } l)$

# Съкратени форми на car и cdr

Нека  $l = (a_1 a_2 a_3 \dots a_n)$ .

- $(\text{car } l) \rightarrow a_1$
- $(\text{cdr } l) \rightarrow (a_2 a_3 \dots a_n)$
- $(\text{car } (\text{cdr } l)) \rightarrow a_2 \leftarrow (\text{cadr } l)$
- $(\text{cdr } (\text{cdr } l)) \rightarrow ? \leftarrow (\text{caddr } l)$

# Съкратени форми на car и cdr

Нека  $l = (a_1 a_2 a_3 \dots a_n)$ .

- $(\text{car } l) \rightarrow a_1$
- $(\text{cdr } l) \rightarrow (a_2 a_3 \dots a_n)$
- $(\text{car } (\text{cdr } l)) \rightarrow a_2 \leftarrow (\text{cadr } l)$
- $(\text{cdr } (\text{cdr } l)) \rightarrow (a_3 \dots a_n) \leftarrow (\text{caddr } l)$

# Съкратени форми на car и cdr

Нека  $l = (a_1 a_2 a_3 \dots a_n)$ .

- $(\text{car } l) \rightarrow a_1$
- $(\text{cdr } l) \rightarrow (a_2 a_3 \dots a_n)$
- $(\text{car } (\text{cdr } l)) \rightarrow a_2 \leftarrow (\text{cadr } l)$
- $(\text{cdr } (\text{cdr } l)) \rightarrow (a_3 \dots a_n) \leftarrow (\text{cddr } l)$
- $(\text{car } (\text{cdr } (\text{cdr } l))) \rightarrow ? \leftarrow (\text{caddr } l)$

# Съкратени форми на car и cdr

Нека  $l = (a_1 a_2 a_3 \dots a_n)$ .

- $(\text{car } l) \rightarrow a_1$
- $(\text{cdr } l) \rightarrow (a_2 a_3 \dots a_n)$
- $(\text{car } (\text{cdr } l)) \rightarrow a_2 \leftarrow (\text{cadr } l)$
- $(\text{cdr } (\text{cdr } l)) \rightarrow (a_3 \dots a_n) \leftarrow (\text{cddr } l)$
- $(\text{car } (\text{cdr } (\text{cdr } l))) \rightarrow a_3 \leftarrow (\text{caddr } l)$

# Съкратени форми на car и cdr

Нека  $l = (a_1 a_2 a_3 \dots a_n)$ .

- $(\text{car } l) \rightarrow a_1$
- $(\text{cdr } l) \rightarrow (a_2 a_3 \dots a_n)$
- $(\text{car } (\text{cdr } l)) \rightarrow a_2 \leftarrow (\text{cadr } l)$
- $(\text{cdr } (\text{cdr } l)) \rightarrow (a_3 \dots a_n) \leftarrow (\text{cddr } l)$
- $(\text{car } (\text{cdr } (\text{cdr } l))) \rightarrow a_3 \leftarrow (\text{caddr } l)$
- имаме съкратени форми за до 4 последователни прилагания на car и cdr



## Форми на равенство в Scheme

- `(eq? <израз1> <израз2>)` — връща `#t` точно тогава, когато оценките на `<израз1>` `<израз2>` заемат едно и също място в паметта

## Форми на равенство в Scheme

- `(eq? <израз1> <израз2>)` — връща `#t` точно тогава, когато оценките на `<израз1>` `<израз2>` заемат едно и също място в паметта
- `(eqv? <израз1> <израз2>)` — връща `#t` точно тогава, когато оценките на `<израз1>` и `<израз2>` заемат едно и също място в паметта или са едни и същи по стойност **атоми** (дори и да заемат различно място в паметта)

## Форми на равенство в Scheme

- `(eq? <израз1> <израз2>)` — връща `#t` точно тогава, когато оценките на `<израз1>` `<израз2>` заемат едно и също място в паметта
- `(eqv? <израз1> <израз2>)` — връща `#t` точно тогава, когато оценките на `<израз1>` и `<израз2>` заемат едно и също място в паметта или са едни и същи по стойност **атоми** (дори и да заемат различно място в паметта)
  - Ако `(eq? <израз1> <израз2>)`,  
то със сигурност `(eqv? <израз1> <израз2>)`

## Форми на равенство в Scheme

- `(eq? <израз1> <израз2>)` — връща `#t` точно тогава, когато оценките на `<израз1>` `<израз2>` заемат едно и също място в паметта
- `(eqv? <израз1> <израз2>)` — връща `#t` точно тогава, когато оценките на `<израз1>` и `<израз2>` заемат едно и също място в паметта или са едни и същи по стойност **атоми** (дори и да заемат различно място в паметта)
  - Ако `(eq? <израз1> <израз2>)`,  
то със сигурност `(eqv? <израз1> <израз2>)`
- `(equal? <израз1> <израз2>)` — връща `#t` точно тогава, когато оценките на `<израз1>` и `<израз2>` са едни и същи по стойност **атоми** или **точкови двойки**, чиито компоненти са равни в смисъла на `equal?`

## Форми на равенство в Scheme

- `(eq? <израз1> <израз2>)` — връща `#t` точно тогава, когато оценките на `<израз1>` `<израз2>` заемат едно и също място в паметта
- `(eqv? <израз1> <израз2>)` — връща `#t` точно тогава, когато оценките на `<израз1>` и `<израз2>` заемат едно и също място в паметта или са едни и същи по стойност **атоми** (дори и да заемат различно място в паметта)
  - Ако `(eq? <израз1> <израз2>)`, то със сигурност `(eqv? <израз1> <израз2>)`
- `(equal? <израз1> <израз2>)` — връща `#t` точно тогава, когато оценките на `<израз1>` и `<израз2>` са едни и същи по стойност **атоми** или **точкови двойки**, чиито компоненти са равни в смисъла на `equal?`
  - В частност, `equal?` проверява за равенство на списъци

## Форми на равенство в Scheme

- `(eq? <израз1> <израз2>)` — връща `#t` точно тогава, когато оценките на `<израз1>` `<израз2>` заемат едно и също място в паметта
- `(eqv? <израз1> <израз2>)` — връща `#t` точно тогава, когато оценките на `<израз1>` и `<израз2>` заемат едно и също място в паметта или са едни и същи по стойност **атоми** (дори и да заемат различно място в паметта)
  - Ако `(eq? <израз1> <израз2>)`,  
то със сигурност `(eqv? <израз1> <израз2>)`
- `(equal? <израз1> <израз2>)` — връща `#t` точно тогава, когато оценките на `<израз1>` и `<израз2>` са едни и същи по стойност **атоми** или **точкови двойки**, чиито компоненти са равни в смисъла на `equal?`
  - В частност, `equal?` проверява за равенство на списъци
  - Ако `(eqv? <израз1> <израз2>)`,  
то със сигурност `(equal? <израз1> <израз2>)`

# Вградени функции за списъци

- (`length` <списък>) — връща дължината на <списък>

## Вградени функции за списъци

- (**length** <списък>) — връща дължината на <списък>
- (**append** {<списък>}) — конкатенира всички <списък>



## Вградени функции за списъци

- `(length <списък>)` — връща дължината на <списък>
- `(append {<списък>})` — конкатенира всички <списък>
- `(reverse <списък>)` — елементите на <списък> в обратен ред

## Вградени функции за списъци

- `(length <списък>)` — връща дължината на <списък>
- `(append {<списък>})` — конкатенира всички <списък>
- `(reverse <списък>)` — елементите на <списък> в обратен ред
- `(list-tail <списък> n)` — елементите на <списък> без първите n

## Вградени функции за списъци

- `(length <списък>)` — връща дължината на <списък>
- `(append {<списък>})` — конкатенира всички <списък>
- `(reverse <списък>)` — елементите на <списък> в обратен ред
- `(list-tail <списък> n)` — елементите на <списък> без първите n
- `(list-ref <списък> n)` — n-ти елемент на <списък> (от 0)

## Вградени функции за списъци

- `(length <списък>)` — връща дължината на <списък>
- `(append {<списък>})` — конкатенира всички <списък>
- `(reverse <списък>)` — елементите на <списък> в обратен ред
- `(list-tail <списък> n)` — елементите на <списък> без първите n
- `(list-ref <списък> n)` — n-ти елемент на <списък> (от 0)
- `(member <елемент> <списък>)` — проверява дали <елемент> се среща в <списък>

## Вградени функции за списъци

- `(length <списък>)` — връща дължината на <списък>
- `(append {<списък>})` — конкатенира всички <списък>
- `(reverse <списък>)` — елементите на <списък> в обратен ред
- `(list-tail <списък> n)` — елементите на <списък> без първите n
- `(list-ref <списък> n)` — n-ти елемент на <списък> (от 0)
- `(member <елемент> <списък>)` — проверява дали <елемент> се среща в <списък>
  - По-точно, връща <списък> от <елемент> нататък, ако го има

# Вградени функции за списъци

- `(length <списък>)` — връща дължината на <списък>
- `(append {<списък>})` — конкатенира всички <списък>
- `(reverse <списък>)` — елементите на <списък> в обратен ред
- `(list-tail <списък> n)` — елементите на <списък> без първите n
- `(list-ref <списък> n)` — n-ти елемент на <списък> (от 0)
- `(member <елемент> <списък>)` — проверява дали <елемент> се среща в <списък>
  - По-точно, връща <списък> от <елемент> нататък, ако го има
  - Връща #f, ако <елемент> го няма в <списък>

