

# Кортежи и списъци

Трифон Трифонов

Функционално програмиране, спец. Информатика, 2016/17 г.

15–22 декември 2016 г.

# Кортежи (tuples)

Кортежите са наредени  $n$ -торки от данни от произволен тип.

- Примери: (1, 2), (3.5, 'A', False), (("square", (^2)), 1.0)



# Кортежи (tuples)

Кортежите са наредени  $n$ -торки от данни от произволен тип.

- Примери: (1, 2), (3.5, 'A', False), ("square", (^2)), 1.0)
- Тип кортеж от  $n$  елемента:  $(t_1, t_2, \dots, t_n)$

# Кортежи (tuples)

Кортежите са наредени  $n$ -торки от данни от произволен тип.

- Примери: (1, 2), (3.5, 'A', False), ("square", (^2)), 1.0)
- Тип кортеж от  $n$  елемента:  $(t_1, t_2, \dots, t_n)$
- Стойности: наредени  $n$ -торки от вида  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , където  $x_i$  е от тип  $t_i$

# Кортежи (tuples)

Кортежите са наредени  $n$ -торки от данни от произволен тип.

- Примери: (1, 2), (3.5, 'A', False), ("square", (^2)), 1.0)
- Тип кортеж от  $n$  елемента:  $(t_1, t_2, \dots, t_n)$
- Стойности: наредени  $n$ -торки от вида  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , където  $x_i$  е от тип  $t_i$
- Позволяват “пакетиране” на няколко стойности в една

# Кортежи (tuples)

Кортежите са наредени  $n$ -торки от данни от произволен тип.

- Примери:  $(1, 2)$ ,  $(3.5, 'A', \text{False})$ ,  $(("square", (^2)), 1.0)$
- Тип кортеж от  $n$  елемента:  $(t_1, t_2, \dots, t_n)$
- Стойности: наредени  $n$ -торки от вида  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , където  $x_i$  е от тип  $t_i$
- Позволяват “пакетиране” на няколко стойности в една
- Операции за наредени двойки:

# Кортежи (tuples)

Кортежите са наредени  $n$ -торки от данни от произволен тип.

- Примери:  $(1, 2)$ ,  $(3.5, 'A', \text{False})$ ,  $(("square", (^2)), 1.0)$
- Тип кортеж от  $n$  елемента:  $(t_1, t_2, \dots, t_n)$
- Стойности: наредени  $n$ -торки от вида  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , където  $x_i$  е от тип  $t_i$
- Позволяват “пакетиране” на няколко стойности в една
- Операции за наредени двойки:
  - $(, ) :: a \rightarrow b \rightarrow (a, b)$  — конструиране на наредена двойка

# Кортежи (tuples)

Кортежите са наредени  $n$ -торки от данни от произволен тип.

- Примери:  $(1, 2)$ ,  $(3.5, 'A', \text{False})$ ,  $(("square", (^2)), 1.0)$
- Тип кортеж от  $n$  елемента:  $(t_1, t_2, \dots, t_n)$
- Стойности: наредени  $n$ -торки от вида  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , където  $x_i$  е от тип  $t_i$
- Позволяват “пакетиране” на няколко стойности в една
- Операции за наредени двойки:
  - $(,)$  ::  $a \rightarrow b \rightarrow (a,b)$  — конструиране на наредена двойка
  - `fst` ::  $(a,b) \rightarrow a$  — първа компонента на наредена двойка

# Кортежи (tuples)

Кортежите са наредени  $n$ -торки от данни от произволен тип.

- Примери:  $(1, 2)$ ,  $(3.5, 'A', \text{False})$ ,  $(("square", (^2)), 1.0)$
- Тип кортеж от  $n$  елемента:  $(t_1, t_2, \dots, t_n)$
- Стойности: наредени  $n$ -торки от вида  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , където  $x_i$  е от тип  $t_i$
- Позволяват “пакетиране” на няколко стойности в една
- Операции за наредени двойки:
  - $(,)$  ::  $a \rightarrow b \rightarrow (a,b)$  — конструиране на наредена двойка
  - `fst` ::  $(a,b) \rightarrow a$  — първа компонента на наредена двойка
  - `snd` ::  $(a,b) \rightarrow b$  — втора компонента на наредена двойка

## Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:



## Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
  - име и ЕГН на човек

# Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
  - име и ЕГН на човек
  - продукт с описание и количество

# Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
  - име и ЕГН на човек
  - продукт с описание и количество
  - сонет на Шекспир и поредният му номер

# Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
  - име и ЕГН на човек
  - продукт с описание и количество
  - сонет на Шекспир и поредният му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им

# Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
  - име и ЕГН на човек
  - продукт с описание и количество
  - сонет на Шекспир и поредният му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им
- `type` <конструктор> = <тип>

# Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
  - име и ЕГН на човек
  - продукт с описание и количество
  - сонет на Шекспир и поредният му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им
- `type` <конструктор> = <тип>
  - конструкторите са идентификатори, започващи с главна буква

# Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
  - име и ЕГН на човек
  - продукт с описание и количество
  - сонет на Шекспир и поредният му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им
- `type` <конструктор> = <тип>
  - конструкторите са идентификатори, започващи с главна буква
- Примери:

# Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
  - име и ЕГН на човек
  - продукт с описание и количество
  - сонет на Шекспир и поредният му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им
- `type` <конструктор> = <тип>
  - конструкторите са идентификатори, започващи с главна буква
- Примери:
  - `type Student = (String, Int, Double)`



# Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
  - име и ЕГН на човек
  - продукт с описание и количество
  - сонет на Шекспир и поредният му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им
- `type` <конструктор> = <тип>
  - конструкторите са идентификатори, започващи с главна буква
- Примери:
  - `type Student = (String, Int, Double)`
  - `type Point = (Double, Double)`

# Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
  - име и ЕГН на човек
  - продукт с описание и количество
  - сонет на Шекспир и поредният му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им
- `type` <конструктор> = <тип>
  - конструкторите са идентификатори, започващи с главна буква
- Примери:
  - `type Student = (String, Int, Double)`
  - `type Point = (Double, Double)`
  - `type Triangle = (Point, Point, Point)`

# Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
  - име и ЕГН на човек
  - продукт с описание и количество
  - сонет на Шекспир и поредният му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им
- `type` <конструктор> = <тип>
  - конструкторите са идентификатори, започващи с главна буква
- Примери:
  - `type Student = (String, Int, Double)`
  - `type Point = (Double, Double)`
  - `type Triangle = (Point, Point, Point)`
  - `type Translation = Point -> Point`

# Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
  - име и ЕГН на човек
  - продукт с описание и количество
  - сонет на Шекспир и поредният му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им
- `type` <конструктор> = <тип>
  - конструкторите са идентификатори, започващи с главна буква
- Примери:
  - `type Student = (String, Int, Double)`
  - `type Point = (Double, Double)`
  - `type Triangle = (Point, Point, Point)`
  - `type Translation = Point -> Point`
  - `type Vector = Point`

# Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
  - име и ЕГН на човек
  - продукт с описание и количество
  - сонет на Шекспир и поредният му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им
- `type` <конструктор> = <тип>
  - конструкторите са идентификатори, започващи с главна буква
- Примери:
  - `type Student = (String, Int, Double)`
  - `type Point = (Double, Double)`
  - `type Triangle = (Point, Point, Point)`
  - `type Translation = Point -> Point`
  - `type Vector = Point`
  - `addVectors :: Vector -> Vector -> Vector`
  - `addVectors v1 v2 = (fst v1 + fst v2, snd v1 + snd v2)`

# Особености на кортежите

- `fst (1,2,3) → ?`

# Особености на кортежите

- `fst (1,2,3)` → Грешка!

# Особености на кортежите

- `fst` (1,2,3) → Грешка!
  - `fst` и `snd` работят само над наредени двойки!



# Особености на кортежите

- `fst (1,2,3)` → Грешка!
  - `fst` и `snd` работят само над наредени двойки!
- $((a,b),c) \neq (a,(b,c)) \neq (a,b,c)$

# Особености на кортежите

- `fst (1,2,3)` → Грешка!
  - `fst` и `snd` работят само над наредени двойки!
- $((a,b),c) \neq (a,(b,c)) \neq (a,b,c)$
- Няма специален тип кортеж от един елемент...

# Особености на кортежите

- `fst (1,2,3) → Грешка!`
  - `fst` и `snd` работят само над наредени двойки!
- $((a,b),c) \neq (a,(b,c)) \neq (a,b,c)$
- Няма специален тип кортеж от един елемент...
- ...но има тип “празен кортеж” `()` с единствен елемент `()`

# Особености на кортежите

- `fst (1,2,3) → Грешка!`
  - `fst` и `snd` работят само над наредени двойки!
- $((a,b),c) \neq (a,(b,c)) \neq (a,b,c)$
- Няма специален тип кортеж от един елемент...
- ...но има тип “празен кортеж” `()` с единствен елемент `()`
  - в други езици такъв тип се нарича `unit`

# Особености на кортежите

- `fst (1,2,3) → Грешка!`
  - `fst` и `snd` работят само над наредени двойки!
- $((a,b),c) \neq (a,(b,c)) \neq (a,b,c)$
- Няма специален тип кортеж от един елемент...
- ...но има тип “празен кортеж” `()` с единствен елемент `()`
  - в други езици такъв тип се нарича `unit`
  - използва се за означаване на липса на информация

## Образци на кортежи

Образец на кортеж е конструкция от вида  $(p_1, p_2, \dots, p_n)$ .

## Образци на кортежи

Образец на кортеж е конструкция от вида  $(p_1, p_2, \dots, p_n)$ .

Пасва на всеки кортеж от точно  $n$  елемента  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , за който образецът  $p_i$  пасва на елемента  $x_i$ .

## Образци на кортежи

Образец на кортеж е конструкция от вида  $(p_1, p_2, \dots, p_n)$ .

Пасва на всеки кортеж от точно  $n$  елемента  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , за който образецът  $p_i$  пасва на елемента  $x_i$ .

- `addVectors (x1, y1) (x2, y2) = (x1 + x2, y1 + y2)`



## Образци на кортежи

Образец на кортеж е конструкция от вида  $(p_1, p_2, \dots, p_n)$ .

Пасва на всеки кортеж от точно  $n$  елемента  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , за който образецът  $p_i$  пасва на елемента  $x_i$ .

- `addVectors (x1, y1) (x2, y2) = (x1 + x2, y1 + y2)`
- `fst (x, _) = x`
- `snd (_, y) = y`

## Образци на кортежи

Образец на кортеж е конструкция от вида  $(p_1, p_2, \dots, p_n)$ .

Пасва на всеки кортеж от точно  $n$  елемента  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , за който образецът  $p_i$  пасва на елемента  $x_i$ .

- `addVectors (x1, y1) (x2, y2) = (x1 + x2, y1 + y2)`
- `fst (x, _) = x`
- `snd (_, y) = y`
- `getFN :: Student -> Int`
- `getFN (_, fn, _) = fn`

## Образци на кортежи

Образец на кортеж е конструкция от вида  $(p_1, p_2, \dots, p_n)$ .

Пасва на всеки кортеж от точно  $n$  елемента  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , за който образецът  $p_i$  пасва на елемента  $x_i$ .

- `addVectors (x1, y1) (x2, y2) = (x1 + x2, y1 + y2)`
- `fst (x, _) = x`
- `snd (_, y) = y`
- `getFN :: Student -> Int`
- `getFN (_, fn, _) = fn`
- образците на кортежи могат да се използват за “разглобяване” на кортежи при дефиниция

## Образци на кортежи

Образец на кортеж е конструкция от вида  $(p_1, p_2, \dots, p_n)$ .

Пасва на всеки кортеж от точно  $n$  елемента  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , за който образецът  $p_i$  пасва на елемента  $x_i$ .

- `addVectors (x1, y1) (x2, y2) = (x1 + x2, y1 + y2)`
- `fst (x, _) = x`
- `snd (_, y) = y`
- `getFN :: Student -> Int`
- `getFN (_, fn, _) = fn`
- образците на кортежи могат да се използват за “разглобяване” на кортежи при дефиниция
- `(x,y) = (3.5, 7.8)`

## Образци на кортежи

Образец на кортеж е конструкция от вида  $(p_1, p_2, \dots, p_n)$ .

Пасва на всеки кортеж от точно  $n$  елемента  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , за който образецът  $p_i$  пасва на елемента  $x_i$ .

- `addVectors (x1, y1) (x2, y2) = (x1 + x2, y1 + y2)`
- `fst (x, _) = x`
- `snd (_, y) = y`
- `getFN :: Student -> Int`
- `getFN (_, fn, _) = fn`
- образците на кортежи могат да се използват за “разглобяване” на кортежи при дефиниция
- `(x,y) = (3.5, 7.8)`
- `let (_, fn, grade) = student in (fn, min (grade + 1) 6)`

# Именувани образци

- намиране на студент с по-висока оценка

```
betterStudent (name1, fn1, grade1) (name2, fn2, grade2)
| grade1 > grade2 = (name1, fn1, grade1)
| otherwise      = (name2, fn2, grade2)
```

# Именувани образци

- намиране на студент с по-висока оценка

```
betterStudent (name1, fn1, grade1) (name2, fn2, grade2)
  | grade1 > grade2 = (name1, fn1, grade1)
  | otherwise      = (name2, fn2, grade2)
```

- ами ако имахме 10 полета?

