

Два цели израза се наричат **тъждествено равни (тъждествени, равни)**, ако за всички стойности на променливите в тях съответните им стойности са равни.

Пример:

Изразите $u = -x(5-2x)$ и $w = 2x^2 - 5x$ са тъждествено равни за произволна стойност на x .

Използваме разпределителното свойство на умножението и разместителното свойство на събирането

$$u = -5x + 2x^2 = 2x^2 - 5x = w$$

Замяната на израз с тъждествено равен на него израз се нарича **тъждествено преобразуване (преобразуване)** на израза.

Пример:

$-20x + 8x$ се преобразува в $-12x$.

Тъждество – равенство, двете страни на което са тъждествено равни изрази.

Пример:

$$6(1 + x) = 6 + 6x.$$

Основни тъждества

Разместително свойство

$$u + v = v + u$$

$$u \cdot v = v \cdot u$$

Съдружително свойство

$$(u + v) + w = u + (v + w)$$

$$(u \cdot v) \cdot w = u \cdot (v \cdot w)$$

Разпределително свойство

$$(u \pm v) \cdot w = u \cdot w \pm v \cdot w$$

$$(u \pm v) : w = u : w \pm v : w \quad (w \neq 0)$$

Свойства на равните изрази

Симетричност -

ако $u = v$, то $v = u$

Транзитивност

- ако $u = v$, $v = w$, то $u = w$

- ако $u = v$, то $u - v = 0$ и обратно

Рефлексивност

– всеки израз е тъждествено равен на себе си

$$u = u$$

Формули за съкратено умножение

Формулите за съкратено умножение обобщават често срещаните случаи за умножение на многочлени. Голяма част от тях се явяват като частен случай на Нютоновия бином. Изучават се в началната алгебра.

Ако имаме сбор(разлика) от две числа на степен втора и трябва да премахнем скобите използваме формулите за съкратено умножение:

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

Примери: ако $x = 10$, $y = 5a$

$$(10 + 5a)^2 = 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 5a + (5a)^2 = 100 + 100a + 25a^2$$

$$(10 - 4)^2 = 10^2 - 2 \cdot 10 \cdot 4 + 4^2 = 100 - 80 + 16 = 36$$

Разбира се обратното също е вярно:

$$25 + 20a + 4a^2 = 5^2 + 2 \cdot 2 \cdot 5 + (2a)^2 = (5 + 2a)^2$$

Следствие от по-горните формули:

$$(-x + y)^2 = (y - x)^2 = y^2 - 2xy + x^2$$

$$(-x - y)^2 = (-(x + y))^2 = (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

Формули за 3-та степен:

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

$$\text{Пример: } (1 + a^2)^3 = 1^3 + 3 \cdot 1^2 \cdot a^2 + 3 \cdot 1 \cdot (a^2)^2 + (a^2)^3 = 1 + 3a^2 + 3a^4 + a^6$$

$$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$$

$$(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz + 2yz$$

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

$$x^2 + y^2 = \text{не съществува такава формула.}$$

Разложете на множители:

$$9a^2 - 25b^2 = (3a)^2 - (5b)^2 = (3a - 5b)(3a + 5b)$$

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

Ако n е естествено число

$$x^n - y^n = (x - y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + \dots + y^{n-2}x + y^{n-1})$$

Ако n е четно ($n = 2k$)

$$x^n + y^n = (x + y)(x^{n-1} - x^{n-2}y + \dots + y^{n-2}x - y^{n-1})$$

Ако n е нечетно ($n = 2k + 1$)

$$x^n + y^n = (x + y)(x^{n-1} - x^{n-2}y + \dots - y^{n-2}x + y^{n-1})$$