# Вградени функции за списъци

- `(length <списък>)` — връща дължината на <списък>
- `(append {<списък>})` — конкатенира всички <списък>
- `(reverse <списък>)` — елементите на <списък> в обратен ред
- `(list-tail <списък> n)` — елементите на <списък> без първите n
- `(list-ref <списък> n)` — n-ти елемент на <списък> (от 0)
- `(member <елемент> <списък>)` — проверява дали <елемент> се среща в <списък>
  - По-точно, връща <списък> от <елемент> нататък, ако го има
  - Връща #f, ако <елемент> го няма в <списък>
  - Сравнението на елементи става с `equal?`

## Вградени функции за списъци

- `(length <списък>)` — връща дължината на <списък>
- `(append {<списък>})` — конкатенира всички <списък>
- `(reverse <списък>)` — елементите на <списък> в обратен ред
- `(list-tail <списък> n)` — елементите на <списък> без първите n
- `(list-ref <списък> n)` — n-ти елемент на <списък> (от 0)
- `(member <елемент> <списък>)` — проверява дали <елемент> се среща в <списък>
  - По-точно, връща <списък> от <елемент> нататък, ако го има
  - Връща #f, ако <елемент> го няма в <списък>
  - Сравнението на елементи става с `equal?`
- `(memq <елемент> <списък>)` — като `member`, но сравнява с `eqv?`



# Вградени функции за списъци

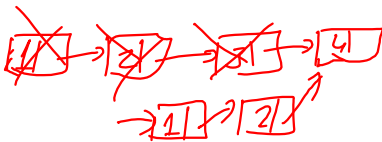
- `(length <списък>)` — връща дължината на <списък>
- `(append {<списък>})` — конкатенира всички <списък>
- `(reverse <списък>)` — елементите на <списък> в обратен ред
- `(list-tail <списък> n)` — елементите на <списък> без първите n
- `(list-ref <списък> n)` — n-ти елемент на <списък> (от 0)
- `(member <елемент> <списък>)` — проверява дали <елемент> се среща в <списък>
  - По-точно, връща <списък> от <елемент> нататък, ако го има
  - Връща #f, ако <елемент> го няма в <списък>
  - Сравнението на елементи става с `equal?`
- `(memqv <елемент> <списък>)` — като `member`, но сравнява с `eqv?`
- `(memq <елемент> <списък>)` — като `member`, но сравнява с `eq?`

## Обхождане на списъци

При обхождане на `l`:

- Ако `l` е празен, връщаме базова стойност (**дъно**)
- Иначе, комбинираме главата (`car l`) с резултата от рекурсивното извикване над опашката (`cdr l`) (**стъпка**)

# Обхождане на списъци



При обхождане на `l`:

- Ако `l` е празен, връщаме базова стойност (дъно)
- Иначе, комбинираме главата (`car l`) с резултата от рекурсивното извикване над опашката (`cdr l`) (стъпка)

**Примери:** `length`, `list-tail`, `list-ref`, `member`, `memq`, `memv`

# Конструиране на списъци

Използваме рекурсия по даден параметър (напр. число, списък...)

- На дъното връщаме фиксиран списък (например `()`)
- На стъпката построяваме с `cons` списък със съответната глава, а опашката строим чрез рекурсивно извикване на същата функция

## Конструиране на списъци



Използваме рекурсия по даден параметър (напр. число, списък...)

- На дъното връщаме фиксиран списък (например ())
- На стъпката построяваме с `cons` списък със съответната глава, а опашката строим чрез рекурсивно извикване на същата функция

Примери: `from-to`, `collect`, `append`, `reverse`

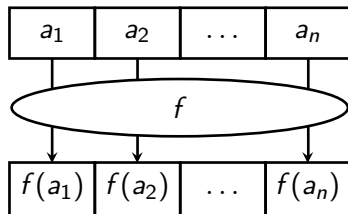


## Изобразяване на списък (map)

Да се дефинира функция (`map <функция> <списък>`), която връща нов списък съставен от елементите на `<списък>`, върху всеки от които е приложена `<функция>`.

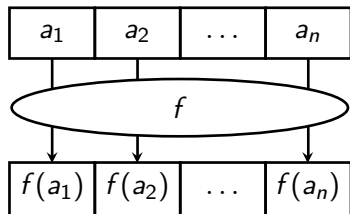
## Изобразяване на списък (map)

Да се дефинира функция (**map** <функция> <списък>), която връща нов списък съставен от елементите на <списък>, върху всеки от които е приложена <функция>.



## Изобразяване на списък (map)

Да се дефинира функция (`map <функция> <списък>`), която връща нов списък съставен от елементите на `<списък>`, върху всеки от които е приложена `<функция>`.



```
(define (map f l)
  (if (null? l) '()
      (cons (f (car l)) (map f (cdr l)))))
```



Изобразяване на списък (`map`) — примери

```
(define (map f l)
  (if (null? l) '()
      (cons (f (car l)) (map f (cdr l)))))
```

- (`map square '(1 2 3)`)  $\rightarrow$  ?

Изобразяване на списък (`map`) — примери

```
(define (map f l)
  (if (null? l) '()
      (cons (f (car l)) (map f (cdr l)))))
```

- (`map square '(1 2 3)`)  $\longrightarrow$  (1 4 9)

Изобразяване на списък (`map`) — примери

```
(define (map f l)
  (if (null? l) '()
      (cons (f (car l)) (map f (cdr l)))))
```

- `(map square '(1 2 3))`  $\rightarrow$  `(1 4 9)`
- `(map cadr '((a b c) (d e f) (g h i)))`  $\rightarrow$  ?

## Изобразяване на списък (map) — примери

```
(define (map f l)
  (if (null? l) '()
      (cons (f (car l)) (map f (cdr l)))))
```

- (map square '(1 2 3))  $\rightarrow$  (1 4 9)
- (map cadr '((a b) c) (d e) f) (g h) i)))  $\rightarrow$  (b e h)

Изобразяване на списък (`map`) — примери

```
(define (map f l)
  (if (null? l) '()
      (cons (f (car l)) (map f (cdr l)))))
```

- `(map square '(1 2 3))`  $\rightarrow$  `(1 4 9)`
- `(map cadr '((a b c) (d e f) (g h i)))`  $\rightarrow$  `(b e h)`
- `(map (lambda (f) (f 2)) (list square 1+ odd?))`  $\rightarrow$  ?

Изобразяване на списък (`map`) — примери

```
(define (map f l)
  (if (null? l) '()
      (cons (f (car l)) (map f (cdr l)))))
```

- `(map square '(1 2 3))`  $\longrightarrow$  `(1 4 9)`
- `(map cadr '((a b c) (d e f) (g h i)))`  $\longrightarrow$  `(b e h)`
- `(map (lambda (f) (f 2)) (list square 1+ odd?))`  $\longrightarrow$  `(4 3 #f)`

Изобразяване на списък (`map`) — примери

```
(define (map f l)
  (if (null? l) '()
      (cons (f (car l)) (map f (cdr l)))))
```

- `(map square '(1 2 3))`  $\rightarrow$  `(1 4 9)`
- `(map cadr '((a b c) (d e f) (g h i)))`  $\rightarrow$  `(b e h)`
- `(map (lambda (f) (f 2)) (list square 1+ odd?))`  $\rightarrow$  `(4 3 #f)`
- `(map (lambda (f) (f 2)) (map twice (list square 1+ boolean?)))`  $\rightarrow$  ?

Изобразяване на списък (`map`) — примери

```
(define (map f l)
  (if (null? l) '()
      (cons (f (car l)) (map f (cdr l)))))
```

- `(map square '(1 2 3))`  $\longrightarrow$  `(1 4 9)`
- `(map cadr '((a b c) (d e f) (g h i)))`  $\longrightarrow$  `(b e h)`
- `(map (lambda (f) (f 2)) (list square 1+ odd?))`  $\longrightarrow$  `(4 3 #f)`
- `(map (lambda (f) (f 2)) (map twice (list square 1+ boolean?)))`  $\longrightarrow$  `(16 4 #t)`

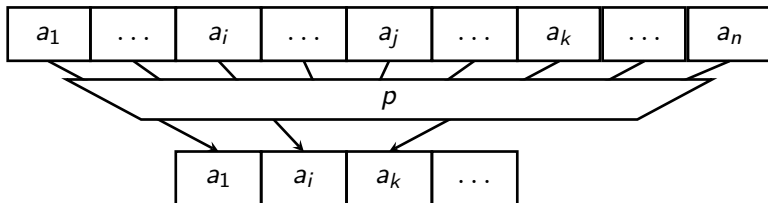


## Филтриране на списък (filter)

Да се дефинира функция (`filter` `<условие>` `<списък>`), която връща само тези от елементите на `<списък>`, които удовлетворяват `<условие>`.

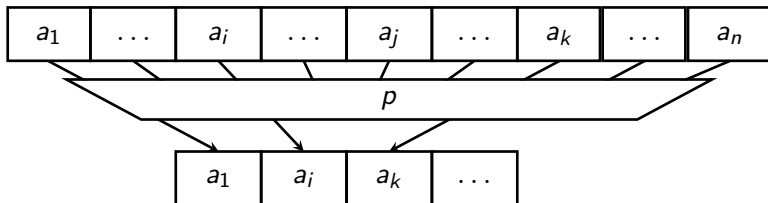
## Филтриране на списък (filter)

Да се дефинира функция (**filter** <условие> <списък>), която връща само тези от елементите на <списък>, които удовлетворяват <условие>.



## Филтриране на списък (filter)

Да се дефинира функция (**filter** <условие> <списък>), която връща само тези от елементите на <списък>, които удовлетворяват <условие>.



```
(define (filter p? l)
  (cond ((null? l) l)
        ((p? (car l)) (cons (car l) (filter p? (cdr l))))
        (else (filter p? (cdr l)))))
```

## Филтриране на списък (filter)

```
(define (filter p? l)
  (cond ((null? l) l)
        ((p? (car l)) (cons (car l) (filter p? (cdr l))))
        (else (filter p? (cdr l)))))
```

- (filter odd? '(1 2 3 4 5)) → ?

