

Рекурсия

Трифон Трифонов

Увод в програмирането,
спец. Компютърни науки, 1 поток,
спец. Софтуерно инженерство,
2016/17 г.

21 декември 2016 г.

Какво е рекурсия?



Какво е рекурсия?



N. Wirth, Algorithms and Data Structures, Fig 3.1

Какво е рекурсия?



Какво е рекурсия?

- Повторение чрез позоваване на себе си

Какво е рекурсия?

- Повторение чрез позоваване на себе си
- “приятелите на моите приятели са и мои приятели”

Какво е рекурсия?

- Повторение чрез позоваване на себе си
- “приятелите на моите приятели са и мои приятели”
- директориите съдържат файлове и директории

Какво е рекурсия?

- Повторение чрез позоваване на себе си
- “приятелите на моите приятели са и мои приятели”
- директориите съдържат файлове и директории
- PHP = PHP Hypertext preprocessor

Какво е рекурсия?

- Повторение чрез позоваване на себе си
- “приятелите на моите приятели са и мои приятели”
- директориите съдържат файлове и директории
- PHP = PHP Hypertext preprocessor
- за да строшите камък:

Какво е рекурсия?

- Повторение чрез позоваване на себе си
- “приятелите на моите приятели са и мои приятели”
- директориите съдържат файлове и директории
- PHP = PHP Hypertext preprocessor
- за да строшите камък:
 - ударете с чука, за да натрошите камъка на части

Какво е рекурсия?

- Повторение чрез позоваване на себе си
- “приятелите на моите приятели са и мои приятели”
- директориите съдържат файлове и директории
- PHP = PHP Hypertext preprocessor
- за да строшите камък:
 - ударете с чука, за да натрошите камъка на части
 - строшете получените по-малки камъни

Какво е рекурсия?

- Повторение чрез позоваване на себе си
- “приятелите на моите приятели са и мои приятели”
- директориите съдържат файлове и директории
- PHP = PHP Hypertext preprocessor
- за да строшите камък:
 - ударете с чука, за да натрошите камъка на части
 - строшете получените по-малки камъни
- за да разберете какво е рекурсия, трябва да разберете какво е рекурсия

Рекурсията в математиката

$$n! = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ n(n-1)!, & n > 0. \end{cases}$$

Рекурсията в математиката

$$n! = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ n(n-1)!, & n > 0. \end{cases}$$

$$x^n = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ x \cdot x^{n-1}, & n > 0, \\ \frac{1}{x^{-n}}, & n < 0. \end{cases}$$

Рекурсията в математиката

$$n! = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ n(n-1)!, & n > 0. \end{cases}$$

$$x^n = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ x \cdot x^{n-1}, & n > 0, \\ \frac{1}{x^{-n}}, & n < 0. \end{cases}$$

$$\gcd(a, b) = \begin{cases} a, & a = b, \\ \gcd(a - b, b), & a > b, \\ \gcd(a, b - a), & a < b. \end{cases}$$

Рекурсията в математиката

$$n! = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ n(n-1)!, & n > 0. \end{cases}$$

$$x^n = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ x \cdot x^{n-1}, & n > 0, \\ \frac{1}{x^{-n}}, & n < 0. \end{cases}$$

$$\gcd(a, b) = \begin{cases} a, & a = b, \\ \gcd(a - b, b), & a > b, \\ \gcd(a, b - a), & a < b. \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x = 0, \\ f(x+1) - 1, & x > 0. \end{cases}$$

Как се решават задачи с рекурсия?

- **Декомпозиция** — свеждане на дадена задача към множество от по-прости задачи

Как се решават задачи с рекурсия?

- **Декомпозиция** — свеждане на дадена задача към множество от по-прости задачи
- Рекурсията е вид декомпозиция, при който свеждаме задача към множество от по-прости задачи **подобни на първоначалната**

Как се решават задачи с рекурсия?

- **Декомпозиция** — свеждане на дадена задача към множество от по-прости задачи
- Рекурсията е вид декомпозиция, при който свеждаме задача към множество от по-прости задачи **подобни на първоначалната**
- Как работи:

Как се решават задачи с рекурсия?

- **Декомпозиция** — свеждане на дадена задача към множество от по-прости задачи
- Рекурсията е вид декомпозиция, при който свеждаме задача към множество от по-прости задачи **подобни на първоначалната**
- Как работи:
 - Показваме решението на най-простите задачи (**база, дъно**)

Как се решават задачи с рекурсия?

