

# Контролно по ДАА

09.06.2014

**Задача 1** Имате ориентиран граф  $G(V, E)$  с  $|V| = n$ , и за всеки негов връх неговата транзитивна обвивка - тоест, върховете, достижими от него. Добавяме ребро  $e$  към графа, обновявайки го до  $G^*(V, E \cup \{e\})$ .

- а) Покажете как да обновим транзитивната обвивка да е за  $G^*$  в  $O(n^2)$  време.
- б) Може ли това да стане в  $o(n^2)$  време за произволни граф / добавено ребро?
- в) Опишете алгоритъм, който вкарва дадени от потребителя  $k$  на брой ребра, обновявайки транзитивната обвивка всеки път, който да действа в  $O(n^3)$  време. Докажете, че алгоритъмът наистина е толкова бърз. Предполагаме, че  $k \leq n^2$ .

**Задача 2** Дадени са  $n$  града, които трябва да бъдат свързани в електрическа мрежа. Дадени са и  $m$  двойки градове, между които вече има далекопроводи, както и  $k$  тройки числа  $(xyz)$ : цената за построяване на далекопровод между градове  $x$  и  $y$  е  $z$ . Да се намери минималната цена за дострояване на свързана мрежа.

**Задача 3** Имате метален прът с дължина  $n \in \mathbb{N}$ , както и цените, на които биха се продали пръчки с дължина  $i$  за всяко цяло  $i$  от 1 до  $n$  - съответно  $p_i$ . Максимизирайте печалбата си.

**Задача 4** Даден е претеглен граф  $G(V, E)$ ,  $T$  минимално покриващо дърво в него, и  $P$  най-лек път в него между върховете  $u$  и  $v$ . Намаляваме теглото на всяко ребро с единица. Предполагаме, че тежестите на ребрата след тази операция (все още) са положителни.

- а)  $T$  все още ли е минимално покриващо дърво?
- б)  $P$  все още ли е най-лекият път между  $u$  и  $v$ ?