## Филтриране на списък (filter)

```
(define (filter p? l)
  (cond ((null? l) l)
        ((p? (car l)) (cons (car l) (filter p? (cdr l))))
        (else (filter p? (cdr l)))))
```

- (filter odd? '(1 2 3 4 5))  $\rightarrow$  (1 3 5)

## Филтриране на списък (filter)

```
(define (filter p? l)
  (cond ((null? l) l)
        ((p? (car l)) (cons (car l) (filter p? (cdr l))))
        (else (filter p? (cdr l)))))
```

- (filter odd? '(1 2 3 4 5)) → (1 3 5)
- (filter pair? '((a b) c () d (e))) → ?

## Филтриране на списък (filter)

```
(define (filter p? l)
  (cond ((null? l) l)
        ((p? (car l)) (cons (car l) (filter p? (cdr l))))
        (else (filter p? (cdr l)))))
```

- (filter odd? '(1 2 3 4 5)) → (1 3 5)
- (filter pair? '((a b) c () d (e))) → ((a b) (e))



## Филтриране на списък (filter)

```
(define (filter p? l)
  (cond ((null? l) l)
        ((p? (car l)) (cons (car l) (filter p? (cdr l))))
        (else (filter p? (cdr l)))))
```

- `(filter odd? '(1 2 3 4 5))`  $\rightarrow$  `(1 3 5)`
- `(filter pair? '((a b) c () d (e)))`  $\rightarrow$  `((a b) (e))`
- `(map (lambda (x) (filter even? x)) '((1 2 3) (4 5 6) (7 8 9)))`  $\rightarrow$  ?



## Филтриране на списък (filter)

```
(define (filter p? l)
  (cond ((null? l) l)
        ((p? (car l)) (cons (car l) (filter p? (cdr l))))
        (else (filter p? (cdr l)))))
```

- (filter odd? '(1 2 3 4 5)) → (1 3 5)
- (filter pair? '((a b) c () d (e))) → ((a b) (e))
- (map (lambda (x) (filter even? x)) '((1 2 3) (4 5 6) (7 8 9))) → ((2) (4 6) (8))

## Филтриране на списък (filter)

```
(define (filter p? l)
  (cond ((null? l) l)
        ((p? (car l)) (cons (car l) (filter p? (cdr l))))
        (else (filter p? (cdr l)))))
```

- (filter odd? '(1 2 3 4 5)) → (1 3 5)
- (filter pair? '((a b) c () d (e))) → ((a b) (e))
- (map (lambda (x) (filter even? x)) '((1 2 3) (4 5 6) (7 8 9))) → ((2) (4 6) (8))
- (map (lambda (x) (map (lambda (f) (filter f x)) (list negative? zero? positive?))) '((-2 1 0) (1 4 -1) (0 0 1))) →

## Филтриране на списък (filter)

$\forall x \forall f \text{ filter } f \times$ 
  
`(define (filter p? l)`
  
 `(cond ((null? l) l)`
  
 `((p? (car l)) (cons (car l) (filter p? (cdr l))))`
  
 `(else (filter p? (cdr l)))))`

- `(filter odd? '(1 2 3 4 5))`  $\rightarrow$  `(1 3 5)`
- `(filter pair? '((a b) c () d (e)))`  $\rightarrow$  `((a b) (e))`
- `(map (lambda (x) (filter even? x)) '((1 2 3) (4 5 6) (7 8 9)))`  $\rightarrow$  `((2) (4 6) (8))`
- `(map (lambda (x) (map (lambda (f) (filter f x)) (list negative? zero? positive?))) '((-2 1 0) (1 4 -1) (0 0 1)))`  $\rightarrow$  `(((-2) (0) (1)) ((-1) ()) (1 4)) (() (0 0) (1)))`

## Дясно свиване (foldr)

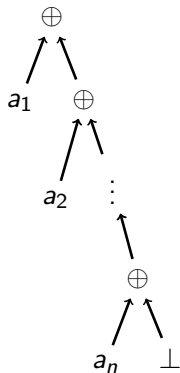
Да се дефинира функция, която по даден списък  $l = (a_1 a_2 a_3 \dots a_n)$  пресмята:

$$a_1 \oplus \left( a_2 \oplus \left( \dots \oplus \left( a_n \oplus \perp \right) \dots \right) \right),$$

## Дясно свиване (foldr)

Да се дефинира функция, която по даден списък  $l = (a_1 a_2 a_3 \dots a_n)$  пресмята:

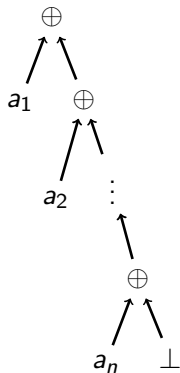
$$a_1 \oplus (a_2 \oplus (\dots \oplus (a_n \oplus \perp) \dots)),$$



## Дясно свиване (foldr)

Да се дефинира функция, която по даден списък  $l = (a_1 a_2 a_3 \dots a_n)$  пресмята:

$$a_1 \oplus (a_2 \oplus (\dots \oplus (a_n \oplus \perp) \dots)),$$



```
(define (foldr op nv l)
  (if (null? l) nv
      (op (car l) (foldr op nv (cdr l))))))
```

## Дясно свиване (foldr) — примери

```
(define (foldr op nv l)
  (if (null? l) nv
      (op (car l) (foldr op nv (cdr l)))))
```

- (foldr \* 1 (from-to 1 5)) → ?

## Дясно свиване (foldr) — примери

```
(define (foldr op nv l)
  (if (null? l) nv
      (op (car l) (foldr op nv (cdr l)))))
```

- (foldr \* 1 (from-to 1 5))  $\rightarrow$  120



## Дясно свиване (foldr) — примери

```
(define (foldr op nv l)
  (if (null? l) nv
      (op (car l) (foldr op nv (cdr l)))))
```

- (foldr \* 1 (from-to 1 5))  $\rightarrow$  120
- (foldr + 0 (map square (filter odd? (from-to 1 5))))  $\rightarrow$  ?

## Дясно свиване (foldr) — примери

```
(define (foldr op nv l)
  (if (null? l) nv
      (op (car l) (foldr op nv (cdr l)))))
```

- (foldr \* 1 (from-to 1 5))  $\rightarrow$  120
- (foldr + 0 (map square (filter odd? (from-to 1 5))))  $\rightarrow$  35

## Дясно свиване (foldr) — примери

```
(define (foldr op nv l)
  (if (null? l) nv
      (op (car l) (foldr op nv (cdr l))))))
```

- (foldr \* 1 (from-to 1 5))  $\rightarrow$  120
- (foldr + 0 (map square (filter odd? (from-to 1 5))))  $\rightarrow$  35
- (foldr cons '() '(1 5 10))  $\rightarrow$  ?



## Дясно свиване (foldr) — примери

```
(define (foldr op nv l)
  (if (null? l) nv
      (op (car l) (foldr op nv (cdr l)))))
```

- (foldr \* 1 (from-to 1 5))  $\rightarrow$  120
- (foldr + 0 (map square (filter odd? (from-to 1 5))))  $\rightarrow$  35
- (foldr cons '() '(1 5 10))  $\rightarrow$  (1 5 10)

## Дясно свиване (foldr) — примери

```
(define (foldr op nv l)
  (if (null? l) nv
      (op (car l) (foldr op nv (cdr l)))))
```

- (foldr \* 1 (from-to 1 5)) → 120
- (foldr + 0 (map square (filter odd? (from-to 1 5)))) → 35
- (foldr cons '() '(1 5 10)) → (1 5 10)
- (foldr list '() '(1 5 10)) → ?

## Дясно свиване (foldr) — примери

```
(define (foldr op nv l)
  (if (null? l) nv
      (op (car l) (foldr op nv (cdr l)))))
```

- `(foldr * 1 (from-to 1 5))`  $\longrightarrow$  120
- `(foldr + 0 (map square (filter odd? (from-to 1 5))))`  $\longrightarrow$  35
- `(foldr cons '() '(1 5 10))`  $\longrightarrow$  (1 5 10)
- `(foldr list '() '(1 5 10))`  $\longrightarrow$  (1 (5 (10 ())))

## Дясно свиване (foldr) — примери

```
(define (foldr op nv l)
  (if (null? l) nv
      (op (car l) (foldr op nv (cdr l)))))
```

- `(foldr * 1 (from-to 1 5))`  $\rightarrow$  120
- `(foldr + 0 (map square (filter odd? (from-to 1 5))))`  $\rightarrow$  35
- `(foldr cons '() '(1 5 10))`  $\rightarrow$  (1 5 10)
- `(foldr list '() '(1 5 10))`  $\rightarrow$  (1 (5 (10 ())))
- `(foldr append '() '((a b) (c d) (e f)))`  $\rightarrow$  ?

