Рекурсия

Трифон Трифонов

Увод в програмирането,
спец. Компютърни науки, 1 поток,
спец. Софтуерно инженерство,
2016/17 г.

21 декември 2016 г.

Какво е рекурсия?

Какво е рекурсия?

N. Wirth, Algorithms and Data Structures, Fig 3.1

Какво е рекурсия?

Какво е рекурсия?

- Повторение чрез позоваване на себе си

Какво е рекурсия?

- Повторение чрез позоваване на себе си
- "приятелите на моите приятели са и мои приятели"

Какво е рекурсия?

- Повторение чрез позоваване на себе си
- "приятелите на моите приятели са и мои приятели"
- директориите съдържат файлове и директории

Какво е рекурсия?

- Повторение чрез позоваване на себе си
- “приятелите на моите приятели са и мои приятели”
- директориите съдържат файлове и директории
- PHP = PHP Hypertext preprocessor

Какво е рекурсия?

- Повторение чрез позоваване на себе си
- “приятелите на моите приятели са и мои приятели”
- директориите съдържат файлове и директории
- PHP = PHP Hypertext preprocessor
- за да строшите камък:

Какво е рекурсия?

- Повторение чрез позоваване на себе си
- “приятелите на моите приятели са и мои приятели”
- директориите съдържат файлове и директории
- PHP = PHP Hypertext preprocessor
- за да строшите камък:
  - ударете с чука, за да натрошите камъка на части

Какво е рекурсия?

- Повторение чрез позоваване на себе си
- "приятелите на моите приятели са и мои приятели"
- директориите съдържат файлове и директории
- PHP = PHP Hypertext preprocessor
- за да строшите камък:
  - ударете с чука, за да натрошите камъка на части
  - строшете получените по-малки камъни

Какво е рекурсия?

- Повторение чрез позоваване на себе си
- "приятелите на моите приятели са и мои приятели"
- директориите съдържат файлове и директории
- PHP = PHP Hypertext preprocessor
- за да строшите камък:
  - ударете с чука, за да натрошите камъка на части
  - строшете получените по-малки камъни
- за да разберете какво е рекурсия, трябва да разберете какво е рекурсия

Рекурсията в математиката

$n! = 1 \cdots n$

$n! := \prod_{i=1}^{n} i$

$$n! = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ n(n-1)!, & n > 0. \end{cases}$$

Рекурсията в математиката

$$n! = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ n(n-1)!, & n > 0. \end{cases}$$

$$x^n = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ x.x^{n-1}, & n > 0, \\ \frac{1}{x^{-n}}, & n < 0. \end{cases}$$

Рекурсията в математиката

$$n! = \begin{cases} 1, & n = 0, & \text{база} \\ n(n-1)!, & n > 0. & \text{стъпка} \end{cases}$$

$$x^n = \begin{cases} 1, & n = 0, & \text{база} \\ x.x^{n-1}, & n > 0, & \text{стъпка} \\ \frac{1}{x^{-n}}, & n < 0. & \text{стъпка.} \end{cases}$$

$$gcd(a,b) = \begin{cases} a, & a = b, & \text{база} \\ gcd(a-b,b), & a > b, & \text{стъпка} \\ gcd(a,b-a), & a < b. & \text{стъпка} \end{cases}$$

$$gcd(a,b) = \max\{ d \mid d/a \ \& \ d/b \}$$

Рекурсията в математиката

$$n! = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ n(n-1)!, & n > 0. \end{cases}$$

$$x^n = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ x.x^{n-1}, & n > 0, \\ \frac{1}{x^{-n}}, & n < 0. \end{cases}$$

$$gcd(a,b) = \begin{cases} a, & a = b, \\ gcd(a-b,b), & a > b, \\ gcd(a,b-a), & a < b. \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x = 0, \\ f(x+1) - 1, & x > 0. \end{cases}$$ $\Leftrightarrow f(x) = 0, x \geq 0$

Как се решават задачи с рекурсия?

- Декомпозиция — свеждане на дадена задача към множество от по-прости задачи

Как се решават задачи с рекурсия?

- Декомпозиция — свеждане на дадена задача към множество от по-прости задачи
- Рекурсията е вид декомпозиция, при който свеждаме задача към множество от по-прости задачи подобни на първоначалната

Как се решават задачи с рекурсия?

- Декомпозиция — свеждане на дадена задача към множество от по-прости задачи
- Рекурсията е вид декомпозиция, при който свеждаме задача към множество от по-прости задачи подобни на първоначалната
- Как работи:

Как се решават задачи с рекурсия?

- Декомпозиция — свеждане на дадена задача към множество от по-прости задачи
- Рекурсията е вид декомпозиция, при който свеждаме задача към множество от по-прости задачи подобни на първоначалната
- Как работи:
  - Показваме решението на най-простите задачи (база, дъно)

Как се решават задачи с рекурсия?

