(Твърде) често срещани грешки на голямото контролно

- ВЯРНО: $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k} = 2^n$ (точно толкова, не само в асимптотичен смисъл). Кратката аргументация е – това е точният брой подмножества на множество с n елемента. Лявата страна преброява всички възможни начини да се вземе k-елементно подмножество (от пълното с k=0 до цялото, k=n), а дясната брои всички възможни подмножества с идеята за характеристичен вектор – съвсем проста и основна конструкция, позната още от курса Дискретни Структури.
  Алтернативно, $2^n = (1+1)^n = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}1^k 1^{n-k} = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}$ (очевидно $1^k = 1$)

- **Много груба** и твърде често срещана грешка: $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = n!\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{k!(n-k)!} = n!\,\Theta(1) = \Theta(n!)$ понеже тази сума клони към 0 и редът (*какъв ред*) е сходящ. Там е работата, че тази сума първо, не е парциална сума на никакъв ред, и второ, сумата е ограничена отгоре, НО клони към 0 когато n клони към безкрайност. Тоест, получаваме неопределеност от тип $[\infty.0]$, чийто отговор далеч не е тривиален.
  Може би сте виждали подобен пример с $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k!}$, но тук сумата е ограничена И отдолу - първото събираемо винаги е 1, а останалите са >0, и отгоре (понеже правилно е парциална сума на сходящ ред) откъдето следва $\Theta(1)$. В нашия случай получаваме само ограничаване отгоре, т.е. $O(n!)$, което не ни върши работа.

- $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k} \asymp \binom{n}{n/2} \asymp \frac{2^n}{\sqrt{n}}$, понеже това е най-голямото по порядък събираемо в сумата и тя трябва да е асимптотично еквивалентна на него. Е, очевидно $\frac{2^n}{\sqrt{n}}$ не е същото като 2^n, което е достатъчен контрапример за това. Още по-просто: $\sum_{k=0}^{n} k \asymp n^2$, а не n.
- $\binom{n}{k} \asymp n^k$, откъдето $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k} \asymp n^n$. Това е вярно само когато k е константа (**ЧИСЛО**, независещо от n). Очевидно $\binom{n}{n-1} = \binom{n}{1} = n \not\asymp n^{n-1}$.

- $lgf \asymp lgg \Rightarrow f \asymp g$. Без коментар.

- $a^{b^c} = a^{(b^c)}$, а не $(a^b)^c$ (което е $a^{b.c}$). В частност, $2^{2^4} = 2^{16} = 65536$, а не $(2^2)^4 = 256$, както и $(lgn)^{(lgn)^{lgn}} \neq ((lgn)^{lgn})^{lgn}$. Втори курс във ФМИ сте, а не шести клас, и дори под стрес от изпит/конторлно не е редно това да е *масова* грешка.

- $Q(n) = 3Q(n-1) + 3n3^n + 3n(3+n)3^n$ → от нехомогенната част има две събираеми, съотв. числото 3 влиза общо 2+3=5 пъти в мултимножество – **ГРЕШНО!** При представяне в общ вид трябва константите b_i^n, произлезли от различните събираеми, да са различни! Правилно е да се пренапише до $Q(n) = 3Q(n-1) + (12n + n^2)3^n$, което ни дава един корен $x = 3$ от хомогенната част и точно 3 тройки от нехомогенната.

- $\sqrt{\frac{1}{2}lgn} \prec lgn$ е вярно, и от това наистина следва $\sqrt{\frac{1}{2}lgn}^{lgn} \prec (lgn)^{lgn}$, но второто е вярно само защото lgn е неограничено растяща функция – което има значение и в основата, и в експонентата, но никой от използвалите го не го е написал и най-вероятно съобразил. Значително по-различно е от повдигането на степен някакво константно число.
- Често допускана грешка, от избързване или неяснота: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{f}{g} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{lgf}{lgg} = \cdots$. Да, ако $lgf \prec lgg$ или $lgf \succ lgg$, това равенство е вярно, но когато го пишете в момент, в който решавате задачата и се опитвате да установите дали $f \prec g$ или $f \succ g$, или нещо друго, не е съвсем правилно да пишете такова равенство. Когато пък релацията между двете функции е друга, това става просто грешно. Избягвайте да го правите на всяка цена.

- По шеста задача: това, че в условието е споменато, че числата могат да бъдат различни е само за да не разчитате на противното в обясненията си. Теоретичната долна граница за сортиране с директни сравнения $\Omega(nlgn)$ е валидна независимо какви са стойностите на елементите. Всички алгоритми работят коректно и също толкова бързо дори когато целият масив е от еднакви елементи (с изкл. на QuickSort, за който това е най-лош случай). Не бива **и е грешно** в обясненията Ви да фигурират твърдения като *„долната граница е $\Omega(n^2)$, тъй като може да има повтарящи се елементи...*”.