Дясно свиване (`foldr`) — примери

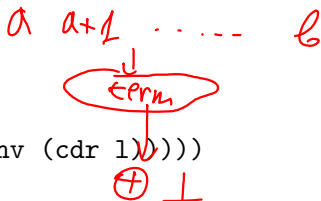
```
(define (foldr op nv l)
  (if (null? l) nv
      (op (car l) (foldr op nv (cdr l)))))
```

- `(foldr * 1 (from-to 1 5))`  $\rightarrow$  120
- `(foldr + 0 (map square (filter odd? (from-to 1 5))))`  $\rightarrow$  35
- `(foldr cons '() '(1 5 10))`  $\rightarrow$  (1 5 10)
- `(foldr list '() '(1 5 10))`  $\rightarrow$  (1 (5 (10 ())))
- `(foldr append '() '((a b) (c d) (e f)))`  $\rightarrow$  (a b c d e f)



## Дясно свиване (foldr) — примери

```
(define (foldr op nv l)
  (if (null? l) nv
      (op (car l) (foldr op nv (cdr l))))))
```



- `(foldr * 1 (from-to 1 5))`  $\rightarrow$  120
- `(foldr + 0 (map square (filter odd? (from-to 1 5))))`  $\rightarrow$  35
- `(foldr cons '() '(1 5 10))`  $\rightarrow$  (1 5 10)
- `(foldr list '() '(1 5 10))`  $\rightarrow$  (1 (5 (10 ())))
- `(foldr append '() '((a b) (c d) (e f)))`  $\rightarrow$  (a b c d e f)
- `map`, `filter` и `accumulate` могат да се реализират чрез `foldr`

## Ляво свиване (foldl)

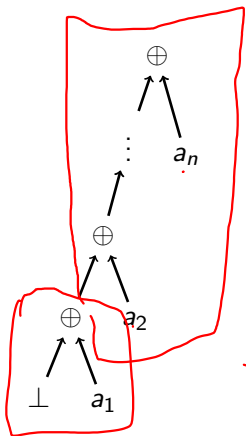
Да се дефинира функция, която по даден списък  $l = (a_1 a_2 a_3 \dots a_n)$  пресмята:

$$\left( \dots \left( (\perp \oplus a_1) \oplus a_2 \right) \oplus \dots \right) \oplus a_n$$

# Ляво свиване (foldl)

Да се дефинира функция, която по даден списък  $l = (a_1 a_2 a_3 \dots a_n)$  пресмята:

$$\left( \dots \left( (\perp \oplus a_1) \oplus a_2 \right) \oplus \dots \right) \oplus a_n$$

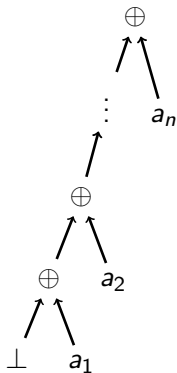


## Ляво свиване (foldl)

Да се дефинира функция, която по даден списък  $l = (a_1 a_2 a_3 \dots a_n)$  пресмята:

$$\left( \dots \left( (\perp \oplus a_1) \oplus a_2 \right) \oplus \dots \right) \oplus a_n$$

```
(define (foldl op nv l)
  (if (null? l) nv
      (foldl op (op nv (car l)) (cdr l))))
```



## Ляво свиване (foldl) — примери

```
(define (foldl op nv l)
  (if (null? l) nv
      (foldl op (op nv (car l)) (cdr l))))
```

## Ляво свиване (foldl) — примери

```
(define (foldl op nv l)
  (if (null? l) nv
      (foldl op (op nv (car l)) (cdr l))))
```

- (foldl \* 1 (from-to 1 5)) → ?

## Ляво свиване (foldl) — примери

```
(define (foldl op nv l)
  (if (null? l) nv
      (foldl op (op nv (car l)) (cdr l))))
```

- (foldl \* 1 (from-to 1 5))  $\rightarrow$  120

## Ляво свиване (foldl) — примери

```
(define (foldl op nv l)
  (if (null? l) nv
      (foldl op (op nv (car l)) (cdr l))))
```

- (foldl \* 1 (from-to 1 5))  $\rightarrow$  120
- (foldl cons '() '(1 5 10))  $\rightarrow$  ?



## Ляво свиване (foldl) — примери

```
(define (foldl op nv l)
  (if (null? l) nv
      (foldl op (op nv (car l)) (cdr l))))
```

- `(foldl * 1 (from-to 1 5))`  $\rightarrow$  120
- `(foldl cons '() '(1 5 10))`  $\rightarrow$  `(((( ) . 1) . 5) . 10)`

## Ляво свиване (foldl) — примери

```
(define (foldl op nv l)
  (if (null? l) nv
      (foldl op (op nv (car l)) (cdr l))))
```

- `(foldl * 1 (from-to 1 5))` → 120
- `(foldl cons '() '(1 5 10))` → `(((() . 1) . 5) . 10)`
- `(foldl ?'() '(1 5 10))` → `(10 5 1)`

## Ляво свиване (foldl) — примери

```
(define (foldl op nv l)
  (if (null? l) nv
      (foldl op (op nv (car l)) (cdr l))))
```

- `(foldl * 1 (from-to 1 5))`  $\rightarrow$  120
- `(foldl cons '() '(1 5 10))`  $\rightarrow$  `(((() . 1) . 5) . 10)`
- `(foldl (lambda (x y) (cons y x)) '() '(1 5 10))`  $\rightarrow$  `(10 5 1)`

## Ляво свиване (foldl) — примери

```
(define (foldl op nv l)
  (if (null? l) nv
      (foldl op (op nv (car l)) (cdr l))))
```

- `(foldl * 1 (from-to 1 5))`  $\rightarrow$  120
- `(foldl cons '() '(1 5 10))`  $\rightarrow$  `(((() . 1) . 5) . 10)`
- `(foldl (lambda (x y) (cons y x)) '() '(1 5 10))`  $\rightarrow$  `(10 5 1)`
- `(foldl list '() '(1 5 10))`  $\rightarrow$  ?

Ляво свиване (`foldl`) — примери

```
(define (foldl op nv l)
  (if (null? l) nv
      (foldl op (op nv (car l)) (cdr l))))
```

- `(foldl * 1 (from-to 1 5))`  $\rightarrow$  120
- `(foldl cons '() '(1 5 10))`  $\rightarrow$  `((() . 1) . 5) . 10`
- `(foldl (lambda (x y) (cons y x)) '() '(1 5 10))`  $\rightarrow$  `(10 5 1)`
- `(foldl list '() '(1 5 10))`  $\rightarrow$  `((() 1) 5) 10`

## Ляво свиване (foldl) — примери

```
(define (foldl op nv l)
  (if (null? l) nv
      (foldl op (op nv (car l)) (cdr l))))
```

- `(foldl * 1 (from-to 1 5))`  $\rightarrow$  120
- `(foldl cons '() '(1 5 10))`  $\rightarrow$  `(((( ) . 1) . 5) . 10)`
- `(foldl (lambda (x y) (cons y x)) '() '(1 5 10))`  $\rightarrow$  `(10 5 1)`
- `(foldl list '() '(1 5 10))`  $\rightarrow$  `(((( ) 1) 5) 10)`
- `(foldl append '() '((a b) (c d) (e f)))`  $\rightarrow$  ?

## Ляво свиване (foldl) — примери

```
(define (foldl op nv l)
  (if (null? l) nv
      (foldl op (op nv (car l)) (cdr l))))
```

- `(foldl * 1 (from-to 1 5))`  $\rightarrow$  120
- `(foldl cons '() '(1 5 10))`  $\rightarrow$  `(((( ) . 1) . 5) . 10)`
- `(foldl (lambda (x y) (cons y x)) '() '(1 5 10))`  $\rightarrow$  `(10 5 1)`
- `(foldl list '() '(1 5 10))`  $\rightarrow$  `(((( ) 1) 5) 10)`
- `(foldl append '() '((a b) (c d) (e f)))`  $\rightarrow$  `(a b c d e f)`

## Ляво свиване (foldl) — примери

```
(define (foldl op nv l)
  (if (null? l) nv
      (foldl op (op nv (car l)) (cdr l))))
```

- `(foldl * 1 (from-to 1 5))`  $\rightarrow$  120
- `(foldl cons '() '(1 5 10))`  $\rightarrow$  `(((( ) . 1) . 5) . 10)`
- `(foldl (lambda (x y) (cons y x)) '() '(1 5 10))`  $\rightarrow$  `(10 5 1)`
- `(foldl list '() '(1 5 10))`  $\rightarrow$  `(((( ) 1) 5) 10)`
- `(foldl append '() '((a b) (c d) (e f)))`  $\rightarrow$  `(a b c d e f)`
- `foldr` генерира линеен рекурсивен процес, а `foldl` — линеен итеративен



## Функции от по-висок ред в Racket

В R<sup>5</sup>RS е дефинирана само функцията `map`.

В Racket са дефинирани функциите `map`, `filter`, `foldr`, `foldl`

## Функции от по-висок ред в Racket

В R<sup>5</sup>RS е дефинирана само функцията map.

В Racket са дефинирани функциите map, filter, foldr, foldl

**Внимание: foldl в Racket е дефинирана по-различен начин!**

foldl от лекции

```
(define (foldl op nv l)
  (if (null? l) nv
      (foldl op (op nv (car l))
              (cdr l))))
```

$$\left( \dots \left( (\perp \oplus a_1) \oplus a_2 \right) \oplus \dots \right) \oplus a_n$$

foldl в Racket

```
(define (foldl op nv l)
  (if (null? l) nv
      (foldl op (op (car l) nv)
              (cdr l))))
```

$$a_n \oplus \left( \dots \left( a_2 \oplus (a_1 \oplus \perp) \right) \dots \right),$$

## Свиване на непразен списък (`foldr1`, `foldl1`)

**Задача.** Да се намери максималният елемент на списък.

## Свиване на непразен списък (foldr1, foldl1)

**Задача.** Да се намери максималният елемент на списък.  
(define (maximum l) (foldr max ? l))

## Свиване на непразен списък (`foldr1`, `foldl1`)

**Задача.** Да се намери максималният елемент на списък.

```
(define (maximum l) (foldr max (car l) l))
```

## Свиване на непразен списък (`foldr1`, `foldl1`)

**Задача.** Да се намери максималният елемент на списък.

```
(define (maximum l) (foldr max (car l) l))
```

Можем ли да пропуснем нулевата стойност за непразен списък?