- Декомпозиция — свеждане на дадена задача към множество от по-прости задачи
- Рекурсията е вид декомпозиция, при който свеждаме задача към множество от по-прости задачи подобни на първоначалната
- Как работи:
  - Показваме решението на най-простите задачи (база, дъно)
  - Показваме как по-сложна задача се свежда към една или няколко по-прости (стъпка)

Математическа индукция

Дефиниция

Математическата индукция е метод за доказателство, използващ като предпоставка свойството, което се доказва.

Математическа индукция

Дефиниция

Математическата индукция е метод за доказателство, използващ като предпоставка свойството, което се доказва.

Пример: Да се докаже, че $2 + 4 + \ldots + 2n = n(n + 1)$.

Математическа индукция

Дефиниция

Математическата индукция е метод за доказателство, използващ като предпоставка свойството, което се доказва.

Пример: Да се докаже, че $2 + 4 + ... + 2n = n(n + 1)$.

Доказателство:

- за $n = 0$: трябва да проверим, че $0 = 0.1$ ✓

Математическа индукция

Дефиниция

Математическата индукция е метод за доказателство, използващ като предпоставка свойството, което се доказва.

Пример: Да се докаже, че $2 + 4 + \ldots + 2n = n(n + 1)$.

Доказателство:

- за $n = 0$: трябва да проверим, че $0 = 0.1$ $\checkmark$
- нека допуснем, че сме доказали свойството за дадено n

Математическа индукция

Дефиниция

Математическата индукция е метод за доказателство, използващ като предпоставка свойството, което се доказва.

Пример: Да се докаже, че $2 + 4 + ... + 2n = n(n + 1)$.

Доказателство:

- за $n = 0$: трябва да проверим, че $0 = 0.1$ $\checkmark$
- нека допуснем, че сме доказали свойството за дадено n
- ще го докажем за $n + 1$:

Математическа индукция

$\forall n\,(n > 0 \to n > -1)$

Дефиниция

Математическата индукция е метод за доказателство, използващ като предпоставка свойството, което се доказва. $n > 0 > -1$

Пример: Да се докаже, че $2 + 4 + \ldots + 2n = n(n+1)$.

Доказателство:

- за $n = 0$: трябва да проверим, че $0 = 0.1$ ✓
- нека допуснем, че сме доказали свойството за дадено n
- ще го докажем за $n + 1$:
- $\underline{(2+4+\ldots+2n)}+2(n+1) = \underline{n(n+1)}+2(n+1) = \underline{(n+1)(n+2)}$ ✓

Математическа индукция

Дефиниция

Математическата индукция е метод за доказателство, използващ като предпоставка свойството, което се доказва.

Пример: Да се докаже, че $2 + 4 + \ldots + 2n = n(n + 1)$.

Доказателство:

- за $n = 0$: трябва да проверим, че $0 = 0.1$ $\quad\checkmark$
- нека допуснем, че сме доказали свойството за дадено n
- ще го докажем за $n + 1$:
- $(2+4+\ldots+2n)+2(n+1) = n(n+1)+2(n+1) = (n+1)(n+2)$ $\quad\checkmark$
- **Следователно:** доказахме свойството за произволно n. $\quad\square$

Математическа индукция

Дефиниция

Математическата индукция е метод за доказателство, използващ като предпоставка свойството, което се доказва.

Пример: Да се докаже, че $2 + 4 + \ldots + 2n = n(n + 1)$.

Доказателство:

- за $n = 0$: трябва да проверим, че $0 = 0.1$ $\checkmark$
- нека допуснем, че сме доказали свойството за дадено n
- ще го докажем за $n + 1$:
- $(2+4+\ldots+2n)+2(n+1) = n(n+1)+2(n+1) = (n+1)(n+2)$ $\checkmark$
- **Следователно:** доказахме свойството за произволно n. $\square$

Математическата индукция е рекурсивен метод за доказателство.

Рекурсията в програмирането

Дефиниция

Рекурсивна функция наричаме функция, която извиква себе си пряко или косвено.

Рекурсията в програмирането

Дефиниция

Рекурсивна функция наричаме функция, която извиква себе си пряко или косвено.

Рекурсивни функции се поддържат от почти всички съвременни езици за програмиране.

Рекурсията в програмирането

Дефиниция

Рекурсивна функция наричаме функция, която извиква себе си пряко или косвено.

Рекурсивни функции се поддържат от почти всички съвременни езици за програмиране.

Теорема

Всяка програма с цикли може да се напише с рекурсия и обратно.

Примери за рекурсивни функции

Да се напише функция, която пресмята рекурсивно:

1. $n!$