# Именувани образци

- намиране на студент с по-висока оценка

```
betterStudent (name1, fn1, grade1) (name2, fn2, grade2)
  | grade1 > grade2 = (name1, fn1, grade1)
  | otherwise      = (name2, fn2, grade2)
```

- ами ако имахме 10 полета?
- удобно е да използваме **именувани образци**



# Именувани образци

- намиране на студент с по-висока оценка

```
betterStudent (name1, fn1, grade1) (name2, fn2, grade2)
  | grade1 > grade2 = (name1, fn1, grade1)
  | otherwise      = (name2, fn2, grade2)
```

- ами ако имахме 10 полета?
- удобно е да използваме **именувани образци**
- <име>@<образец>

## Именувани образци

- намиране на студент с по-висока оценка

```

betterStudent (name1, fn1, grade1) (name2, fn2, grade2)
  | grade1 > grade2 = (name1, fn1, grade1)
  | otherwise      = (name2, fn2, grade2)
  
```

- ами ако имахме 10 полета?
- удобно е да използваме **именувани образци**
- <име>@<образец>

```

betterStudent s1@(_, _, grade1) s2@(_, _, grade2)
  | grade1 > grade2 = s1
  | otherwise      = s2
  
```

# Списъци

## Дефиниция

- 1 Празният списък [] е списък от тип [a]
- 2 Ако h е елемент от тип a и t е списък от тип [a] то (h : t) е списък от тип [a]
  - h — глава на списъка
  - t — опашка на списъка

# Списъци

## Дефиниция

- 1 Празният списък [] е списък от тип [a]
  - 2 Ако h е елемент от тип a и t е списък от тип [a] то (h : t) е списък от тип [a]
    - h — глава на списъка
    - t — опашка на списъка
- списъкът е последователност с **произволна дължина** от елементи от **еднакъв тип**

# Списъци

## Дефиниция

- 1 Празният списък `[]` е списък от тип `[a]`
  - 2 Ако `h` е елемент от тип `a` и `t` е списък от тип `[a]` то `(h : t)` е списък от тип `[a]`
    - `h` — глава на списъка
    - `t` — опашка на списъка
- списъкът е последователност с **произволна дължина** от елементи от **еднакъв тип**
  - `(:)` `:: a -> [a] -> [a]` е **дясноасоциативна** бинарна операция

# Списъци

## Дефиниция

- 1 Празният списък `[]` е списък от тип `[a]`
  - 2 Ако `h` е елемент от тип `a` и `t` е списък от тип `[a]` то `(h : t)` е списък от тип `[a]`
    - `h` — глава на списъка
    - `t` — опашка на списъка
- 
- списъкът е последователност с **произволна дължина** от елементи от **еднакъв тип**
  - `(:)` `:: a -> [a] -> [a]` е **дясноасоциативна** бинарна операция
  - $(1:(2:(3:(4:[])))) = 1:2:3:4:[] \neq (((((1:2):3):4):[]))$

# Списъци

## Дефиниция

- 1 Празният списък `[]` е списък от тип `[a]`
  - 2 Ако `h` е елемент от тип `a` и `t` е списък от тип `[a]` то `(h : t)` е списък от тип `[a]`
    - `h` — глава на списъка
    - `t` — опашка на списъка
- списъкът е последователност с **произволна дължина** от елементи от **еднакъв тип**
  - `(:)` `:: a -> [a] -> [a]` е **дясноасоциативна** бинарна операция
  - `(1:(2:(3:(4:[])))) = 1:2:3:4:[] ≠ (((1:2):3):4):[]`
  - `[a1, a2, ..., an]` е по-удобен запис за `a1:(a2:... (an:[])...)`

# Списъци

## Дефиниция

- 1 Празният списък `[]` е списък от тип `[a]`
  - 2 Ако `h` е елемент от тип `a` и `t` е списък от тип `[a]` то `(h : t)` е списък от тип `[a]`
    - `h` — глава на списъка
    - `t` — опашка на списъка
- списъкът е последователност с **произволна дължина** от елементи от **еднакъв тип**
  - `(:)` `:: a -> [a] -> [a]` е **дясноасоциативна** бинарна операция
  - `(1:(2:(3:(4:[])))) = 1:2:3:4:[]  $\neq$  (((((1:2):3):4):[]))`
  - `[a1, a2, ..., an]` е по-удобен запис за `a1:(a2:... (an:[])...)`
  - `[1,2,3,4] = 1:[2,3,4] = 1:2:[3,4] = 1:2:3:[4] = 1:2:3:4:[]`



# Примери

- `[False] :: ?`

# Примери

- `[False] :: [Bool]`

# Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ?`

# Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`

# Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ?`

# Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`

# Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2], [3], [4,5,6]] :: ?`

# Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2], [3], [4,5,6]] :: [[Int]]`



# Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2], [3], [4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2], [3], [4,5,6]) :: ?`

# Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2], [3], [4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2], [3], [4,5,6]) :: ([Int], [Int], [Int])`

# Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ?`

# Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ⊥`

# Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ?`

# Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`

# Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: ?`

# Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`



## Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`
- `[]:[] :: ?`

# Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`
- `[]:[] :: [[a]]`

# Примери

- $[False] :: [Bool]$
- $["Иван", 4.5] :: \perp$
- $[1]:2 :: \perp$
- $[[1,2], [3], [4,5,6]] :: [[Int]]$
- $([1,2], [3], [4,5,6]) :: ([Int], [Int], [Int])$
- $[(1,2), (3), (4,5,6)] :: \perp$
- $((1,2), (3), (4,5,6)) :: ((Int, Int), Int, (Int, Int, Int))$
- $[[[]]] :: [[a]]$
- $[]:[] :: [[a]]$
- $[1]: [[]] :: ?$

$a = Int$

# Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`
- `[]:[] :: [[a]]`
- `[1]:[[]] :: [[Int]]`

$X : Y$   
 $::$       $::$   
 $a$       $[a]$

# Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`
- `[]:[] :: [[a]]`
- `[1]:[[]] :: [[Int]]`
- `[]:[1] :: ?`

$[ ] :: [a]$   
 $[ ] :: [ [a] ]$   
 $1 :: [a]$

# Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`
- `[]:[] :: [[a]]`
- `[1]: [[]] :: [[Int]]`
- `[]:[1] :: ⊥`

# Примери

- $[False] :: [Bool]$
- $["Иван", 4.5] :: \perp$
- $[1]:2 :: \perp$
- $[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]$
- $([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])$
- $[(1,2),(3),(4,5,6)] :: \perp$
- $((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))$
- $[[]] :: [[a]]$
- $[]:[] :: [[a]]$
- $[1]:[[]] :: [[Int]]$
- $[]:[1] :: \perp$
- $[[1,2,3],[]] :: ?$

$[1,?,3] :: a = [Int]$   
 $[] :: a \in [Int]$

## Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`
- `[]:[] :: [[a]]`
- `[1]:[[]] :: [[Int]]`
- `[:[1]] :: ⊥`
- `[[1,2,3],[]] :: [[Int]]`



# Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`
- `[]:[] :: [[a]]`
- `[1]: [[]] :: [[Int]]`
- `[]:[1] :: ⊥`
- `[[1,2,3],[]] :: [[Int]]`
- `[[1,2,3],[[]]] :: ?`

*[Handwritten red text]*  
`[1,2,3] :: [Int]`  
`[[]] :: [[]]`  
 ↕

## Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`
- `[]:[] :: [[a]]`
- `[1]: [[]] :: [[Int]]`
- `[:[1]] :: ⊥`
- `[[1,2,3],[]] :: [[Int]]`
- `[[1,2,3],[[]]] :: ⊥`

# Примери

- $[False] :: [Bool]$
- $["Иван", 4.5] :: \perp$
- $[1]:2 :: \perp$
- $[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]$
- $([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])$
- $[(1,2),(3),(4,5,6)] :: \perp$
- $((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))$
- $[[[]]] :: [[a]]$
- $[]:[] :: [[a]]$
- $[1]:[[]] :: [[Int]]$
- $[:[1]] :: \perp$
- $[[1,2,3],[[]]] :: [[Int]]$
- $[[1,2,3],[[]]] :: \perp$
- $[1,2,3]:[4,5,6]:[[]] :: ?$

## Примери

- $[False] :: [Bool]$
- $["Иван", 4.5] :: \perp$
- $[1]:2 :: \perp$
- $[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]$
- $([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])$
- $[(1,2),(3),(4,5,6)] :: \perp$
- $((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))$
- $[[]] :: [[a]]$
- $[]:[] :: [[a]]$
- $[1]:[[]] :: [[Int]]$
- $[:[1]] :: \perp$
- $[[1,2,3],[[]]] :: [[Int]]$
- $[[1,2,3],[[]]] :: \perp$
- $[1,2,3]:[4,5,6]:[[]] :: [[Int]]$

# Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи

# Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`

# Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове

# Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове
- Примери



# Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове
- Примери
  - `['H', 'e', 'l', 'l', 'o'] = "Hello"`

# Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове
- Примери
  - `['H', 'e', 'l', 'l', 'o'] = "Hello"`
  - `'H':'e':'l':'l':'o':[] = "Hello"`

# Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове
- Примери
  - `['H', 'e', 'l', 'l', 'o'] = "Hello"`
  - `'H':'e':'l':'l':'o':[] = "Hello"`
  - `'H':'e':"llo" = "Hello"`

# Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове
- Примери
  - `['H', 'e', 'l', 'l', 'o'] = "Hello"`
  - `'H':'e':'l':'l':'o':[] = "Hello"`
  - `'H':'e':"llo" = "Hello"`
  - `"" = [] :: [Char]`

# Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове
- Примери
  - `['H', 'e', 'l', 'l', 'o'] = "Hello"`
  - `'H':'e':'l':'l':'o':[] = "Hello"`
  - `'H':'e':"llo" = "Hello"`
  - `"" = [] :: [Char]`
  - `[[1,2,3], ""] :: ?`

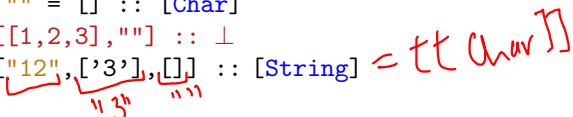
# Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове
- Примери
  - `['H', 'e', 'l', 'l', 'o'] = "Hello"`
  - `'H':'e':'l':'l':'o':[] = "Hello"`
  - `'H':'e':"llo" = "Hello"`
  - `"" = [] :: [Char]`
  - `[[1,2,3], ""] :: ⊥`

# Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове
- Примери
  - `['H', 'e', 'l', 'l', 'o'] = "Hello"`
  - `'H':'e':'l':'l':'o':[] = "Hello"`
  - `'H':'e':"llo" = "Hello"`
  - `"" = [] :: [Char]`
  - `[[1,2,3], ""] :: ⊥` .
  - `["12", ['3'], []] :: ?`

# Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове
- Примери
  - `['H', 'e', 'l', 'l', 'o'] = "Hello"`
  - `'H':'e':'l':'l':'o':[] = "Hello"`
  - `'H':'e':"llo" = "Hello"`
  - `"" = [] :: [Char]`
  - `[[1,2,3], ""] :: ⊥`
  - `["12", ['3'], []] :: [String] = [[Char]]`  




# Основни функции за списъци

- `head` :: [a] -> a — връща главата на (непразен) списък

# Основни функции за списъци

- `head` :: [a] -> a — връща главата на (непразен) списък
  - `head` [[1,2],[3,4]] → ?