## Свиване на непразен списък (foldr1, foldl1)

**Задача.** Да се намери максималният елемент на списък.

```
(define (maximum l) (foldr max (car l) l))
```

Можем ли да пропуснем нулевата стойност за непразен списък?

$$a_1 \oplus (\dots \oplus (a_{n-1} \oplus a_n) \dots)$$

## Свиване на непразен списък (foldr1, foldl1)

**Задача.** Да се намери максималният елемент на списък.

```
(define (maximum l) (foldr max (car l) l))
```

Можем ли да пропуснем нулевата стойност за непразен списък?

$$a_1 \oplus (\dots \oplus (a_{n-1} \oplus a_n) \dots)$$

```
(define (foldr1 op l)
  (if (null? (cdr l)) (car l)
      (op (car l)
          (foldr1 op (cdr l)))))
```



## Свиване на непразен списък (foldr1, foldl1)

**Задача.** Да се намери максималният елемент на списък.

```
(define (maximum l) (foldr max (car l) l))
```

Можем ли да пропуснем нулевата стойност за непразен списък?

$$a_1 \oplus (\dots \oplus (a_{n-1} \oplus a_n) \dots)$$

```
(define (foldr1 op l)
  (if (null? (cdr l)) (car l)
      (op (car l)
          (foldr1 op (cdr l)))))
```

$$(\dots ((a_1 \oplus a_2) \oplus \dots) \oplus a_n)$$

## Свиване на непразен списък (foldr1, foldl1)

**Задача.** Да се намери максималният елемент на списък.

```
(define (maximum l) (foldr max (car l) l))
```

Можем ли да пропуснем нулевата стойност за непразен списък?

$$a_1 \oplus (\dots \oplus (a_{n-1} \oplus a_n) \dots)$$

```
(define (foldr1 op l)
  (if (null? (cdr l)) (car l)
      (op (car l)
          (foldr1 op (cdr l)))))
```

$$(\dots ((a_1 \oplus a_2) \oplus \dots) \oplus a_n)$$

```
(define (foldl1 op l)
  (foldl op (car l) (cdr l)))
```

# Работа с вложени списъци

((1 (2)) (((3) 4) (5 (6)) () (7)) 8)

**Задача.** Да се преброят в атомите във вложен списък.

**Подход:** Обхождане в две посоки: хоризонтално и вертикално

# Работа с вложени списъци

((1 (2)) (((3) 4) (5 (6)) () (7)) 8)

**Задача.** Да се преброят в атомите във вложен списък.

**Подход:** Обхождане в две посоки: хоризонтално и вертикално

- **Хоризонтално дъно:** ?

# Работа с вложени списъци

((1 (2)) (((3) 4) (5 (6)) () (7)) 8)

**Задача.** Да се преброят в атомите във вложен списък.

**Подход:** Обхождане в две посоки: хоризонтално и вертикално

- **Хоризонтално дъно:** достигане до празен списък ()

# Работа с вложени списъци

((1 (2)) (((3) 4) (5 (6)) () (7)) 8)

**Задача.** Да се преброят в атомите във вложен списък.

**Подход:** Обхождане в две посоки: хоризонтално и вертикално

- **Хоризонтално дъно:** достигане до празен списък ()
- **Вертикално дъно:** ?

# Работа с вложени списъци

((1 (2)) (((3) 4) (5 (6)) () (7)) 8)

**Задача.** Да се преброят в атомите във вложен списък.

**Подход:** Обхождане в две посоки: хоризонтално и вертикално

- **Хоризонтално дъно:** достигане до празен списък ()
- **Вертикално дъно:** достигане до друг атом

# Работа с вложени списъци

((1 (2)) (((3) 4) (5 (6)) () (7)) 8)

**Задача.** Да се преброят в атомите във вложен списък.

**Подход:** Обхождане в две посоки: хоризонтално и вертикално

- **Хоризонтално дъно:** достигане до празен списък ()
- **Вертикално дъно:** достигане до друг атом
- **Хоризонтална стъпка:** ?



# Работа с вложени списъци

((1 (2)) (((3) 4) (5 (6)) () (7)) 8)

**Задача.** Да се преброят в атомите във вложен списък.

**Подход:** Обхождане в две посоки: хоризонтално и вертикално

- **Хоризонтално дъно:** достигане до празен списък ()
- **Вертикално дъно:** достигане до друг атом
- **Хоризонтална стъпка:** обхождане на опашката (cdr l)

# Работа с вложени списъци

((1 (2)) (((3) 4) (5 (6)) () (7)) 8)

**Задача.** Да се преброят в атомите във вложен списък.

**Подход:** Обхождане в две посоки: хоризонтално и вертикално

- **Хоризонтално дъно:** достигане до празен списък ()
- **Вертикално дъно:** достигане до друг атом
- **Хоризонтална стъпка:** обхождане на опашката (`cdr l`)
- **Вертикална стъпка:** ?

# Работа с вложени списъци

((1 (2)) (((3) 4) (5 (6)) () (7)) 8)

**Задача.** Да се преброят в атомите във вложен списък.

**Подход:** Обхождане в две посоки: хоризонтално и вертикално

- **Хоризонтално дъно:** достигане до празен списък (`()`)
- **Вертикално дъно:** достигане до друг атом
- **Хоризонтална стъпка:** обхождане на опашката (`cdr 1`)
- **Вертикална стъпка:** обхождане на главата (`car 1`)

# Работа с вложени списъци

```
((1 (2)) (((3) 4) (5 (6)) () (7)) 8)
```

**Задача.** Да се преброят в атомите във вложен списък.

**Подход:** Обхождане в две посоки: хоризонтално и вертикално

- **Хоризонтално дъно:** достигане до празен списък (`()`)
- **Вертикално дъно:** достигане до друг атом
- **Хоризонтална стъпка:** обхождане на опашката (`cdr 1`)
- **Вертикална стъпка:** обхождане на главата (`car 1`)

За удобство можем да дефинираме функцията `atom?`:

```
(define (atom? x) (not (pair? x)))
```

# Примери

**Задача.** Да се преброят в атомите във вложен списък.

`(count-atoms '((1 (2)) ((3) 4) (5 (6)) () (7)) 8))` → 8

## Примери

**Задача.** Да се преброят в атомите във вложен списък.

`(count-atoms '((1 (2)) ((3) 4) (5 (6)) () (7)) 8))` → 8

```
(define (count-atoms l)
  (cond ((null? l) 0)
        ((atom? l) 1)
        (else (+ (count-atoms (car l)) (count-atoms (cdr l))))))
```

## Примери

**Задача.** Да се преброят в атомите във вложен списък.

```
(count-atoms '((1 (2)) ((3) 4) (5 (6)) () (7)) 8)) → 8
```

```
(define (count-atoms l)
  (cond ((null? l) 0)
        ((atom? l) 1)
        (else (+ (count-atoms (car l)) (count-atoms (cdr l))))))
```

**Задача.** Да се съберат всички атоми от вложен списък.

```
(flatten '((1 (2)) ((3) 4) (5 (6)) () (7)) 8)) →
(1 2 3 4 5 6 7 8)
```

## Примери

**Задача.** Да се преброят в атомите във вложен списък.

`(count-atoms '((1 (2)) ((3) 4) (5 (6)) () (7)) 8))` → 8

```
(define (count-atoms l)
  (cond ((null? l) 0)
        ((atom? l) 1)
        (else (+ (count-atoms (car l)) (count-atoms (cdr l))))))
```

**Задача.** Да се съберат всички атоми от вложен списък.

`(flatten '((1 (2)) ((3) 4) (5 (6)) () (7)) 8))` →  
(1 2 3 4 5 6 7 8)

```
(define (flatten l)
  (cond ((null? l) '())
        ((atom? l) (list l))
        (else (append (flatten (car l)) (flatten (cdr l))))))
```



## Примери

Задача. Да се обърне реда на атомите във вложен списък.

`(deep-reverse '((1 (2)) ((3) 4) (5 (6)) () (7)) 8))` →  
`(8 ((7) ()) ((6) 5) (4 (3))) ((2) 1))`

*(deep-reverse (car l))*

*(deep-reverse (cdr l))*

## Примери

**Задача.** Да се обърне реда на атомите във вложен списък.

`(deep-reverse '((1 (2)) ((3) 4) (5 (6)) () (7)) 8))` →  
`(8 ((7) () ((6) 5) (4 (3))) ((2) 1))`

```
(define (deep-reverse l)
  (cond ((null? l) '())
        ((atom? l) l)
        (else (append (deep-reverse (cdr l))
                        (list (deep-reverse (car l)))))))
```

## Свиване на вложени списъци

(deep-fold <х-дъно> <в-дъно> <операция>)

## Свиване на вложени списъци

```
(deep-fold <х-дъно> <в-дъно> <операция>)
```

```
(define (deep-fold nv term op l)  
  (cond ((null? l) nv)  
        ((atom? l) (term l))  
        (else (op (deep-fold nv term op (car l))  
                   (deep-fold nv term op (cdr l)))))))
```

## Свиване на вложени списъци

```
(deep-fold <х-дъно> <в-дъно> <операция>)
```

```
(define (deep-fold nv term op l)  
  (cond ((null? l) nv)  
        ((atom? l) (term l))  
        (else (op (deep-fold nv term op (car l))  
                   (deep-fold nv term op (cdr l)))))))
```

```
(define (count-atoms l) (deep-fold ? ? ? l))
```

## Свиване на вложени списъци

```
(deep-fold <х-дъно> <в-дъно> <операция>)
```

```
(define (deep-fold nv term op l)  
  (cond ((null? l) nv)  
        ((atom? l) (term l))  
        (else (op (deep-fold nv term op (car l))  
                   (deep-fold nv term op (cdr l))))))
```

```
(define (count-atoms l) (deep-fold 0 ? ? l))
```