- **Декомпозиция** — свеждане на дадена задача към множество от по-прости задачи
- Рекурсията е вид декомпозиция, при който свеждаме задача към множество от по-прости задачи **подобни на първоначалната**
- Как работи:
 - Показваме решението на най-простите задачи (**база, дъно**)
 - Показваме как по-сложна задача се свежда към една или няколко по-прости (**стъпка**)

Математическа индукция

Дефиниция

Математическата индукция е метод за доказателство, използващ като предпоставка свойството, което се доказва.

Математическа индукция

Дефиниция

Математическата индукция е метод за доказателство, използващ като предпоставка свойството, което се доказва.

Пример: Да се докаже, че $2 + 4 + \dots + 2n = n(n + 1)$.

Математическа индукция

Дефиниция

Математическата индукция е метод за доказателство, използващ като предпоставка свойството, което се доказва.

Пример: Да се докаже, че $2 + 4 + \dots + 2n = n(n + 1)$.

Доказателство:

- за $n = 0$: трябва да проверим, че $0 = 0 \cdot 1$ ✓

Математическа индукция

Дефиниция

Математическата индукция е метод за доказателство, използващ като предпоставка свойството, което се доказва.

Пример: Да се докаже, че $2 + 4 + \dots + 2n = n(n + 1)$.

Доказателство:

- за $n = 0$: трябва да проверим, че $0 = 0 \cdot 1 \quad \checkmark$
- нека допуснем, че сме доказали свойството за дадено n

Математическа индукция

Дефиниция

Математическата индукция е метод за доказателство, използващ като предпоставка свойството, което се доказва.

Пример: Да се докаже, че $2 + 4 + \dots + 2n = n(n + 1)$.

Доказателство:

- за $n = 0$: трябва да проверим, че $0 = 0 \cdot 1$ ✓
- нека допуснем, че сме доказали свойството за дадено n
- ще го докажем за $n + 1$:

Математическа индукция

Дефиниция

Математическата индукция е метод за доказателство, използващ като предпоставка свойството, което се доказва.

Пример: Да се докаже, че $2 + 4 + \dots + 2n = n(n + 1)$.

Доказателство:

- за $n = 0$: трябва да проверим, че $0 = 0 \cdot 1$ ✓
- нека допуснем, че сме доказали свойството за дадено n
- ще го докажем за $n + 1$:
- $(2 + 4 + \dots + 2n) + 2(n + 1) = n(n + 1) + 2(n + 1) = (n + 1)(n + 2)$ ✓

Математическа индукция

Дефиниция

Математическата индукция е метод за доказателство, използващ като предпоставка свойството, което се доказва.

Пример: Да се докаже, че $2 + 4 + \dots + 2n = n(n + 1)$.

Доказателство:

- за $n = 0$: трябва да проверим, че $0 = 0 \cdot 1$ ✓
- нека допуснем, че сме доказали свойството за дадено n
- ще го докажем за $n + 1$:
- $(2 + 4 + \dots + 2n) + 2(n + 1) = n(n + 1) + 2(n + 1) = (n + 1)(n + 2)$ ✓
- **Следователно:** доказахме свойството за произволно n . □

Математическа индукция

Дефиниция

Математическата индукция е метод за доказателство, използващ като предпоставка свойството, което се доказва.

Пример: Да се докаже, че $2 + 4 + \dots + 2n = n(n + 1)$.

Доказателство:

- за $n = 0$: трябва да проверим, че $0 = 0$. ✓
- нека допуснем, че сме доказали свойството за дадено n
- ще го докажем за $n + 1$:
- $(2 + 4 + \dots + 2n) + 2(n + 1) = n(n + 1) + 2(n + 1) = (n + 1)(n + 2)$ ✓
- **Следователно:** доказахме свойството за произволно n . □

Математическата индукция е рекурсивен метод за доказателство.

Рекурсията в програмирането

Дефиниция

Рекурсивна функция наричаме функция, която извиква себе си пряко или косвено.

Рекурсията в програмирането

Дефиниция

Рекурсивна функция наричаме функция, която извиква себе си пряко или косвено.

Рекурсивни функции се поддържат от почти всички съвременни езици за програмиране.

Рекурсията в програмирането

Дефиниция

Рекурсивна функция наричаме функция, която извиква себе си пряко или косвено.

Рекурсивни функции се поддържат от почти всички съвременни езици за програмиране.

Теорема

Всяка програма с цикли може да се напише с рекурсия и обратно.

Примери за рекурсивни функции

Да се напише функция, която пресмята рекурсивно:

① $n!$