# Основни функции за списъци

- `head :: [a] -> a` — връща главата на (непразен) списък
  - `head [[1,2],[3,4]] -> [1,2]`

# Основни функции за списъци

- `head :: [a] -> a` — връща главата на (непразен) списък
  - `head [[1,2],[3,4]] -> [1,2]`
  - `head [] -> Грешка!`

# Основни функции за списъци

- `head :: [a] -> a` — връща главата на (непразен) списък
  - `head [[1,2],[3,4]] -> [1,2]`
  - `head [] -> Грешка!`
- `tail :: [a] -> [a]` — връща опашката на (непразен) списък

# Основни функции за списъци

- `head :: [a] -> a` — връща главата на (непразен) списък
  - `head [[1,2],[3,4]] -> [1,2]`
  - `head [] -> Грешка!`
- `tail :: [a] -> [a]` — връща опашката на (непразен) списък
  - `tail [[1,2],[3,4]] -> ?`

# Основни функции за списъци

- `head` :: [a] -> a — връща главата на (непразен) списък
  - `head` [[1,2],[3,4]] → [1,2]
  - `head` [] → **Грешка!**
- `tail` :: [a] -> [a] — връща опашката на (непразен) списък
  - `tail` [[1,2],[3,4]] → [[3,4]]

# Основни функции за списъци

- `head :: [a] -> a` — връща главата на (непразен) списък
  - `head [[1,2],[3,4]] -> [1,2]`
  - `head [] -> Грешка!`
- `tail :: [a] -> [a]` — връща опашката на (непразен) списък
  - `tail [[1,2],[3,4]] -> [[3,4]]`
  - `tail [] -> Грешка!`



# Основни функции за списъци

- `head :: [a] -> a` — връща главата на (непразен) списък
  - `head [[1,2],[3,4]] -> [1,2]`
  - `head [] -> Грешка!`
- `tail :: [a] -> [a]` — връща опашката на (непразен) списък
  - `tail [[1,2],[3,4]] -> [[3,4]]`
  - `tail [] -> Грешка!`
- `null :: [a] -> Bool` — проверява дали списък е празен

# Основни функции за списъци

- `head :: [a] -> a` — връща главата на (непразен) списък
  - `head [[1,2],[3,4]] -> [1,2]`
  - `head [] -> Грешка!`
- `tail :: [a] -> [a]` — връща опашката на (непразен) списък
  - `tail [[1,2],[3,4]] -> [[3,4]]`
  - `tail [] -> Грешка!`
- `null :: [a] -> Bool` — проверява дали списък е празен
- `length :: [a] -> Int` — дължина на списък

# Генератори на списъци

Можем да генерираме списъци от последователни елементи

- $[a..b] \rightarrow [a, a+1, a+2, \dots, b]$
- Пример:  $[1..5] \rightarrow [1, 2, 3, 4, 5]$
- Пример:  $['a'..'e'] \rightarrow "abcde"$
- Синтактична захар за `enumFromTo from to`

# Генератори на списъци

Можем да генерираме списъци от последователни елементи

- $[a..b] \rightarrow [a, a+1, a+2, \dots, b]$
- Пример:  $[1..5] \rightarrow [1, 2, 3, 4, 5]$
- Пример:  $['a'..'e'] \rightarrow \text{"abcde"}$
- Синтактична захар за `enumFromTo` `from to`
- $[a, a + \Delta x .. b] \rightarrow [a, a + \Delta x, a + 2\Delta x, \dots, b']$ , където  $b'$  е най-голямото число  $\leq b$ , за което  $b' = a + k\Delta x$
- Пример:  $[1, 4 .. 15] \rightarrow [1, 4, 7, 10, 13]$
- Пример:  $['a', 'e'..'z'] \rightarrow \text{"aeimquy"}$
- Синтактична захар за `enumFromThenTo` `from then to`

# Рекурсивни функции над списъци

- $(++) :: [a] \rightarrow [a] \rightarrow [a]$  — слепва два списъка
  - $[1..3] ++ [5..7] \rightarrow [1,2,3,5,6,7]$

## Рекурсивни функции над списъци

- $(++) :: [a] \rightarrow [a] \rightarrow [a]$  — слепва два списъка
  - $[1..3] ++ [5..7] \rightarrow [1,2,3,5,6,7]$
- $a ++ b = \text{if null } a \text{ then } b \text{ else head } a : \text{tail } a ++ b$

# Рекурсивни функции над списъци

- $(++) :: [a] \rightarrow [a] \rightarrow [a]$  — слепва два списъка
  - $[1..3] ++ [5..7] \rightarrow [1,2,3,5,6,7]$
- $a ++ b = \text{if null } a \text{ then } b \text{ else head } a : \text{tail } a ++ b$
- $\text{reverse} :: [a] \rightarrow [a]$  — обръща списък
  - $\text{reverse } [1..5] \rightarrow [5,4,3,2,1]$

# Рекурсивни функции над списъци

- $(++) :: [a] \rightarrow [a] \rightarrow [a]$  — слепва два списъка
  - $[1..3] ++ [5..7] \rightarrow [1,2,3,5,6,7]$
- $a ++ b = \text{if null } a \text{ then } b \text{ else head } a : \text{tail } a ++ b$
- $\text{reverse} :: [a] \rightarrow [a]$  — обръща списък
  - $\text{reverse } [1..5] \rightarrow [5,4,3,2,1]$

```
reverse a
| null a      = a
| otherwise = reverse (tail a) ++ [head a]
```



# Рекурсивни функции над списъци

- `(++)` `:: [a] -> [a] -> [a]` — слепва два списъка
  - `[1..3] ++ [5..7] -> [1,2,3,5,6,7]`
- `a ++ b = if null a then b else head a : tail a ++ b`
- `reverse` `:: [a] -> [a]` — обръща списък
  - `reverse [1..5] -> [5,4,3,2,1]`

```
reverse a
| null a      = a
| otherwise = reverse (tail a) ++ [head a]
```

- `(!!)` `:: [a] -> Int -> a` — елемент с пореден номер (от 0)
  - `"Haskell" !! 2 -> 's'`

## Рекурсивни функции над списъци

- `(++)` :: `[a] -> [a] -> [a]` — слепва два списъка
  - `[1..3] ++ [5..7] -> [1,2,3,5,6,7]`
- `a ++ b = if null a then b else head a : tail a ++ b`
- `reverse` :: `[a] -> [a]` — обръща списък
  - `reverse [1..5] -> [5,4,3,2,1]`

`reverse a`

| `null a` = `a`

| `otherwise` = `reverse (tail a) ++ [head a]`

- `(!!)` :: `[a] -> Int -> a` — елемент с пореден номер (от 0)
  - `"Haskell" !! 2 -> 's'`
- `elem` :: `Eq a => a -> [a] -> Bool` — проверка за принадлежност на елемент към списък
  - `3 'elem' [1..5] -> True`

## Образци и списъци

Много удобно е да използваме образци на списъци:

- $p_h : p_t$  — пасва на всеки непразен списък  $l$ , за който:

## Образци и списъци

Много удобно е да използваме образци на списъци:

- $p_h : p_t$  — пасва на всеки непразен списък  $l$ , за който:
  - образецът  $p_h$  пасва на главата на  $l$

# Образци и списъци

Много удобно е да използваме образци на списъци:

- $p_h : p_t$  — пасва на всеки непразен списък  $l$ , за който:
  - образецът  $p_h$  пасва на главата на  $l$
  - образецът  $p_t$  пасва на опашката на  $l$

## Образци и списъци

Много удобно е да използваме образци на списъци:

- $p_h : p_t$  — пасва на всеки непразен списък  $l$ , за който:
  - образецът  $p_h$  пасва на главата на  $l$
  - образецът  $p_t$  пасва на опашката на  $l$
- **Внимание:** обикновено слагаме скоби  $(h:t)$ , понеже операцията  $:$  е с много нисък приоритет

## Образци и списъци

Много удобно е да използваме образци на списъци:

- $p_h : p_t$  — пасва на всеки непразен списък  $l$ , за който:
  - образецът  $p_h$  пасва на главата на  $l$
  - образецът  $p_t$  пасва на опашката на  $l$
- **Внимание:** обикновено слагаме скоби  $(h:t)$ , понеже операцията  $:$  е с много нисък приоритет
- $[p_1, p_2, \dots, p_n]$  — пасва на всеки списък от точно  $n$  елемента  $[x_1, x_2, \dots, x_n]$ , за който образецът  $p_i$  пасва на елемента  $x_i$

# Образци и списъци

Много удобно е да използваме образци на списъци:

- $p_h : p_t$  — пасва на всеки непразен списък  $l$ , за който:
  - образецът  $p_h$  пасва на главата на  $l$
  - образецът  $p_t$  пасва на опашката на  $l$
- **Внимание:** обикновено слагаме скоби  $(h:t)$ , понеже операцията  $:$  е с много нисък приоритет
- $[p_1, p_2, \dots, p_n]$  — пасва на всеки списък от точно  $n$  елемента  $[x_1, x_2, \dots, x_n]$ , за който образецът  $p_i$  пасва на елемента  $x_i$
- Примери:



## Образци и списъци

Много удобно е да използваме образци на списъци:

- $p_h : p_t$  — пасва на всеки непразен списък  $l$ , за който:
  - образецът  $p_h$  пасва на главата на  $l$
  - образецът  $p_t$  пасва на опашката на  $l$
- **Внимание:** обикновено слагаме скоби  $(h:t)$ , понеже операцията  $:$  е с много нисък приоритет
- $[p_1, p_2, \dots, p_n]$  — пасва на всеки списък от точно  $n$  елемента  $[x_1, x_2, \dots, x_n]$ , за който образецът  $p_i$  пасва на елемента  $x_i$
- Примери:
  - `head (h:_) = h`

# Образци и списъци

Много удобно е да използваме образци на списъци:

- $p_h:p_t$  — пасва на всеки непразен списък  $l$ , за който:
  - образецът  $p_h$  пасва на главата на  $l$
  - образецът  $p_t$  пасва на опашката на  $l$
- **Внимание:** обикновено слагаме скоби  $(h:t)$ , понеже операцията  $:$  е с много нисък приоритет
- $[p_1, p_2, \dots, p_n]$  — пасва на всеки списък от точно  $n$  елемента  $[x_1, x_2, \dots, x_n]$ , за който образецът  $p_i$  пасва на елемента  $x_i$
- Примери:
  - `head (h:_) = h`
  - `tail (_:t) = t`

# Образци и списъци

Много удобно е да използваме образци на списъци:

- $p_h : p_t$  — пасва на всеки непразен списък  $l$ , за който:
  - образецът  $p_h$  пасва на главата на  $l$
  - образецът  $p_t$  пасва на опашката на  $l$
- **Внимание:** обикновено слагаме скоби  $(h:t)$ , понеже операцията  $:$  е с много нисък приоритет
- $[p_1, p_2, \dots, p_n]$  — пасва на всеки списък от точно  $n$  елемента  $[x_1, x_2, \dots, x_n]$ , за който образецът  $p_i$  пасва на елемента  $x_i$
- Примери:
  - `head (h:_) = h`
  - `tail (_:t) = t`
  - `null [] = True`
  - `null _ = False`

# Образци и списъци

Много удобно е да използваме образци на списъци:

- $p_h : p_t$  — пасва на всеки непразен списък  $l$ , за който:
  - образецът  $p_h$  пасва на главата на  $l$
  - образецът  $p_t$  пасва на опашката на  $l$
- **Внимание:** обикновено слагаме скоби  $(h:t)$ , понеже операцията  $:$  е с много нисък приоритет
- $[p_1, p_2, \dots, p_n]$  — пасва на всеки списък от точно  $n$  елемента  $[x_1, x_2, \dots, x_n]$ , за който образецът  $p_i$  пасва на елемента  $x_i$
- Примери:
  - `head (h:_) = h`
  - `tail (_:t) = t`
  - `null [] = True`
  - `null _ = False`
  - `length [] = 0`
  - `length (_:t) = 1 + length t`

## Случаи по образци (case)

- `case` <израз> `of` { <образец> `->` <израз> }<sup>+</sup>

## Случаи по образци (case)

- `case` <израз> `of` { <образец> `->` <израз> }<sup>+</sup>
- `case` <израз> `of` <образец<sub>1</sub>> `->` <израз<sub>1</sub>>  
...  
<образец<sub>n</sub>> `->` <израз<sub>n</sub>>

## Случаи по образци (case)

- `case` <израз> `of` { <образец> `->` <израз> }<sup>+</sup>
- `case` <израз> `of` <образец<sub>1</sub>> `->` <израз<sub>1</sub>>
- ...
- <образец<sub>n</sub>> `->` <израз<sub>n</sub>>
- ако <израз> пасва на <образец<sub>1</sub>>, връща <израз<sub>1</sub>>, иначе:
- ...
- ако <израз> пасва на <образец<sub>n</sub>>, връща <израз<sub>n</sub>>, иначе:
- **Грешка!**

## Случаи по образци (case)

- `case` <израз> `of` { <образец> `->` <израз> }<sup>+</sup>
- `case` <израз> `of` <образец<sub>1</sub>> `->` <израз<sub>1</sub>>
- ...
- <образец<sub>n</sub>> `->` <израз<sub>n</sub>>
- ако <израз> пасва на <образец<sub>1</sub>>, връща <израз<sub>1</sub>>, иначе:
- ...
- ако <израз> пасва на <образец<sub>n</sub>>, връща <израз<sub>n</sub>>, иначе:
- **Грешка!**
- Използването на образци в дефиниции всъщност е синтактична захар за конструкцията `case`!