## Свиване на вложени списъци

```
(deep-fold <х-дъно> <в-дъно> <операция>)
```

```
(define (deep-fold nv term op l)  
  (cond ((null? l) nv)  
        ((atom? l) (term l))  
        (else (op (deep-fold nv term op (car l))  
                   (deep-fold nv term op (cdr l))))))
```

```
(define (count-atoms l) (deep-fold 0 (lambda (x) 1) ? l))
```

## Свиване на вложени списъци

```
(deep-fold <х-дъно> <в-дъно> <операция>)
```

```
(define (deep-fold nv term op l)
```

```
  (cond ((null? l) nv)
```

```
        ((atom? l) (term l))
```

```
        (else (op (deep-fold nv term op (car l))
```

```
                  (deep-fold nv term op (cdr l))))))
```

```
(define (count-atoms l) (deep-fold 0 (lambda (x) 1) + l))
```



## Свиване на вложени списъци

```
(deep-fold <х-дъно> <в-дъно> <операция>)
```

```
(define (deep-fold nv term op l)  
  (cond ((null? l) nv)  
        ((atom? l) (term l))  
        (else (op (deep-fold nv term op (car l))  
                   (deep-fold nv term op (cdr l))))))
```

```
(define (count-atoms l) (deep-fold 0 (lambda (x) 1) + l))
```

```
(define (flatten l) (deep-fold ? ? ? l))
```

## Свиване на вложени списъци

```
(deep-fold <х-дъно> <в-дъно> <операция>)
```

```
(define (deep-fold nv term op l)  
  (cond ((null? l) nv)  
        ((atom? l) (term l))  
        (else (op (deep-fold nv term op (car l))  
                   (deep-fold nv term op (cdr l))))))
```

```
(define (count-atoms l) (deep-fold 0 (lambda (x) 1) + l))
```

```
(define (flatten l) (deep-fold '() ? ? l))
```

## Свиване на вложени списъци

```
(deep-fold <х-дъно> <в-дъно> <операция>)
```

```
(define (deep-fold nv term op l)  
  (cond ((null? l) nv)  
        ((atom? l) (term l))  
        (else (op (deep-fold nv term op (car l))  
                   (deep-fold nv term op (cdr l))))))
```

```
(define (count-atoms l) (deep-fold 0 (lambda (x) 1) + l))
```

```
(define (flatten l) (deep-fold '() list ? l))
```

## Свиване на вложени списъци

```
(deep-fold <х-дъно> <в-дъно> <операция>)
```

```
(define (deep-fold nv term op l)  
  (cond ((null? l) nv)  
        ((atom? l) (term l))  
        (else (op (deep-fold nv term op (car l))  
                   (deep-fold nv term op (cdr l))))))
```

```
(define (count-atoms l) (deep-fold 0 (lambda (x) 1) + l))
```

```
(define (flatten l) (deep-fold '() list append l))
```

## Свиване на вложени списъци

```
(deep-fold <х-дъно> <в-дъно> <операция>)
```

```
(define (deep-fold nv term op l)
  (cond ((null? l) nv)
        ((atom? l) (term l))
        (else (op (deep-fold nv term op (car l))
                   (deep-fold nv term op (cdr l))))))
```

```
(define (count-atoms l) (deep-fold 0 (lambda (x) 1) + l))
```

```
(define (flatten l) (deep-fold '() list append l))
```

```
(define (deep-reverse l) (deep-fold ? ? ? l))
```

## Свиване на вложени списъци

```
(deep-fold <х-дъно> <в-дъно> <операция>)
```

```
(define (deep-fold nv term op l)
  (cond ((null? l) nv)
        ((atom? l) (term l))
        (else (op (deep-fold nv term op (car l))
                   (deep-fold nv term op (cdr l))))))
```

```
(define (count-atoms l) (deep-fold 0 (lambda (x) 1) + l))
```

```
(define (flatten l) (deep-fold '() list append l))
```

```
(define (deep-reverse l) (deep-fold '() ? ? l))
```

## Свиване на вложени списъци

```
(deep-fold <х-дъно> <в-дъно> <операция>)
```

```
(define (deep-fold nv term op l)
  (cond ((null? l) nv)
        ((atom? l) (term l))
        (else (op (deep-fold nv term op (car l))
                   (deep-fold nv term op (cdr l))))))
```

```
(define (count-atoms l) (deep-fold 0 (lambda (x) 1) + l))
```

```
(define (flatten l) (deep-fold '() list append l))
```

```
(define (deep-reverse l) (deep-fold '() id ? l))
```

## Свиване на вложени списъци

```
(deep-fold <х-дъно> <в-дъно> <операция>)
```

```
(define (deep-fold nv term op l)
  (cond ((null? l) nv)
        ((atom? l) (term l))
        (else (op (deep-fold nv term op (car l))
                   (deep-fold nv term op (cdr l))))))
```

```
(define (count-atoms l) (deep-fold 0 (lambda (x) 1) + l))
```

```
(define (flatten l) (deep-fold '() list append l))
```

```
(define (rcons x l) (append l (list x)))
```

```
(define (deep-reverse l) (deep-fold '() id rcons l))
```



# Директна реализация на deep-fold

Как работи deep-fold?

# Директна реализация на deep-fold

Как работи deep-fold?

- пуска себе си рекурсивно за всеки елемент на вложения списък

# Директна реализация на deep-fold

Как работи deep-fold?

- пуска себе си рекурсивно за всеки елемент на вложения списък
- при достигане на вертикално дъно (атоми) прилага term

# Директна реализация на deep-fold

Как работи deep-fold?

- пуска себе си рекурсивно за всеки елемент на вложения списък
- при достигане на вертикално дъно (атоми) прилага term
- и събира резултатите с op

## Директна реализация на deep-fold

Как работи deep-fold?

- пуска себе си рекурсивно за всеки елемент на вложения списък
- при достигане на вертикално дъно (атоми) прилага term
- и събира резултатите с op

Можем да реализираме deep-fold чрез map и foldr!

## Директна реализация на deep-fold

Как работи deep-fold?

- пуска себе си рекурсивно за всеки елемент на вложения списък
- при достигане на вертикално дъно (атоми) прилага term
- и събира резултатите с op

Можем да реализираме deep-fold чрез map и foldr!

```
(define (branch p? f g) (lambda (x) (p? x) (f x) (g x)))
(define (valid-atom?) (and (not (pair? x)) (not (null? x))))
(define (deep-fold nv term op l)
  (foldr op nv
    (map (branch valid-atom?
                term
                (lambda (l) (deep-fold nv term op l)))
         l)))
```

# Приемане на произволен брой аргументи

- (`lambda` <СПИСЪК> <ТЯЛО>)

## Приемане на произволен брой аргументи

- (`lambda` <списък> <тяло>)
- създава функция с <тяло>, която получава <списък> от параметри



## Приемане на произволен брой аргументи

- `(lambda <списък> <тяло>)`
- създава функция с `<тяло>`, която получава `<списък>` от параметри
- `(lambda ({<параметър>}+ . <списък>) <тяло>)`

## Приемане на произволен брой аргументи

- `(lambda <списък> <тяло>)`
- създава функция с `<тяло>`, която получава `<списък>` от параметри
- `(lambda ({<параметър>}+ . <списък>) <тяло>)`
- създава функция с `<тяло>`, която получава няколко задължителни `<параметър>` и `<списък>` от опционални параметри

## Приемане на произволен брой аргументи

- `(lambda <списък> <тяло>)`
- създава функция с `<тяло>`, която получава `<списък>` от параметри
- `(lambda ({<параметър>}+ . <списък>) <тяло>)`
- създава функция с `<тяло>`, която получава няколко задължителни `<параметър>` и `<списък>` от опционални параметри
- `(define (<функция> . <списък>) <тяло>)`

## Приемане на произволен брой аргументи

- `(lambda <списък> <тяло>)`
- създава функция с `<тяло>`, която получава `<списък>` от параметри
- `(lambda ({<параметър>}+ . <списък>) <тяло>)`
- създава функция с `<тяло>`, която получава няколко задължителни `<параметър>` и `<списък>` от опционални параметри
- `(define (<функция> . <списък>) <тяло>)`
- еквивалентно на  
`(define <функция> (lambda <списък> <тяло>))`

## Приемане на произволен брой аргументи

- `(lambda <списък> <тяло>)`
- създава функция с <тяло>, която получава <списък> от параметри
- `(lambda ({<параметър>}+ . <списък>) <тяло>)`
- създава функция с <тяло>, която получава няколко задължителни <параметър> и <списък> от опционални параметри
- `(define (<функция> . <списък>) <тяло>)`
- еквивалентно на  
`(define <функция> (lambda <списък> <тяло>))`
- `(define (<функция> {<параметър>}+ . <списък>) <тяло>)`

## Приемане на произволен брой аргументи

- `(lambda <списък> <тяло>)`
- създава функция с <тяло>, която получава <списък> от параметри
- `(lambda ({<параметър>}+ . <списък>) <тяло>)`
- създава функция с <тяло>, която получава няколко задължителни <параметър> и <списък> от опционални параметри
- `(define (<функция> . <списък>) <тяло>)`
- еквивалентно на  
`(define <функция> (lambda <списък> <тяло>))`
- `(define (<функция> {<параметър>}+ . <списък>) <тяло>)`
- еквивалентно на  
`(define <функция>  
 (lambda ({<параметър>}+ . <списък>) <тяло>))`

# Примери

- `(define (maximum x . l) (foldl1 max (cons x l)))`

# Примери

- `(define (maximum x . l) (foldl1 max (cons x l)))`
- `(maximum 7 3 10 2) → ?`



# Примери

- `(define (maximum x . l) (foldl1 max (cons x l)))`
- `(maximum 7 3 10 2) → 10`

# Примери

- `(define (maximum x . l) (foldl1 max (cons x l)))`
- `(maximum 7 3 10 2) → 10`
- `(maximum 100) → ?`

# Примери

- `(define (maximum x . l) (foldl1 max (cons x l)))`
- `(maximum 7 3 10 2) → 10`
- `(maximum 100) → 100`

# Примери

- `(define (maximum x . l) (foldl1 max (cons x l)))`
- `(maximum 7 3 10 2) → 10`
- `(maximum 100) → 100`
- `(maximum) → ?`

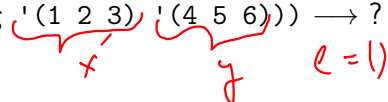
# Примери

- `(define (maximum x . l) (foldl1 max (cons x l)))`
- `(maximum 7 3 10 2) → 10`
- `(maximum 100) → 100`
- `(maximum) → Грешка!`

# Примери

- `(define (maximum x . l) (foldl1 max (cons x l)))`
- `(maximum 7 3 10 2) → 10`
- `(maximum 100) → 100`
- `(maximum) → Грешка!`
- `(define (g x y . l) (append (append x l) (append y l)))`

## Примери

- `(define (maximum x . l) (foldl1 max (cons x l)))`
- `(maximum 7 3 10 2) → 10`
- `(maximum 100) → 100`
- `(maximum) → Грешка!`
- `(define (g x y . l) (append (append x l) (append y l)))`
- `(g '(1 2 3) '(4 5 6)) → ?`  


# Примери

- `(define (maximum x . l) (foldl1 max (cons x l)))`
- `(maximum 7 3 10 2) → 10`
- `(maximum 100) → 100`
- `(maximum) → Грешка!`
- `(define (g x y . l) (append (append x l) (append y l)))`
- `(g '(1 2 3) '(4 5 6))) → (1 2 3 4 5 6)`



# Примери

- `(define (maximum x . l) (foldl1 max (cons x l)))`
- `(maximum 7 3 10 2) → 10`
- `(maximum 100) → 100`
- `(maximum) → Грешка!`
- `(define (g x y . l) (append (append x l) (append y l)))`
- `(g '(1 2 3) '(4 5 6))) → (1 2 3 4 5 6)`
- `(g '(1 2 3) '(4 5 6) 7 8)) → ?`

# Примери

- `(define (maximum x . l) (foldl1 max (cons x l)))`
- `(maximum 7 3 10 2) → 10`
- `(maximum 100) → 100`
- `(maximum) → Грешка!`
- `(define (g x y . l) (append (append x l) (append y l)))`
- `(g '(1 2 3) '(4 5 6))) → (1 2 3 4 5 6)`
- `(g '(1 2 3) '(4 5 6) 7 8)) → (1 2 3 7 8 4 5 6 7 8)`

## map с произволен брой аргументи

- Функцията `map` може да се използва с произволен брой списъци!

## map с произволен брой аргументи

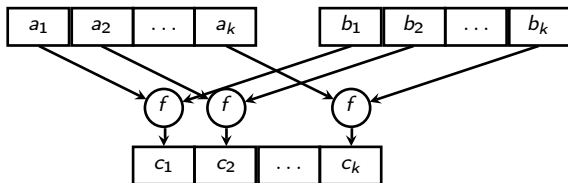
- Функцията `map` може да се използва с произволен брой списъци!
- (`map`  $\langle n$ -местна функция  $\rangle l_1 \dots l_n$ )

## map с произволен брой аргументи

- Функцията `map` може да се използва с произволен брой списъци!
- (`map`  $\langle n$ -местна функция  $\rangle l_1 \dots l_n$ )
- Конструира нов списък, като прилага  $\langle n$ -местна функция  $\rangle$  над съответните поредни елементи на списъците  $l_1, \dots, l_n$

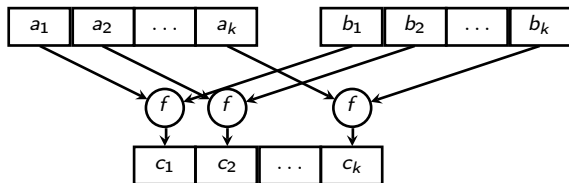
## map с произволен брой аргументи

- Функцията `map` може да се използва с произволен брой списъци!
- (`map`  $\langle n$ -местна функция  $\rangle l_1 \dots l_n$ )
- Конструира нов списък, като прилага  $\langle n$ -местна функция  $\rangle$  над съответните поредни елементи на списъците  $l_1, \dots, l_n$



## map с произволен брой аргументи

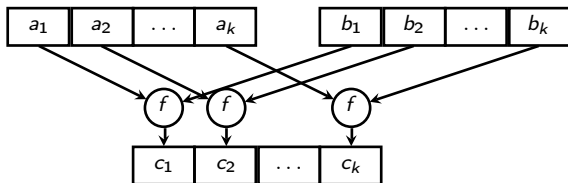
- Функцията `map` може да се използва с произволен брой списъци!
- (`map`  $\langle n$ -местна функция  $\rangle l_1 \dots l_n$ )
- Конструира нов списък, като прилага  $\langle n$ -местна функция  $\rangle$  над съответните поредни елементи на списъците  $l_1, \dots, l_n$



- (`map` + '(1 2 3) '(4 5 6))  $\rightarrow$  ?

## map с произволен брой аргументи

- Функцията `map` може да се използва с произволен брой списъци!
- (`map`  $\langle n$ -местна функция  $\rangle l_1 \dots l_n$ )
- Конструира нов списък, като прилага  $\langle n$ -местна функция  $\rangle$  над съответните поредни елементи на списъците  $l_1, \dots, l_n$

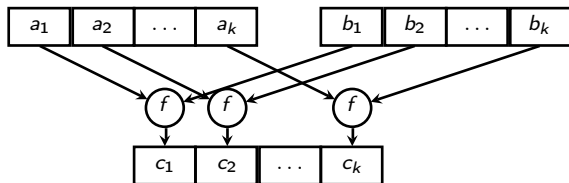


- (`map` + '(1 2 3) '(4 5 6))  $\longrightarrow$  (5 7 9)



## map с произволен брой аргументи

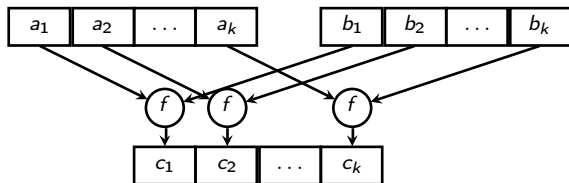
- Функцията `map` може да се използва с произволен брой списъци!
- (`map`  $\langle n$ -местна функция  $\rangle l_1 \dots l_n$ )
- Конструира нов списък, като прилага  $\langle n$ -местна функция  $\rangle$  над съответните поредни елементи на списъците  $l_1, \dots, l_n$



- (`map` + `'(1 2 3) '(4 5 6)`)  $\rightarrow$  `(5 7 9)`
- (`map` `list` `'(1 2 3) '(4 5 6)`)  $\rightarrow$  ?

## map с произволен брой аргументи

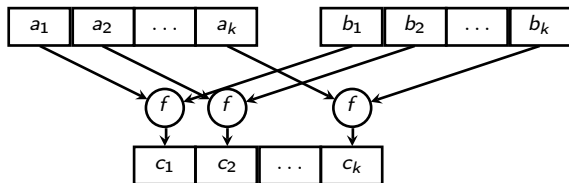
- Функцията `map` може да се използва с произволен брой списъци!
- (`map`  $\langle n$ -местна функция  $\rangle l_1 \dots l_n$ )
- Конструира нов списък, като прилага  $\langle n$ -местна функция  $\rangle$  над съответните поредни елементи на списъците  $l_1, \dots, l_n$



- (`map` + `'(1 2 3) '(4 5 6)`)  $\rightarrow$  `(5 7 9)`
- (`map` `list` `'(1 2 3) '(4 5 6)`)  $\rightarrow$  `((1 4) (2 5) (3 6))`

## map с произволен брой аргументи

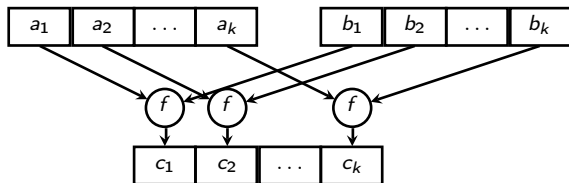
- Функцията `map` може да се използва с произволен брой списъци!
- (`map`  $\langle n$ -местна функция  $\rangle$   $l_1 \dots l_n$ )
- Конструира нов списък, като прилага  $\langle n$ -местна функция  $\rangle$  над съответните поредни елементи на списъците  $l_1, \dots, l_n$



- `(map + '(1 2 3) '(4 5 6))`  $\longrightarrow$  `(5 7 9)`
- `(map list '(1 2 3) '(4 5 6))`  $\longrightarrow$  `((1 4) (2 5) (3 6))`
- `(map foldr (list * +) '(1 0) '((1 2 3) (4 5 6)))`  $\longrightarrow$  ?

## map с произволен брой аргументи

- Функцията `map` може да се използва с произволен брой списъци!
- `(map <n-местна функция> l1 ... ln)`
- Конструира нов списък, като прилага <n-местна функция> над съответните поредни елементи на списъците  $l_1, \dots, l_n$



- `(map + '(1 2 3) '(4 5 6))`  $\rightarrow$  `(5 7 9)`
- `(map list '(1 2 3) '(4 5 6))`  $\rightarrow$  `((1 4) (2 5) (3 6))`
- `(map foldr (list * +) '(1 0) '((1 2 3) (4 5 6)))`  $\rightarrow$  `(6 15)`

# Прилагане на функция над списък от параметри (`apply`)

- (`apply` <функция> <списък>)

## Прилагане на функция над списък от параметри (apply)

- (apply <функция> <списък>)
- прилага <функция> над <списък> от параметри

## Прилагане на функция над списък от параметри (apply)

- (apply <функция> <списък>)
- прилага <функция> над <списък> от параметри
- Примери:

# Прилагане на функция над списък от параметри (`apply`)

- (`apply` <функция> <списък>)
- прилага <функция> над <списък> от параметри
- Примери:
- (`apply + '(1 2 3 4 5)`)  $\rightarrow$  15



## Прилагане на функция над списък от параметри (apply)

- (apply <функция> <списък>)
- прилага <функция> над <списък> от параметри
- Примери:
- (apply + '(1 2 3 4 5))  $\rightarrow$  15
- (apply append '((1 2) (3 4) (5 6)))  $\rightarrow$  ?