## Случаи по образци (case)

- `case` <израз> `of` { <образец> `->` <израз> }<sup>+</sup>
- `case` <израз> `of` <образец<sub>1</sub>> `->` <израз<sub>1</sub>>  
...  
    <образец<sub>n</sub>> `->` <израз<sub>n</sub>>
- ако <израз> пасва на <образец<sub>1</sub>>, връща <израз<sub>1</sub>>, иначе:
- ...
- ако <израз> пасва на <образец<sub>n</sub>>, връща <израз<sub>n</sub>>, иначе:
- **Грешка!**
- Използването на образци в дефиниции всъщност е синтактична захар за конструкцията `case`!
- `case` може да се използва навсякъде, където се очаква израз

# Полиморфни функции

Функциите `head`, `tail`, `null`, `length`, `reverse` и операциите `++` и `!!` са полиморфни

- работят над списъци с елементи от произволен тип `[t]`

# Полиморфни функции

Функциите `head`, `tail`, `null`, `length`, `reverse` и операциите `++` и `!!` са **полиморфни**

- работят над списъци с елементи от произволен тип `[t]`
- `t` се нарича **типова променлива**

# Полиморфни функции

Функциите `head`, `tail`, `null`, `length`, `reverse` и операциите `++` и `!!` са **полиморфни**

- работят над списъци с елементи от произволен тип `[t]`
- `t` се нарича **типова променлива**
- свойството се нарича **параметричен типов полиморфизъм**

# Полиморфни функции

Функциите `head`, `tail`, `null`, `length`, `reverse` и операциите `++` и `!!` са **полиморфни**

- работят над списъци с елементи от произволен тип `[t]`
- `t` се нарича **типова променлива**
- свойството се нарича **параметричен типов полиморфизъм**
- подобно на шаблоните в `C++`

# Полиморфни функции

Функциите `head`, `tail`, `null`, `length`, `reverse` и операциите `++` и `!!` са **полиморфни**

- работят над списъци с елементи от произволен тип `[t]`
- `t` се нарича **типова променлива**
- свойството се нарича **параметричен типов полиморфизъм**
- подобно на шаблоните в `C++`
- да не се бърка с **подтипов полиморфизъм**, реализиран с виртуални функции!

# Полиморфни функции

Функциите `head`, `tail`, `null`, `length`, `reverse` и операциите `++` и `!!` са **полиморфни**

- работят над списъци с елементи от произволен тип `[t]`
- `t` се нарича **типова променлива**
- свойството се нарича **параметричен типов полиморфизъм**
- подобно на шаблоните в `C++`
- да не се бърка с **подтипов полиморфизъм**, реализиран с **виртуални функции!**
- `[]` е **полиморфна константа**

## Класове от типове (typeclasses)

Функцията `elem` има специални изисквания към типа на елементите на списъка: трябва да могат да бъдат сравнявани с `==` или `/=`

- `elem :: Eq t => t -> [t] -> Bool`



## Класове от типове (typeclasses)

Функцията `elem` има специални изисквания към типа на елементите на списъка: трябва да могат да бъдат сравнявани с `==` или `/=`

- `elem :: Eq t => t -> [t] -> Bool`
- `Eq` е клас от типове

## Класове от типове (typeclasses)

Функцията `elem` има специални изисквания към типа на елементите на списъка: трябва да могат да бъдат сравнявани с `==` или `/=`

- `elem :: Eq t => t -> [t] -> Bool`
- `Eq` е клас от типове
- `Eq` е класът на тези типове, за които има операции `==` и `/=`

## Класове от типове (typeclasses)

Функцията `elem` има специални изисквания към типа на елементите на списъка: трябва да могат да бъдат сравнявани с `==` или `/=`

- `elem :: Eq t => t -> [t] -> Bool`
- `Eq` е клас от типове
- `Eq` е класът на тези типове, за които има операции `==` и `/=`
  - можем да си мислим за класовете от типове като за “интерфейси”

## Класове от типове (typeclasses)

Функцията `elem` има специални изисквания към типа на елементите на списъка: трябва да могат да бъдат сравнявани с `==` или `/=`

- `elem :: Eq t => t -> [t] -> Bool`
- `Eq` е **клас от типове**
- `Eq` е класът на тези типове, за които има операции `==` и `/=`
  - можем да си мислим за класовете от типове като за “интерфейси”
- `Eq t` наричаме **класово ограничение** за типа `t` (class constraint)

## Класове от типове (typeclasses)

Функцията `elem` има специални изисквания към типа на елементите на списъка: трябва да могат да бъдат сравнявани с `==` или `/=`

- `elem :: Eq t => t -> [t] -> Bool`
- `Eq` е **клас от типове**
- `Eq` е класът на тези типове, за които има операции `==` и `/=`
  - можем да си мислим за класовете от типове като за “интерфейси”
- `Eq t` наричаме **класово ограничение** за типа `t` (class constraint)
- множеството от всички класови ограничения наричаме **контекст**

## Класове от типове (typeclasses)

Функцията `elem` има специални изисквания към типа на елементите на списъка: трябва да могат да бъдат сравнявани с `==` или `/=`

- `elem :: Eq t => t -> [t] -> Bool`
- `Eq` е **клас от типове**
- `Eq` е класът на тези типове, за които има операции `==` и `/=`
  - можем да си мислим за класовете от типове като за “интерфейси”
- `Eq t` наричаме **класово ограничение** за типа `t` (class constraint)
- множеството от всички класови ограничения наричаме **контекст**
- **инстанция** на клас от типове наричаме всеки тип, за който са реализирани операциите зададени в класа

## Класове от типове (typeclasses)

Функцията `elem` има специални изисквания към типа на елементите на списъка: трябва да могат да бъдат сравнявани с `==` или `/=`

- `elem :: Eq t => t -> [t] -> Bool`
- `Eq` е **клас от типове**
- `Eq` е класът на тези типове, за които има операции `==` и `/=`
  - можем да си мислим за класовете от типове като за “интерфейси”
- `Eq t` наричаме **класово ограничение** за типа `t` (class constraint)
- множеството от всички класови ограничения наричаме **контекст**
- **инстанция** на клас от типове наричаме всеки тип, за който са реализирани операциите зададени в класа
- инстанции на `Eq` са:

## Класове от типове (typeclasses)

Функцията `elem` има специални изисквания към типа на елементите на списъка: трябва да могат да бъдат сравнявани с `==` или `/=`

- `elem :: Eq t => t -> [t] -> Bool`
- `Eq` е клас от типове
- `Eq` е класът на тези типове, за които има операции `==` и `/=`
  - можем да си мислим за класовете от типове като за “интерфейси”
- `Eq t` наричаме **класово ограничение** за типа `t` (class constraint)
- множеството от всички класови ограничения наричаме **контекст**
- **инстанция** на клас от типове наричаме всеки тип, за който са реализирани операциите зададени в класа
- инстанции на `Eq` са:
  - `Bool`, `Char`, всички числови типове (`Int`, `Integer`, `Float`, `Double`)



## Класове от типове (typeclasses)

Функцията `elem` има специални изисквания към типа на елементите на списъка: трябва да могат да бъдат сравнявани с `==` или `/=`

- `elem :: Eq t => t -> [t] -> Bool`
- `Eq` е клас от типове
- `Eq` е класът на тези типове, за които има операции `==` и `/=`
  - можем да си мислим за класовете от типове като за “интерфейси”
- `Eq t` наричаме **класово ограничение** за типа `t` (class constraint)
- множеството от всички класови ограничения наричаме **контекст**
- **инстанция** на клас от типове наричаме всеки тип, за който са реализирани операциите зададени в класа
- инстанции на `Eq` са:
  - `Bool`, `Char`, всички числови типове (`Int`, `Integer`, `Float`, `Double`)
  - списъчните типове `[t]`, за които `t` е инстанция на `Eq`

## Класове от типове (typeclasses)

Функцията `elem` има специални изисквания към типа на елементите на списъка: трябва да могат да бъдат сравнявани с `==` или `/=`

- `elem :: Eq t => t -> [t] -> Bool`
- `Eq` е клас от типове
- `Eq` е класът на тези типове, за които има операции `==` и `/=`
  - можем да си мислим за класовете от типове като за “интерфейси”
- `Eq t` наричаме **класово ограничение** за типа `t` (class constraint)
- множеството от всички класови ограничения наричаме **контекст**
- **инстанция** на клас от типове наричаме всеки тип, за който са реализирани операциите зададени в класа
- инстанции на `Eq` са:
  - `Bool`, `Char`, всички числови типове (`Int`, `Integer`, `Float`, `Double`)
  - списъчните типове `[t]`, за които `t` е инстанция на `Eq`
  - кортежните типове `(t1, ..., tn)`, за които `ti` са инстанции на `Eq`

## Стандартни класове

Някои от по-често използваните класове на Haskell:

- `Eq` — типове с равенство

## Стандартни класове

Някои от по-често използваните класове на Haskell:

- `Eq` — типове с равенство
- `Ord` — типове с (линейна) наредба
  - операциите `==`, `/=`, `>=`, `<=`, `<`, `>`
  - специалната функция `compare`, която сравнява два елемента и връща `LT`, `GT` или `EQ` в зависимост от резултата
  - функциите `min` и `max`

# Стандартни класове

Някои от по-често използваните класове на Haskell:

- `Eq` — типове с равенство
- `Ord` — типове с (линейна) наредба
  - операциите `==`, `/=`, `>=`, `<=`, `<`, `>`
  - специалната функция `compare`, която сравнява два елемента и връща `LT`, `GT` или `EQ` в зависимост от резултата
  - функциите `min` и `max`
- `Show` — типове, чиито елементи могат да бъдат извеждани в низ
  - функция `show :: a -> String`

# Стандартни класове

Някои от по-често използваните класове на Haskell:

- `Eq` — типове с равенство
- `Ord` — типове с (линейна) наредба
  - операциите `==`, `/=`, `>=`, `<=`, `<`, `>`
  - специалната функция `compare`, която сравнява два елемента и връща `LT`, `GT` или `EQ` в зависимост от резултата
  - функциите `min` и `max`
- `Show` — типове, чиито елементи могат да бъдат извеждани в низ
  - функция `show :: a -> String`
- `Read` — типове, чиито елементи могат да бъдат въвеждани от низ
  - функция `read :: String -> a`

# Стандартни класове

Някои от по-често използваните класове на Haskell:

- `Eq` — типове с равенство
- `Ord` — типове с (линейна) наредба
  - операциите `==`, `/=`, `>=`, `<=`, `<`, `>`
  - специалната функция `compare`, която сравнява два елемента и връща `LT`, `GT` или `EQ` в зависимост от резултата
  - функциите `min` и `max`
- `Show` — типове, чиито елементи могат да бъдат извеждани в низ
  - функция `show :: a -> String`
- `Read` — типове, чиито елементи могат да бъдат въвеждани от низ
  - функция `read :: String -> a`
- `Num` — числови типове
- `Integral` — целочислени типове
- `Floating` — типове с плаваща запетая

# Стандартни класове

Някои от по-често използваните класове на Haskell:

- `Eq` — типове с равенство
- `Ord` — типове с (линейна) наредба
  - операциите `==`, `/=`, `>=`, `<=`, `<`, `>`
  - специалната функция `compare`, която сравнява два елемента и връща `LT`, `GT` или `EQ` в зависимост от резултата
  - функциите `min` и `max`
- `Show` — типове, чиито елементи могат да бъдат извеждани в низ
  - функция `show :: a -> String`
- `Read` — типове, чиито елементи могат да бъдат въвеждани от низ
  - функция `read :: String -> a`
- `Num` — числови типове
- `Integral` — целочислени типове
- `Floating` — типове с плаваща запетая
- **числата в Haskell са полиморфни константи!**



# Отделяне на списъци (list comprehension)

Отделянето на списъци е удобен начин за дефиниране на нови списъци чрез използване на дадени такива

- [ <израз> | <генератор> {, <генератор>} {, <условие>} ]

$$B := \{x \in A, p(x)\}$$

# Отделяне на списъци (list comprehension)

Отделянето на списъци е удобен начин за дефиниране на нови списъци чрез използване на дадени такива

- [ <израз> | <генератор> {, <генератор>} {, <условие>} ]
- <генератор> е от вида <образец> <- <израз>, където

€

.

# Отделяне на списъци (list comprehension)

Отделянето на списъци е удобен начин за дефиниране на нови списъци чрез използване на дадени такива

- [ <израз> | <генератор> {, <генератор>} {, <условие>} ]
- <генератор> е от вида <образец> <- <израз>, където
  - <израз> е от тип списък [a]

# Отделяне на списъци (list comprehension)

Отделянето на списъци е удобен начин за дефиниране на нови списъци чрез използване на дадени такива

- [ <израз> | <генератор> {, <генератор>} {, <условие>} ]
- <генератор> е от вида <образец> <- <израз>, където
  - <израз> е от тип списък [a]
  - <образец> пасва на елементи от тип a

# Отделяне на списъци (list comprehension)

Отделянето на списъци е удобен начин за дефиниране на нови списъци чрез използване на дадени такива

- [ <израз> | <генератор> {, <генератор>} {, <условие>} ]
- <генератор> е от вида <образец> <- <израз>, където
  - <израз> е от тип списък [a]
  - <образец> пасва на елементи от тип a
- <условие> е произволен израз от тип Bool

# Отделяне на списъци (list comprehension)

Отделянето на списъци е удобен начин за дефиниране на нови списъци чрез използване на дадени такива

- [ <израз> | <генератор> {, <генератор>} {, <условие>} ]
- <генератор> е от вида <образец> <- <израз>, където
  - <израз> е от тип списък [a]
  - <образец> пасва на елементи от тип a
- <условие> е произволен израз от тип `Bool`
- За всеки от елементите генериран от <генератор>, които удовлетворяват **всички** <условие>, пресмята <израз> и натрупва резултатите в списък

## Примери за отделяне на списъци

- `[ 2 * x | x <- [1..5] ]`  $\longrightarrow$  ?

## Примери за отделяне на списъци

- `[ 2 * x | x <- [1..5] ]`  $\longrightarrow$  `[2,4,6,8,10]`



## Примери за отделяне на списъци

- $[ 2 * x \mid x \leftarrow [1..5] ] \longrightarrow [2,4,6,8,10]$
- $[ x^2 \mid x \leftarrow [1..10], \text{ odd } x] \longrightarrow ?$

.

## Примери за отделяне на списъци

- $[ 2 * x \mid x \leftarrow [1..5] ] \longrightarrow [2,4,6,8,10]$
- $[ x^2 \mid x \leftarrow [1..10], \text{ odd } x] \longrightarrow [1,9,25,49,81]$

## Примери за отделяне на списъци

- `[ 2 * x | x <- [1..5] ]`  $\longrightarrow$  `[2,4,6,8,10]`
- `[ x^2 | x <- [1..10], odd x]`  $\longrightarrow$  `[1,9,25,49,81]`
- `[ fn | (_, fn, grade) <- students, grade >= 2 ]`

## Примери за отделяне на списъци

- `[ 2 * x | x <- [1..5] ]`  $\longrightarrow$  `[2,4,6,8,10]`
- `[ x^2 | x <- [1..10], odd x]`  $\longrightarrow$  `[1,9,25,49,81]`
- `[ fn | (_, fn, grade) <- students, grade >= 2 ]`
- `[ x^2 + y^2 | (x, y) <- vectors, x >= 0, y >= 0]`

## Примери за отделяне на списъци

- `[ 2 * x | x <- [1..5] ]`  $\longrightarrow$  `[2,4,6,8,10]`
- `[ x^2 | x <- [1..10], odd x]`  $\longrightarrow$  `[1,9,25,49,81]`
- `[ fn | (_, fn, grade) <- students, grade >= 2 ]`
- `[ x^2 + y^2 | (x, y) <- vectors, x >= 0, y >= 0]`
- Ако имаме повече от един генератор, се генерират всички възможни комбинации от елементи (декартово произведение)

## Примери за отделяне на списъци

- `[ 2 * x | x <- [1..5] ]` → `[2,4,6,8,10]`
- `[ x^2 | x <- [1..10], odd x]` → `[1,9,25,49,81]`
- `[ fn | (_, fn, grade) <- students, grade >= 2 ]`
- `[ x^2 + y^2 | (x, y) <- vectors, x >= 0, y >= 0]`
- Ако имаме повече от един генератор, се генерират всички възможни комбинации от елементи (декартово произведение)
- `[ x++' ':y | x <- ["green","blue"], y <- ["sky","grass"]]`  
→ ?

## Примери за отделяне на списъци

- `[ 2 * x | x <- [1..5] ]` → `[2,4,6,8,10]`
- `[ x^2 | x <- [1..10], odd x]` → `[1,9,25,49,81]`
- `[ fn | (_, fn, grade) <- students, grade >= 2 ]`
- `[ x^2 + y^2 | (x, y) <- vectors, x >= 0, y >= 0]`
- Ако имаме повече от един генератор, се генерират всички възможни комбинации от елементи (декартово произведение)
- `[ x++' ':y | x <- ["green","blue"], y <- ["sky","grass"]]`  
→ `["green sky","green grass","blue sky","blue grass"]`

## Примери за отделяне на списъци

- `[ 2 * x | x <- [1..5] ]` → `[2,4,6,8,10]`
- `[ x^2 | x <- [1..10], odd x]` → `[1,9,25,49,81]`
- `[ fn | (_, fn, grade) <- students, grade >= 2 ]`
- `[ x^2 + y^2 | (x, y) <- vectors, x >= 0, y >= 0]`
- Ако имаме повече от един генератор, се генерират всички възможни комбинации от елементи (декартово произведение)
- `[ x++' ':y | x <- ["green","blue"], y <- ["sky","grass"]]`  
→ `["green sky","green grass","blue sky","blue grass"]`
- `[ (x,y) | x <- [1,2,3], y <- [5,6,7], x + y <= 8 ]` → ?



## Примери за отделяне на списъци

- `[ 2 * x | x <- [1..5] ]` → `[2,4,6,8,10]`
- `[ x^2 | x <- [1..10], odd x]` → `[1,9,25,49,81]`
- `[ fn | (_, fn, grade) <- students, grade >= 2 ]`
- `[ x^2 + y^2 | (x, y) <- vectors, x >= 0, y >= 0]`
- Ако имаме повече от един генератор, се генерират всички възможни комбинации от елементи (декартово произведение)
- `[ x++' ':y | x <- ["green","blue"], y <- ["sky","grass"]]`  
→ `["green sky","green grass","blue sky","blue grass"]`
- `[ (x,y) | x <- [1,2,3], y <- [5,6,7], x + y <= 8 ]` →  
`[(1,5),(1,6),(1,7),(2,5),(2,6),(3,5)]`

## Примери за отделяне на списъци

- `[ 2 * x | x <- [1..5] ]` → `[2,4,6,8,10]`
- `[ x^2 | x <- [1..10], odd x]` → `[1,9,25,49,81]`
- `[ fn | (_, fn, grade) <- students, grade >= 2 ]`
- `[ x^2 + y^2 | (x, y) <- vectors, x >= 0, y >= 0]`
- Ако имаме повече от един генератор, се генерират всички възможни комбинации от елементи (декартово произведение)
- `[ x++' ':y | x <- ["green","blue"], y <- ["sky","grass"]]`  
→ `["green sky","green grass","blue sky","blue grass"]`
- `[ (x,y) | x <- [1,2,3], y <- [5,6,7], x + y <= 8 ]` → `[(1,5),(1,6),(1,7),(2,5),(2,6),(3,5)]`
- **Задача.** Да се генерират всички Питагорови тройки в даден интервал.

# Отрязване на списъци

- `init` `:: [a] -> [a]` — списъка без последния му елемент
  - `init [1..5] -> [1,2,3,4]`

# Отрязване на списъци

- `init :: [a] -> [a]` — списъка без последния му елемент
  - `init [1..5] → [1,2,3,4]`
- `last :: [a] -> a` — последния елемент на списъка
  - `last "Haskell" → l`

## Отрязване на списъци

- `init :: [a] -> [a]` — списъка без последния му елемент
  - `init [1..5] → [1,2,3,4]`
- `last :: [a] -> a` — последния елемент на списъка
  - `last "Haskell" → l`
- `take :: Int -> [a] -> [a]` — първите  $n$  елемента на списък
  - `take 4 "Hello, world!" → "Hell"`

## Отрязване на списъци

- `init :: [a] -> [a]` — списъка без последния му елемент
  - `init [1..5] → [1,2,3,4]`
- `last :: [a] -> a` — последния елемент на списъка
  - `last "Haskell" → l`
- `take :: Int -> [a] -> [a]` — първите  $n$  елемента на списък
  - `take 4 "Hello, world!" → "Hell"`
- `drop :: Int -> [a] -> [a]` — списъка без първите  $n$  елемента
  - `drop 2 [1,3..10] → [5,7,9]`

## Отрязване на списъци

- `init :: [a] -> [a]` — списъка без последния му елемент
  - `init [1..5] -> [1,2,3,4]`
- `last :: [a] -> a` — последния елемент на списъка
  - `last "Haskell" -> l`
- `take :: Int -> [a] -> [a]` — първите  $n$  елемента на списък
  - `take 4 "Hello, world!" -> "Hell"`
- `drop :: Int -> [a] -> [a]` — списъка без първите  $n$  елемента
  - `drop 2 [1,3..10] -> [5,7,9]`
- `splitAt :: Int -> [a] -> ([a],[a])`
  - `splitAt n l = (take n l, drop n l)`

# Агрегиращи функции

- `maximum :: Ord a => [a] -> a` — максимален елемент
- `minimum :: Ord a => [a] -> a` — минимален елемент



# Агрегиращи функции

- `maximum :: Ord a => [a] -> a` — максимален елемент
- `minimum :: Ord a => [a] -> a` — минимален елемент
- `sum :: Num a => [a] -> a` — сума на списък от числа
- `product :: Num a => [a] -> a` — произведение на списък от числа

# Агрегиращи функции

- `maximum :: Ord a => [a] -> a` — максимален елемент
- `minimum :: Ord a => [a] -> a` — минимален елемент
- `sum :: Num a => [a] -> a` — сума на списък от числа
- `product :: Num a => [a] -> a` — произведение на списък от числа
- `and :: [Bool] -> Bool` — конюнкция на булеви стойности
- `or :: [Bool] -> Bool` — дизюнкция на булеви стойности

# Агрегиращи функции

- `maximum :: Ord a => [a] -> a` — максимален елемент
- `minimum :: Ord a => [a] -> a` — минимален елемент
- `sum :: Num a => [a] -> a` — сума на списък от числа
- `product :: Num a => [a] -> a` — произведение на списък от числа
- `and :: [Bool] -> Bool` — конюнкция на булеви стойности
- `or :: [Bool] -> Bool` — дизюнкция на булеви стойности
- `concat :: [[a]] -> [a]` — конкатенация на списък от списъци

# Агрегиращи функции

- `maximum :: Ord a => [a] -> a` — максимален елемент
- `minimum :: Ord a => [a] -> a` — минимален елемент
- `sum :: Num a => [a] -> a` — сума на списък от числа
- `product :: Num a => [a] -> a` — произведение на списък от числа
- `and :: [Bool] -> Bool` — конюнкция на булеви стойности
- `or :: [Bool] -> Bool` — дизюнкция на булеви стойности
- `concat :: [[a]] -> [a]` — конкатенация на списък от списъци

# Агрегиращи функции

- `maximum :: Ord a => [a] -> a` — максимален елемент
- `minimum :: Ord a => [a] -> a` — минимален елемент
- `sum :: Num a => [a] -> a` — сума на списък от числа
- `product :: Num a => [a] -> a` — произведение на списък от числа
- `and :: [Bool] -> Bool` — конюнкция на булеви стойности
- `or :: [Bool] -> Bool` — дизюнкция на булеви стойности
- `concat :: [[a]] -> [a]` — конкатенация на списък от списъци
- Примери:

# Агрегиращи функции

- `maximum :: Ord a => [a] -> a` — максимален елемент
- `minimum :: Ord a => [a] -> a` — минимален елемент
- `sum :: Num a => [a] -> a` — сума на списък от числа
- `product :: Num a => [a] -> a` — произведение на списък от числа
- `and :: [Bool] -> Bool` — конюнкция на булеви стойности
- `or :: [Bool] -> Bool` — дизюнкция на булеви стойности
- `concat :: [[a]] -> [a]` — конкатенация на списък от списъци
- Примери:
  - `[(sum 1, product 1) | 1 <- 11, maximum 1 == 2*minimum 1]`

# Агрегиращи функции

- `maximum :: Ord a => [a] -> a` — максимален елемент
- `minimum :: Ord a => [a] -> a` — минимален елемент
- `sum :: Num a => [a] -> a` — сума на списък от числа
- `product :: Num a => [a] -> a` — произведение на списък от числа
- `and :: [Bool] -> Bool` — конюнкция на булеви стойности
- `or :: [Bool] -> Bool` — дизюнкция на булеви стойности
- `concat :: [[a]] -> [a]` — конкатенация на списък от списъци
- Примери:
  - `[(sum 1, product 1) | 1 <- 11, maximum 1 == 2*minimum 1]`
  - `and [ or [ mod x k == 0 | x <- row ] | row <- matrix]`

# $\lambda$ -функции

- $\lambda\{ \text{<параметър> } \}^+ \rightarrow \text{<тяло>}$

.