## Прилагане на функция над списък от параметри (apply)

- (apply <функция> <списък>)
- прилага <функция> над <списък> от параметри
- Примери:
- (apply + '(1 2 3 4 5))  $\rightarrow$  15
- (apply append '((1 2) (3 4) (5 6)))  $\rightarrow$  (1 2 3 4 5 6)

## Прилагане на функция над списък от параметри (apply)

- (apply <функция> <списък>)
- прилага <функция> над <списък> от параметри
- Примери:
- (apply + '(1 2 3 4 5)) → 15
- (apply append '((1 2) (3 4) (5 6))) → (1 2 3 4 5 6)
- (apply list '(1 2 3 4)) → ?

# Прилагане на функция над списък от параметри (apply)

- `(apply <функция> <списък>)`
- прилага <функция> над <списък> от параметри
- Примери:
- `(apply + '(1 2 3 4 5))` → 15
- `(apply append '((1 2) (3 4) (5 6)))` → (1 2 3 4 5 6)
- `(apply list '(1 2 3 4))` → (1 2 3 4)

# Прилагане на функция над списък от параметри (`apply`)

- `(apply <функция> <списък>)`
- прилага `<функция>` над `<списък>` от параметри
- Примери:
- `(apply + '(1 2 3 4 5))`  $\rightarrow$  15
- `(apply append '((1 2) (3 4) (5 6)))`  $\rightarrow$  (1 2 3 4 5 6)
- `(apply list '(1 2 3 4))`  $\rightarrow$  (1 2 3 4)

```
(define (append . l)
  (cond ((null? l) '())
        ((null? (car l)) (apply append (cdr l)))
        (else (cons (caar l)
                     (apply append (cons (cdar l) (cdr l)))))))
```

# Оценяване на списък като комбинация (`eval`)

- (`eval` <списък> <среда>)

## Оценяване на списък като комбинация (eval)

- (`eval` <списък> <среда>)
- връща оценката на **оценката на** <списък> в <среда>

## Оценяване на списък като комбинация (`eval`)

- (`eval` <списък> <среда>)
- връща оценката на **оценката** на <списък> в <среда>
- (`interaction-environment`) — текущата среда, в която оценяваме



## Оценяване на списък като комбинация (`eval`)

- (`eval` <списък> <среда>)
- връща оценката на **оценката** на <списък> в <среда>
- (`interaction-environment`) — текущата среда, в която оценяваме
- (`define` (`eval` `x`) (`eval` `x` (`interaction-environment`)))

## Оценяване на списък като комбинация (`eval`)

- (`eval` <списък> <среда>)
- връща оценката на **оценката** на <списък> в <среда>
- (`interaction-environment`) — текущата среда, в която оценяваме
- (`define` (`eval1` `x`) (`eval` `x` (`interaction-environment`)))
- Примери:

## Оценяване на списък като комбинация (`eval`)

- (`eval` <списък> <среда>)
- връща оценката на **оценката** на <списък> в <среда>
- (`interaction-environment`) — текущата среда, в която оценяваме
- (`define` (`eval1` `x`) (`eval` `x` (`interaction-environment`)))
- Примери:
- (`define` `a` 2)

## Оценяване на списък като комбинация (`eval`)

- (`eval` <списък> <среда>)
- връща оценката на **оценката** на <списък> в <среда>
- (`interaction-environment`) — текущата среда, в която оценяваме
- (`define` (`eval1` `x`) (`eval` `x` (`interaction-environment`)))
- Примери:
- (`define` `a` 2)
- `a`  $\rightarrow$  2

## Оценяване на списък като комбинация (`eval`)

- (`eval` <списък> <среда>)
- връща оценката на **оценката** на <списък> в <среда>
- (`interaction-environment`) — текущата среда, в която оценяваме
- (`define` (`eval1` `x`) (`eval` `x` (`interaction-environment`)))
- Примери:
- (`define` `a` 2)
- `a`  $\rightarrow$  2
- (`eval1` `a`)  $\rightarrow$  2

## Оценяване на списък като комбинация (`eval`)

- (`eval` <списък> <среда>)
- връща оценката на **оценката на** <списък> в <среда>
- (`interaction-environment`) — текущата среда, в която оценяваме
- (`define` (`eval1` x) (`eval` x (`interaction-environment`)))
- Примери:
- (`define` a 2)
- $a \rightarrow 2$
- (`eval1` a)  $\rightarrow 2$
- (`eval1` 'a)  $\rightarrow ?$

## Оценяване на списък като комбинация (`eval`)

- (`eval` <списък> <среда>)
- връща оценката на **оценката** на <списък> в <среда>
- (`interaction-environment`) — текущата среда, в която оценяваме
- (`define` (`eval1` x) (`eval` x (`interaction-environment`)))
- Примери:
- (`define` a 2)
- a  $\rightarrow$  2
- (`eval1` a)  $\rightarrow$  2
- (`eval1` 'a)  $\rightarrow$  2

## Оценяване на списък като комбинация (eval)

- `(eval <списък> <среда>)`
- връща оценката на **оценката** на `<списък>` в `<среда>`
- `(interaction-environment)` — текущата среда, в която оценяваме
- `(define (evali x) (eval x (interaction-environment)))`
- Примери:
- `(define a 2)`
- `a`  $\rightarrow$  2
- `(evali a)`  $\rightarrow$  2
- `(evali 'a)`  $\rightarrow$  2
- `(evali ''a)`  $\rightarrow$  ?



## Оценяване на списък като комбинация (eval)

- `(eval <списък> <среда>)`
- връща оценката на **оценката на** `<списък>` в `<среда>`
- `(interaction-environment)` — текущата среда, в която оценяваме
- `(define (evali x) (eval x (interaction-environment)))`
- Примери:
- `(define a 2)`
- `a`  $\rightarrow$  2
- `(evali a)`  $\rightarrow$  2
- `(evali 'a)`  $\rightarrow$  2
- `(evali ''a)`  $\rightarrow$  a

## Оценяване на списък като комбинация (`eval`)

- (`eval` <списък> <среда>)
- връща оценката на **оценката** на <списък> в <среда>
- (`interaction-environment`) — текущата среда, в която оценяваме
- (`define` (`eval1` x) (`eval` x (`interaction-environment`)))
- Примери:
- (`define` a 2)
- $a \rightarrow 2$
- (`eval1` a)  $\rightarrow 2$
- (`eval1` 'a)  $\rightarrow 2$
- (`eval1` ''a)  $\rightarrow a$
- (`eval1` (`eval1` ''a))  $\rightarrow ?$

## Оценяване на списък като комбинация (eval)

- `(eval <списък> <среда>)`
- връща оценката на **оценката** на `<списък>` в `<среда>`
- `(interaction-environment)` — текущата среда, в която оценяваме
- `(define (eval1 x) (eval x (interaction-environment)))`
- Примери:
- `(define a 2)`
- `a`  $\rightarrow$  2
- `(eval1 a)`  $\rightarrow$  2
- `(eval1 'a)`  $\rightarrow$  2
- `(eval1 ''a)`  $\rightarrow$  a
- `(eval1 (eval1 ''a))`  $\rightarrow$  2

## Примери за eval

- `(evali (list '+ 5 7 a))` → ?

## Примери за eval

- `(evali (list '+ 5 7 a))`  $\rightarrow$  14

## Примери за eval

- `(evali (list '+ 5 7 a))`  $\longrightarrow$  14
- `(evali (list 'define b 5))`  $\longrightarrow$  ?

## Примери за eval

- `(evali (list '+ 5 7 a))`  $\rightarrow$  14
- `(evali (list 'define b 5))`  $\rightarrow$  Грешка!

## Примери за eval

- `(evali (list '+ 5 7 a))`  $\longrightarrow$  14
- `(evali (list 'define b 5))`  $\longrightarrow$  Грешка!
- `(evali (list 'define 'b 5))`  $\iff$  `(define b 5)`



## Примери за eval

- `(evali (list '+ 5 7 a))`  $\longrightarrow$  14
- `(evali (list 'define b 5))`  $\longrightarrow$  Грешка!
- `(evali (list 'define 'b 5))`  $\iff$  `(define b 5)`
- `b`  $\longrightarrow$  5

## Примери за eval

- `(evali (list '+ 5 7 a))`  $\longrightarrow$  14
- `(evali (list 'define b 5))`  $\longrightarrow$  Грешка!
- `(evali (list 'define 'b 5))`  $\iff$  `(define b 5)`
- `b`  $\longrightarrow$  5
- `(evali (list 'if (list '< 2 5) (list 'quote 'a) 'b))`  $\longrightarrow$  ?

## Примери за eval

- `(evali (list '+ 5 7 a))`  $\longrightarrow$  14
- `(evali (list 'define b 5))`  $\longrightarrow$  Грешка!
- `(evali (list 'define 'b 5))`  $\iff$  `(define b 5)`
- `b`  $\longrightarrow$  5
- `(evali (list 'if (list '< 2 5) (list 'quote 'a) 'b))`  $\longrightarrow$  a