# $\lambda$ -функции

- $\lambda \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\lambda \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$

# $\lambda$ -функции

- $\lambda \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\lambda \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- анонимна функция с  $n$  параметъра

# $\lambda$ -функции

- $\backslash \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\backslash \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- анонимна функция с  $n$  параметъра
- всеки  $\langle \text{параметър}_i \rangle$  всъщност е образец

# $\lambda$ -функции

- $\lambda \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\lambda \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- анонимна функция с  $n$  параметъра
- всеки  $\langle \text{параметър}_i \rangle$  всъщност е образец
- параметрите са видими само в рамките на  $\langle \text{тяло} \rangle$

# $\lambda$ -функции

- $\backslash \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\backslash \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- анонимна функция с  $n$  параметъра
- всеки  $\langle \text{параметър}_i \rangle$  всъщност е образец
- параметрите са видими само в рамките на  $\langle \text{тяло} \rangle$
- **Примери:**

# $\lambda$ -функции

- $\lambda \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\lambda \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- анонимна функция с  $n$  параметъра
- всеки  $\langle \text{параметър}_i \rangle$  всъщност е образец
- параметрите са видими само в рамките на  $\langle \text{тяло} \rangle$
- **Примери:**
  - $\text{id} = \lambda x \rightarrow x$

# $\lambda$ -функции

- $\lambda \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\lambda \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- анонимна функция с  $n$  параметъра
- всеки  $\langle \text{параметър}_i \rangle$  всъщност е образец
- параметрите са видими само в рамките на  $\langle \text{тяло} \rangle$
- **Примери:**
  - `id` =  $\lambda x \rightarrow x$
  - `const` =  $\lambda x y \rightarrow x$

# λ-функции

- $\lambda \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\lambda \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- анонимна функция с  $n$  параметъра
- всеки  $\langle \text{параметър}_i \rangle$  всъщност е образец
- параметрите са видими само в рамките на  $\langle \text{тяло} \rangle$
- **Примери:**
  - $\text{id} = \lambda x \rightarrow x$
  - $\text{const} = \lambda x y \rightarrow x$
  - $(\lambda x \rightarrow 2 * x + 1) 3 \rightarrow 7$



# λ-функции

- $\backslash \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\backslash \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- анонимна функция с  $n$  параметъра
- всеки  $\langle \text{параметър}_i \rangle$  всъщност е образец
- параметрите са видими само в рамките на  $\langle \text{тяло} \rangle$
- **Примери:**
  - `id = \x -> x`
  - `const = \x y -> x`
  - `(\x -> 2 * x + 1) 3 → 7`
  - `(\x 1 -> 1 ++ [x]) 4 [1..3] → [1,2,3,4]`

# λ-функции

- $\backslash \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\backslash \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- анонимна функция с  $n$  параметъра
- всеки  $\langle \text{параметър}_i \rangle$  всъщност е образец
- параметрите са видими само в рамките на  $\langle \text{тяло} \rangle$
- **Примери:**
  - `id = \x -> x`
  - `const = \x y -> x`
  - `(\x -> 2 * x + 1) 3 → 7`
  - `(\x 1 -> 1 ++ [x]) 4 [1..3] → [1,2,3,4]`
  - `(\ (x,y) -> x^2 + y) (3,5) → 14`

# λ-функции

- $\backslash \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\backslash \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- анонимна функция с  $n$  параметъра
- всеки  $\langle \text{параметър}_i \rangle$  всъщност е образец
- параметрите са видими само в рамките на  $\langle \text{тяло} \rangle$
- **Примери:**
  - `id = \x -> x`
  - `const = \x y -> x`
  - `(\x -> 2 * x + 1) 3`  $\longrightarrow$  7
  - `(\x 1 -> 1 ++ [x]) 4 [1..3]`  $\longrightarrow$  [1,2,3,4]
  - `(\ (x,y) -> x^2 + y) (3,5)`  $\longrightarrow$  14
  - `(\ f x -> f (f x)) (*3) 4`  $\longrightarrow$  36

# λ-функции

- $\backslash \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\backslash \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- анонимна функция с  $n$  параметъра
- всеки  $\langle \text{параметър}_i \rangle$  всъщност е образец
- параметрите са видими само в рамките на  $\langle \text{тяло} \rangle$
- **Примери:**
  - `id = \x -> x`
  - `const = \x y -> x`
  - `(\x -> 2 * x + 1) 3 → 7`
  - `(\x 1 -> 1 ++ [x]) 4 [1..3] → [1,2,3,4]`
  - `(\ (x,y) -> x^2 + y) (3,5) → 14`
  - `(\ f x -> f (f x)) (*3) 4 → 36`
- отсичането на операции може да се изрази чрез λ-функции:

# λ-функции

- $\backslash \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\backslash \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- анонимна функция с  $n$  параметъра
- всеки  $\langle \text{параметър}_i \rangle$  всъщност е образец
- параметрите са видими само в рамките на  $\langle \text{тяло} \rangle$
- **Примери:**
  - `id = \x -> x`
  - `const = \x y -> x`
  - `(\x -> 2 * x + 1) 3`  $\longrightarrow$  7
  - `(\x 1 -> 1 ++ [x]) 4 [1..3]`  $\longrightarrow$  [1,2,3,4]
  - `(\ (x,y) -> x^2 + y) (3,5)`  $\longrightarrow$  14
  - `(\ f x -> f (f x)) (*3) 4`  $\longrightarrow$  36
- отсичането на операции може да се изрази чрез λ-функции:
  - $(\langle \text{операция} \rangle \langle \text{израз} \rangle) = \backslash x \rightarrow x \langle \text{операция} \rangle \langle \text{израз} \rangle$

# λ-функции

- $\backslash \{ \langle \text{параметър} \rangle \}^+ \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $\backslash \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- анонимна функция с  $n$  параметъра
- всеки  $\langle \text{параметър}_i \rangle$  всъщност е образец
- параметрите са видими само в рамките на  $\langle \text{тяло} \rangle$
- **Примери:**
  - `id = \x -> x`
  - `const = \x y -> x`
  - `(\x -> 2 * x + 1) 3`  $\longrightarrow$  7
  - `(\x 1 -> 1 ++ [x]) 4 [1..3]`  $\longrightarrow$  [1,2,3,4]
  - `(\ (x,y) -> x^2 + y) (3,5)`  $\longrightarrow$  14
  - `(\ f x -> f (f x)) (*3) 4`  $\longrightarrow$  36
- отсичането на операции може да се изрази чрез λ-функции:
  - $(\langle \text{операция} \rangle \langle \text{израз} \rangle) = \backslash x \rightarrow x \langle \text{операция} \rangle \langle \text{израз} \rangle$
  - $(\langle \text{израз} \rangle \langle \text{операция} \rangle) = \backslash x \rightarrow \langle \text{израз} \rangle \langle \text{операция} \rangle x$

Свойства на  $\lambda$ -функциите

- $$\lambda x_1 x_2 \dots x_n \rightarrow \langle \text{ТЯЛО} \rangle$$

$$\iff \lambda x_1 \rightarrow \lambda x_2 \rightarrow \dots \lambda x_n \rightarrow \langle \text{ТЯЛО} \rangle$$

$$\lambda x y \rightarrow x$$

$$\lambda x \rightarrow (\lambda y \rightarrow x)$$

# Свойства на $\lambda$ -функциите

- $\lambda x_1 x_2 \dots x_n \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$   
 $\iff \lambda x_1 \rightarrow \lambda x_2 \rightarrow \dots \lambda x_n \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $f x = \langle \text{тяло} \rangle$   
 $\iff f = \lambda x \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$



Свойства на  $\lambda$ -функциите

- $\lambda x_1 x_2 \dots x_n \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$   
 $\iff \lambda x_1 \rightarrow \lambda x_2 \rightarrow \dots \lambda x_n \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $f x = \langle \text{тяло} \rangle$   
 $\iff f = \lambda x \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $f x y = \langle \text{тяло} \rangle$   
 $\iff f x = \lambda y \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$   
 $\iff f = \lambda x y \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$

$$fxy = z$$

$$fx = y^{-1}z$$

# Свойства на $\lambda$ -функциите

- $\lambda x_1 x_2 \dots x_n \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$   
 $\iff \lambda x_1 \rightarrow \lambda x_2 \rightarrow \dots \lambda x_n \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $f x = \langle \text{тяло} \rangle$   
 $\iff f = \lambda x \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $f x y = \langle \text{тяло} \rangle$   
 $\iff f x = \lambda y \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$   
 $\iff f = \lambda x y \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$
- $f x_1 \dots x_n = \langle \text{тяло} \rangle$   
 $\iff f x_1 \dots x_{n-1} = \lambda x_n \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$   
 $\iff \dots$   
 $\iff f = \lambda x_1 \dots x_n \rightarrow \langle \text{тяло} \rangle$

Свойства на  $\lambda$ -функциите

- $\lambda x_1 x_2 \dots x_n \rightarrow \langle \text{ТЯЛО} \rangle$
- $\iff \lambda x_1 \rightarrow \lambda x_2 \rightarrow \dots \lambda x_n \rightarrow \langle \text{ТЯЛО} \rangle$
- $f x = \langle \text{ТЯЛО} \rangle$
- $\iff f = \lambda x \rightarrow \langle \text{ТЯЛО} \rangle$
- $f x y = \langle \text{ТЯЛО} \rangle$
- $\iff f x = \lambda y \rightarrow \langle \text{ТЯЛО} \rangle$
- $\iff f = \lambda x y \rightarrow \langle \text{ТЯЛО} \rangle$
- $f x_1 \dots x_n = \langle \text{ТЯЛО} \rangle$
- $\iff f x_1 \dots x_{n-1} = \lambda x_n \rightarrow \langle \text{ТЯЛО} \rangle$
- $\iff \dots$
- $\iff f = \lambda x_1 \dots x_n \rightarrow \langle \text{ТЯЛО} \rangle$
- ~~$\lambda x y \rightarrow f x y$~~
- $\iff \lambda x \rightarrow f x$
- $\iff f$

$$\forall x f(x) = g(x)$$

$$\downarrow$$

$$f \equiv g$$

# Трансформация (map)

- `map` :: (a -> b) -> [a] -> [b]

# Трансформация (map)

- `map :: (a -> b) -> [a] -> [b]`
- `map f l = [ f x | x <- l ]`

# Трансформация (map)

- `map :: (a -> b) -> [a] -> [b]`
- `map f l = [ f x | x <- l ]`
- `map _ [] = []`
- `map f (x:xs) = f x : map f xs`

# Трансформация (map)

- `map :: (a -> b) -> [a] -> [b]`
- `map f l = [ f x | x <- l ]`
- `map _ [] = []`
- `map f (x:xs) = f x : map f xs`
- Примери:

# Трансформация (map)

- `map :: (a -> b) -> [a] -> [b]`
- `map f l = [ f x | x <- l ]`
- `map _ [] = []`
- `map f (x:xs) = f x : map f xs`
- Примери:
  - `map (^2) [1,2,3] → ?`



# Трансформация (map)

- `map :: (a -> b) -> [a] -> [b]`
- `map f l = [ f x | x <- l ]`
- `map _ [] = []`
- `map f (x:xs) = f x : map f xs`
- Примери:
  - `map (^2) [1,2,3] → [1,4,9]`

# Трансформация (map)

- `map :: (a -> b) -> [a] -> [b]`
- `map f l = [ f x | x <- l ]`
- `map _ [] = []`
- `map f (x:xs) = f x : map f xs`
- Примери:
  - `map (^2) [1,2,3] → [1,4,9]`
  - `map (!!1) [[1,2,3], [4,5,6], [7,8,9]] → ?`

# Трансформация (map)

- `map :: (a -> b) -> [a] -> [b]`
- `map f l = [ f x | x <- l ]`
- `map _ [] = []`
- `map f (x:xs) = f x : map f xs`
- Примери:
  - `map (^2) [1,2,3] → [1,4,9]`
  - `map (!!1) [[1,2,3], [4,5,6], [7,8,9]] → [2,5,8]`

# Трансформация (map)

- `map :: (a -> b) -> [a] -> [b]`
- `map f l = [ f x | x <- l ]`
- `map _ [] = []`
- `map f (x:xs) = f x : map f xs`
- Примери:
  - `map (^2) [1,2,3] → [1,4,9]`
  - `map (!!1) [[1,2,3], [4,5,6], [7,8,9]] → [2,5,8]`
  - `map sum [[1,2,3], [4,5,6], [7,8,9]] → ?`

# Трансформация (map)

- `map :: (a -> b) -> [a] -> [b]`
- `map f l = [ f x | x <- l ]`
- `map _ [] = []`
- `map f (x:xs) = f x : map f xs`
- Примери:
  - `map (^2) [1,2,3] → [1,4,9]`
  - `map (!!1) [[1,2,3], [4,5,6], [7,8,9]] → [2,5,8]`
  - `map sum [[1,2,3], [4,5,6], [7,8,9]] → [6,15,24]`

# Трансформация (map)

- `map :: (a -> b) -> [a] -> [b]`
- `map f l = [ f x | x <- l ]`
- `map _ [] = []`
- `map f (x:xs) = f x : map f xs`
- Примери:
  - `map (^2) [1,2,3] → [1,4,9]`
  - `map (!!1) [[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]] → [2,5,8]`
  - `map sum [[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]] → [6,15,24]`
  - `map ("a "++) ["cat","dog","pig"] → ?`

# Трансформация (map)

- `map :: (a -> b) -> [a] -> [b]`
- `map f l = [ f x | x <- l ]`
- `map _ [] = []`
- `map f (x:xs) = f x : map f xs`
- Примери:
  - `map (^2) [1,2,3] → [1,4,9]`
  - `map (!!1) [[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]] → [2,5,8]`
  - `map sum [[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]] → [6,15,24]`
  - `map ("a "++) ["cat","dog","pig"] → ["a cat","a dog","a pig"]`

# Трансформация (map)

- `map :: (a -> b) -> [a] -> [b]`
- `map f l = [ f x | x <- l ]`
- `map _ [] = []`
- `map f (x:xs) = f x : map f xs`
- Примери:
  - `map (^2) [1,2,3] → [1,4,9]`
  - `map (!!1) [[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]] → [2,5,8]`
  - `map sum [[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]] → [6,15,24]`
  - `map ("a "++) ["cat","dog","pig"] → ["a cat","a dog","a pig"]`
  - `map (\f -> f 2) [(^2),(1+),(*3)] → ?`



# Трансформация (map)

- `map :: (a -> b) -> [a] -> [b]`
- `map f l = [ f x | x <- l ]`
- `map _ [] = []`
- `map f (x:xs) = f x : map f xs`
- Примери:
  - `map (^2) [1,2,3] -> [1,4,9]`
  - `map (!!1) [[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]] -> [2,5,8]`
  - `map sum [[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]] -> [6,15,24]`
  - `map ("a "++) ["cat","dog","pig"] -> ["a cat","a dog","a pig"]`
  - `map (\f -> f 2) [(^2),(1+),(*3)] -> [4,3,6]`

## Филтриране (filter)

- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`

## Филтриране (filter)

- `filter` :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]
- `filter` p l = [ x | x <- l, p x ]

# Филтриране (filter)

- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
- `filter p l = [ x | x <- l, p x ]`
- `filter _ [] = []`  
`filter p (x:xs)`
  - | `p x` = `x : rest`
  - | `otherwise` = `rest``where rest = filter p xs`

# Филтриране (filter)

- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
- `filter p l = [ x | x <- l, p x ]`
- `filter _ [] = []`  
`filter p (x:xs)`
  - | `p x` = `x : rest`
  - | `otherwise` = `rest``where rest = filter p xs`
- Примери

# Филтриране (filter)

- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
- `filter p l = [ x | x <- l, p x ]`
- `filter _ [] = []`  
`filter p (x:xs)`
  - | `p x` = `x : rest`
  - | `otherwise` = `rest``where rest = filter p xs`
- Примери
  - `filter odd [1..5] → ?`

# Филтриране (filter)

- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
- `filter p l = [ x | x <- l, p x ]`
- `filter _ [] = []`  
`filter p (x:xs)`
  - | `p x` = `x : rest`
  - | `otherwise` = `rest``where rest = filter p xs`
- Примери
  - `filter odd [1..5] → [1,3,5]`

## Филтриране (filter)

- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
- `filter p l = [ x | x <- l, p x ]`
- `filter _ [] = []`  
`filter p (x:xs)`
  - | `p x` = `x : rest`
  - | `otherwise` = `rest``where rest = filter p xs`
- Примери
  - `filter odd [1..5] → [1,3,5]`
  - `filter (\f -> f 2 > 3) [(^2), (+1), (*3)] → ?`



## Филтриране (filter)

- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
- `filter p l = [ x | x <- l, p x ]`
- `filter _ [] = []`  
`filter p (x:xs)`
  - | `p x` = `x : rest`
  - | `otherwise` = `rest``where rest = filter p xs`
- Примери
  - `filter odd [1..5] → [1,3,5]`
  - `filter (\f -> f 2 > 3) [(^2), (+1), (*3)] → [(^2), (*3)]`

# Филтриране (filter)

- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
- `filter p l = [ x | x <- l, p x ]`
- `filter _ [] = []`  
`filter p (x:xs)`
  - | `p x` = `x : rest`
  - | `otherwise` = `rest``where rest = filter p xs`
- Примери
  - `filter odd [1..5] → [1,3,5]`
  - `filter (\f -> f 2 > 3) [(^2), (+1), (*3)] → [(^2), (*3)]`
  - `map (filter even) [[1,2,3], [4,5,6], [7,8,9]] → ?`

*(\l → filter even l.)*

# Филтриране (filter)

- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
- `filter p l = [ x | x <- l, p x ]`
- `filter _ [] = []`  
`filter p (x:xs)`
  - | `p x` = `x : rest`
  - | `otherwise` = `rest``where rest = filter p xs`
- Примери
  - `filter odd [1..5] → [1,3,5]`
  - `filter (\f -> f 2 > 3) [(^2), (+1), (*3)] → [(^2), (*3)]`
  - `map (filter even) [[1,2,3], [4,5,6], [7,8,9]] → [[2], [4,6], [8]]`

# Филтриране (filter)

- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
- `filter p l = [ x | x <- l, p x ]`
- `filter _ [] = []`  
`filter p (x:xs)`
  - | `p x` = `x : rest`
  - | `otherwise` = `rest``where rest = filter p xs`
- Примери
  - `filter odd [1..5] → [1,3,5]`
  - `filter (\f -> f 2 > 3) [(^2),(+1),(*3)] → [(^2),(*3)]`
  - `map (filter even) [[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]] →`  
`[[2],[4,6],[8]]`
  - `map (\x -> map (\f -> filter f x) [(<0),(==0),(>0)])`  
`[[ -2,1,0],[1,4,-1],[0,0,1]] → ?`

## Филтриране (filter)

- `filter :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`
- `filter p l = [ x | x <- l, p x ]`
- `filter _ [] = []`  
`filter p (x:xs)`
  - | `p x` = `x : rest`
  - | `otherwise` = `rest``where rest = filter p xs`
- Примери
  - `filter odd [1..5] → [1,3,5]`
  - `filter (\f -> f 2 > 3) [(~2),(+1),(*3)] → [(~2),(*3)]`
  - `map (filter even) [[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]] →`  
`[[2],[4,6],[8]]`
  - `map (\x -> map (\f -> filter f x) [(<0),(==0),(>0)])`  
`[[ -2,1,0],[1,4,-1],[0,0,1]] →`  
`[[[-2],[0],[1]],[[-1],[1,4]],[[],[0,0],[1]]]`

## Отделяне на списъци с `map` и `filter`

Отделянето на списъци е синтактична захар за `map` и `filter`

# Отделяне на списъци с `map` и `filter`

Отделянето на списъци е синтактична захар за `map` и `filter`

- [`<израз>` | `<образец>` `<-` `<списък>`, `<условие>`]

↔

```
map (\<образец> -> <израз>)  
  (filter (\<образец> -> <условие>) <списък>)
```

# Отделяне на списъци с `map` и `filter`

Отделянето на списъци е синтактична захар за `map` и `filter`

- [`<израз>` | `<образец>` `<-` `<списък>`, `<условие>`]  
↔  
`map` (`\<образец>` `->` `<израз>`)  
    (`filter` (`\<образец>` `->` `<условие>`) `<списък>`)
- [`<образец>` | `<образец>` `<-` `<списък>`, `<условие1>`, `<условие2>`]  
↔  
`filter` (`\<образец>` `->` `<условие2>`)  
    (`filter` (`\<образец>` `->` `<условие1>`) `<списък>`)



# Отделяне на списъци с `map` и `filter`

Отделянето на списъци е синтактична захар за `map` и `filter`

- [<израз> | <образец> <- <списък>, <условие>]

↔

```
map (\<образец> -> <израз>)
    (filter (\<образец> -> <условие>) <списък>)
```
- [<образец> | <образец> <- <списък>, <условие<sub>1</sub>>, <условие<sub>2</sub>>]

↔

```
filter (\<образец> -> <условие2>)
    (filter (\<образец> -> <условие1>) <списък>)
```
- [<израз> | <образец<sub>1</sub>> <- <списък<sub>1</sub>>, <образец<sub>2</sub>> <- <списък<sub>2</sub>>]

↔

```
concat (map (\<образец1> ->
            map (\<образец2> -> <израз>) <списък2>)
        <списък1>)
```

## Дясно свиване (`foldr`)

- `foldr`  $:: (a \rightarrow b \rightarrow b) \rightarrow b \rightarrow [a] \rightarrow b$

## Дясно свиване (foldr)

- `foldr` :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b
- `foldr op nv [x1, x2, ..., xn] =`  
`x1 'op' (x2 'op' ... (xn 'op' nv) ...)`

## Дясно свиване (foldr)

- `foldr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b`
- `foldr op nv [x1, x2, ..., xn] =`  
`x1 'op' (x2 'op' ... (xn 'op' nv) ...)`
- `foldr _ nv [] = nv`  
`foldr op nv (x:xs) = x 'op' foldr op nv xs`

## Дясно свиване (foldr)

- `foldr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b`
- `foldr op nv [x1, x2, ..., xn] =`  
`x1 'op' (x2 'op' ... (xn 'op' nv) ...)`
- `foldr _ nv [] = nv`  
`foldr op nv (x:xs) = x 'op' foldr op nv xs`
- Примери

## Дясно свиване (foldr)

- `foldr` :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b
- `foldr` op nv  $[x_1, x_2, \dots, x_n]$  =  
 $x_1$  'op'  $(x_2$  'op'  $\dots (x_n$  'op' nv  $\dots)$
- `foldr` \_ nv [] = nv  
`foldr` op nv (x:xs) = x 'op' `foldr` op nv xs
- Примери
  - `sum` = `foldr` (+) 0

## Дясно свиване (foldr)

- `foldr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b`
- `foldr op nv [x1, x2, ..., xn] =`  
`x1 'op' (x2 'op' ... (xn 'op' nv) ...)`
- `foldr _ nv [] = nv`  
`foldr op nv (x:xs) = x 'op' foldr op nv xs`
- Примери
  - `sum = foldr (+) 0`
  - `product = foldr (*) 1`

## Дясно свиване (foldr)

- `foldr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b`
- `foldr op nv [x1, x2, ..., xn] =`  
`x1 'op' (x2 'op' ... (xn 'op' nv) ...)`
- `foldr _ nv [] = nv`  
`foldr op nv (x:xs) = x 'op' foldr op nv xs`
- Примери
  - `sum = foldr (+) 0`
  - `product = foldr (*) 1`
  - `concat = foldr (++) []`



## Дясно свиване (foldr)

- `foldr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b`
- `foldr op nv [x1, x2, ..., xn] =`  
`x1 'op' (x2 'op' ... (xn 'op' nv) ...)`
- `foldr _ nv [] = nv`  
`foldr op nv (x:xs) = x 'op' foldr op nv xs`
- Примери
  - `sum = foldr (+) 0`
  - `product = foldr (*) 1`
  - `concat = foldr (++) []`
  - `and = foldr (&&) True`

## Дясно свиване (foldr)

- `foldr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b`
- `foldr op nv [x1, x2, ..., xn] =`  
`x1 'op' (x2 'op' ... (xn 'op' nv) ...)`
- `foldr _ nv [] = nv`  
`foldr op nv (x:xs) = x 'op' foldr op nv xs`
- Примери
  - `sum = foldr (+) 0`
  - `product = foldr (*) 1`
  - `concat = foldr (++) []`
  - `and = foldr (&&) True`
  - `or = foldr (||) False`

## Дясно свиване (foldr)

- `foldr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b`
- `foldr op nv [x1, x2, ..., xn] =`  
`x1 'op' (x2 'op' ... (xn 'op' nv) ...)`
- `foldr _ nv [] = nv`  
`foldr op nv (x:xs) = x 'op' foldr op nv xs`
- Примери
  - `sum = foldr (+) 0`
  - `product = foldr (*) 1`
  - `concat = foldr (++) []`
  - `and = foldr (&&) True`
  - `or = foldr (||) False`
  - `map f = foldr (\x r -> f x : r) []`

## Дясно свиване (foldr)

- `foldr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b`
- `foldr op nv [x1, x2, ..., xn] =`  
`x1 'op' (x2 'op' ... (xn 'op' nv) ...)`
- `foldr _ nv [] = nv`  
`foldr op nv (x:xs) = x 'op' foldr op nv xs`
- Примери
  - `sum = foldr (+) 0`
  - `product = foldr (*) 1`
  - `concat = foldr (++) []`
  - `and = foldr (&&) True`
  - `or = foldr (||) False`
  - `map f = foldr (\x -> (f x:)) []`

*y → f x:y  
(f x:?)*

## Дясно свиване (foldr)

- `foldr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b`
- `foldr op nv [x1, x2, ..., xn] =`  
`x1 'op' (x2 'op' ... (xn 'op' nv) ...)`
- `foldr _ nv [] = nv`
- `foldr op nv (x:xs) = x 'op' foldr op nv xs`

### Примери

- `sum = foldr (+) 0`
- `product = foldr (*) 1`
- `concat = foldr (++) []`
- `and = foldr (&&) True`
- `or = foldr (||) False`
- `map f = foldr (\x -> (f x:)) []`
- `filter p = foldr (\x r -> if p x then x : r else r) []`

*if A then f r else g r*  
 ↓  
*(if A then f else g) r*

## Дясно свиване (foldr)

- `foldr` :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b
- `foldr` op nv  $[x_1, x_2, \dots, x_n] =$   
 $x_1 \text{ 'op' } (x_2 \text{ 'op' } \dots (x_n \text{ 'op' } nv) \dots)$
- `foldr` \_ nv [] = nv  
`foldr` op nv (x:xs) = x 'op' `foldr` op nv xs
- Примери
  - `sum` = `foldr` (+) 0
  - `product` = `foldr` (\*) 1
  - `concat` = `foldr` (++) []
  - `and` = `foldr` (&&) True
  - `or` = `foldr` (||) False
  - `map` f = `foldr` (\x -> (f x:)) []
  - `filter` p = `foldr` (\x r -> (if p x then (x:) else id) r)  
 []

## Дясно свиване (foldr)

- `foldr :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> b`
- `foldr op nv [x1, x2, ..., xn] =`  
`x1 'op' (x2 'op' ... (xn 'op' nv) ...)`
- `foldr _ nv [] = nv`  
`foldr op nv (x:xs) = x 'op' foldr op nv xs`
- Примери
  - `sum = foldr (+) 0`
  - `product = foldr (*) 1`
  - `concat = foldr (++) []`
  - `and = foldr (&&) True`
  - `or = foldr (||) False`
  - `map f = foldr (\x -> (f x:)) []`
  - `filter p = foldr (\x -> if p x then (x:) else id) []`

# Ляво свиване (foldl)

- `foldl :: (b -> a -> b) -> b -> [a] -> b`



## Ляво свиване (foldl)

- `foldl :: (b -> a -> b) -> b -> [a] -> b`
- `foldl op nv [x1, x2, ..., xn] =`  
`(... ((nv 'op' x1) 'op' x2) ... ) 'op' xn`

# Ляво свиване (foldl)

- $\text{foldl} :: (b \rightarrow a \rightarrow b) \rightarrow b \rightarrow [a] \rightarrow b$
- $\text{foldl op nv } [x_1, x_2, \dots, x_n] =$   
 $(\dots ((\text{nv 'op' } x_1) \text{'op' } x_2) \dots) \text{'op' } x_n$
- $\text{foldl } \_ \text{ nv } [] = \text{nv}$   
 $\text{foldl op nv } (x:xs) = \text{foldl op } (\text{nv 'op' } x) \text{ xs}$

# Ляво свиване (foldl)

- `foldl :: (b -> a -> b) -> b -> [a] -> b`
- `foldl op nv [x1, x2, ..., xn] =`  
`(... ((nv 'op' x1) 'op' x2) ... ) 'op' xn`
- `foldl _ nv [] = nv`  
`foldl op nv (x:xs) = foldl op (nv 'op' x) xs`
- Пример
  - `flip f x y = f y x`
  - `reverse = foldl (flip (:)) []`

## Свиване на непразни списъци (`foldr1` и `foldl1`)

- `foldr1 :: (a -> a -> a) -> [a] -> a`

## Свиване на непразни списъци (`foldr1` и `foldl1`)

- `foldr1` :: (a -> a -> a) -> [a] -> a
- `foldr1` op nv  $[x_1, x_2, \dots, x_n] =$   
 $x_1 \text{ 'op' } (x_2 \text{ 'op' } \dots (x_{n-1} \text{ 'op' } x_n) \dots)$

## Свиване на непразни списъци (`foldr1` и `foldl1`)

- `foldr1` :: (a -> a -> a) -> [a] -> a
- `foldr1` op nv  $[x_1, x_2, \dots, x_n] =$   
 $x_1 \text{ 'op' } (x_2 \text{ 'op' } \dots (x_{n-1} \text{ 'op' } x_n) \dots)$
- `foldr1` \_ [x] = x  
`foldr1` op (x:xs) = x 'op' `foldr1` op xs

## Свиване на непразни списъци (`foldr1` и `foldl1`)

- `foldr1` :: (a -> a -> a) -> [a] -> a
- `foldr1` op nv  $[x_1, x_2, \dots, x_n] =$   
 $x_1 \text{ 'op' } (x_2 \text{ 'op' } \dots (x_{n-1} \text{ 'op' } x_n) \dots)$
- `foldr1` \_ [x] = x  
`foldr1` op (x:xs) = x 'op' `foldr1` op xs
- `foldl1` :: (a -> a -> a) -> [a] -> a

## Свиване на непразни списъци (`foldr1` и `foldl1`)

- `foldr1` :: (a -> a -> a) -> [a] -> a
- `foldr1` op nv  $[x_1, x_2, \dots, x_n] =$   
 $x_1 \text{ 'op' } (x_2 \text{ 'op' } \dots (x_{n-1} \text{ 'op' } x_n) \dots)$
- `foldr1` \_ [x] = x  
`foldr1` op (x:xs) = x 'op' `foldr1` op xs
- `foldl1` :: (a -> a -> a) -> [a] -> a
- `foldl1` op nv  $[x_1, x_2, \dots, x_n] =$   
 $(\dots ((x_1 \text{ 'op' } x_2) \dots) \text{ 'op' } x_n$



## Свиване на непразни списъци (`foldr1` и `foldl1`)

- `foldr1` :: (a -> a -> a) -> [a] -> a
- `foldr1` op nv  $[x_1, x_2, \dots, x_n] =$   
 $x_1 \text{ 'op' } (x_2 \text{ 'op' } \dots (x_{n-1} \text{ 'op' } x_n) \dots)$
- `foldr1` \_ [x] = x  
`foldr1` op (x:xs) = x 'op' `foldr1` op xs
- `foldl1` :: (a -> a -> a) -> [a] -> a
- `foldl1` op nv  $[x_1, x_2, \dots, x_n] =$   
 $(\dots ((x_1 \text{ 'op' } x_2) \dots) \text{ 'op' } x_n$
- `foldl1` op (x:xs) = `foldl` op x xs

## Свиване на непразни списъци (`foldr1` и `foldl1`)

- `foldr1` :: (a -> a -> a) -> [a] -> a
- `foldr1` op nv  $[x_1, x_2, \dots, x_n] =$   
 $x_1 \text{ 'op' } (x_2 \text{ 'op' } \dots (x_{n-1} \text{ 'op' } x_n) \dots)$
- `foldr1` \_ [x] = x  
`foldr1` op (x:xs) = x 'op' `foldr1` op xs
- `foldl1` :: (a -> a -> a) -> [a] -> a
- `foldl1` op nv  $[x_1, x_2, \dots, x_n] =$   
 $(\dots ((x_1 \text{ 'op' } x_2) \dots) \text{ 'op' } x_n$
- `foldl1` op (x:xs) = `foldl` op x xs
- Примери

## Свиване на непразни списъци (`foldr1` и `foldl1`)

- `foldr1` :: (a -> a -> a) -> [a] -> a
- `foldr1` op nv  $[x_1, x_2, \dots, x_n] =$   
 $x_1 \text{ 'op' } (x_2 \text{ 'op' } \dots (x_{n-1} \text{ 'op' } x_n) \dots)$
- `foldr1` \_ [x] = x  
`foldr1` op (x:xs) = x 'op' `foldr1` op xs
- `foldl1` :: (a -> a -> a) -> [a] -> a
- `foldl1` op nv  $[x_1, x_2, \dots, x_n] =$   
 $(\dots ((x_1 \text{ 'op' } x_2) \dots) \text{ 'op' } x_n$
- `foldl1` op (x:xs) = `foldl` op x xs
- Примери
  - `maximum` = `foldr1 max`

## Свиване на непразни списъци (`foldr1` и `foldl1`)

- `foldr1` :: (a -> a -> a) -> [a] -> a
- `foldr1` op nv  $[x_1, x_2, \dots, x_n] =$   
 $x_1 \text{ 'op' } (x_2 \text{ 'op' } \dots (x_{n-1} \text{ 'op' } x_n) \dots)$
- `foldr1` \_ [x] = x  
`foldr1` op (x:xs) = x 'op' `foldr1` op xs
- `foldl1` :: (a -> a -> a) -> [a] -> a
- `foldl1` op nv  $[x_1, x_2, \dots, x_n] =$   
 $(\dots ((x_1 \text{ 'op' } x_2) \dots) \text{ 'op' } x_n$
- `foldl1` op (x:xs) = `foldl` op x xs
- Примери
  - `maximum` = `foldr1` max
  - `minimum` = `foldr1` min

## Свиване на непразни списъци (`foldr1` и `foldl1`)

- `foldr1` :: (a -> a -> a) -> [a] -> a
- `foldr1` op nv  $[x_1, x_2, \dots, x_n] =$   
 $x_1 \text{ 'op' } (x_2 \text{ 'op' } \dots (x_{n-1} \text{ 'op' } x_n) \dots)$
- `foldr1` \_ [x] = x  
`foldr1` op (x:xs) = x 'op' `foldr1` op xs
- `foldl1` :: (a -> a -> a) -> [a] -> a
- `foldl1` op nv  $[x_1, x_2, \dots, x_n] =$   
 $(\dots ((x_1 \text{ 'op' } x_2) \dots) \text{ 'op' } x_n$
- `foldl1` op (x:xs) = `foldl` op x xs
- Примери
  - `maximum` = `foldr1` max
  - `minimum` = `foldr1` min
  - `last` = `foldl1` (\\_ r -> r)

## Сканиране на списъци (`scanl`, `scanr`)

`scanr` и `scanl` връщат историята на пресмятането на `foldr` и `foldl`

## Сканиране на списъци (`scanl`, `scanr`)

`scanr` и `scanl` връщат историята на пресмятането на `foldr` и `foldl`

- `scanr` :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> [b]

# Сканиране на списъци (`scanl`, `scanr`)

`scanr` и `scanl` връщат историята на пресмятането на `foldr` и `foldl`

- `scanr` :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> [b]
- `scanr` op nv [x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub>, ..., x<sub>n</sub>] =  
[x<sub>1</sub> 'op' (x<sub>2</sub> 'op' (... (x<sub>n</sub> 'op' nv) ...)),  
x<sub>2</sub> 'op' (... (x<sub>n</sub> 'op' nv) ...),  
...  
x<sub>n</sub> 'op' nv,  
nv]



# Сканиране на списъци (`scanl`, `scanr`)

`scanr` и `scanl` връщат историята на пресмятането на `foldr` и `foldl`

- `scanr` :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> [b]
- `scanr` op nv [x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub>, ..., x<sub>n</sub>] =  
 [x<sub>1</sub> 'op' (x<sub>2</sub> 'op' ... (x<sub>n</sub> 'op' nv) ...),  
 x<sub>2</sub> 'op' (... (x<sub>n</sub> 'op' nv) ...),  
 ...  
 x<sub>n</sub> 'op' nv,  
 nv]
- `scanl` :: (b -> a -> b) -> b -> [a] -> [b]

# Сканиране на списъци (`scanl`, `scanr`)

`scanr` и `scanl` връщат историята на пресмятането на `foldr` и `foldl`

- `scanr` :: (a -> b -> b) -> b -> [a] -> [b]

- `scanr` op nv [x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub>, ..., x<sub>n</sub>] =  
 [x<sub>1</sub> 'op' (x<sub>2</sub> 'op' ... (x<sub>n</sub> 'op' nv) ...),  
 x<sub>2</sub> 'op' (... (x<sub>n</sub> 'op' nv) ...),  
 ...  
 x<sub>n</sub> 'op' nv,  
 nv]

- `scanl` :: (b -> a -> b) -> b -> [a] -> [b]

- `scanl` op nv [x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub>, ..., x<sub>n</sub>] =  
 [nv,  
 nv 'op' x<sub>1</sub>,  
 (nv 'op' x<sub>1</sub>) 'op' x<sub>2</sub>,  
 ...  
 (...((nv 'op' x<sub>1</sub>) 'op' x<sub>2</sub>) ...) 'op' x<sub>n</sub>]

## Съшиване на списъци (`zip`, `zipWith`)

- `zip` :: `[a] -> [b] -> [(a,b)]`

## Съшиване на списъци (zip, zipWith)

- `zip` :: [a] -> [b] -> [(a,b)]
  - `zip` [x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub>, ..., x<sub>n</sub>] [y<sub>1</sub>, y<sub>2</sub>, ..., y<sub>n</sub>] → [(x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>), (x<sub>2</sub>, y<sub>2</sub>), ..., (x<sub>n</sub>, y<sub>n</sub>)]

## Съшиване на списъци (`zip`, `zipWith`)

- `zip` :: `[a] -> [b] -> [(a,b)]`
  - `zip [x1, x2, ..., xn] [y1, y2, ..., yn] → [(x1, y1), (x2, y2), ..., (xn, yn)]`
  - ако единият списък е по-къс, спира когато свърши той







































































