

Модул(абсолютна стойност) на едно положително число или нула се нарича самото число, а модул на едно отрицателно число се нарича противоположното му число т.е.

$$|a| = a \text{ при } a \geq 0 \text{ и}$$

$$|a| = -a \text{ при } a < 0$$

От определението е ясно, че абсолютната стойност на всяко рационално число, което е различно от нула е положително число. Освен това следва, че противоположните числа имат равни модули. Ще разгледаме уравнения от вида $|ax + b| = c$

Правило за решаване

- При $c > 0$ модулното уравнение се разпада на две линейни уравнения:

$$ax + b = c \Leftrightarrow ax = c - b \Leftrightarrow x_1 = (c - b) / a$$

или

$$ax + b = -c \Leftrightarrow ax = -c - b \Leftrightarrow x_2 = (c + b) / a$$

т.е. уравнението има два корена

- При $c = 0$ модулното уравнение е от вида $|ax + b| = 0$ и решението му е:

$$ax + b = 0 \Rightarrow ax = -b \Rightarrow x = -b / a,$$

т.е. при $c = 0$ уравнението има един корен $x = -b / a$.

- При $c < 0$ модулното уравнение няма решение.

Примери:

1 задача Решете уравнението:

А) $|x| = 5$

Б) $|3x + 4| = 7$

В) $|1 / 3x + 4| = 0$

Решение:

При решаването на тези уравнения ще използваме определението модул на рационално число.

А) Щом $|x| = 5$, то $x = 5$ или $x = -5$, защото както числото 5, така и -5 имат модул 5 .

Освен това няма други числа с такъв модул;

Б) От $|3x + 4| = 7$ следва, че $3x + 4 = 7$ или $3x + 4 = -7$
От първото уравнение намираме $3x = 7 - 4 \Leftrightarrow 3x = 3 \Leftrightarrow x = 1$,
а от второто $3x = -7 - 4 \Leftrightarrow 3x = -11 \Leftrightarrow x = -11/3$

В) $|1/3x + 4| = 0$ означава, че
 $1/3x + 4 = 0 \Leftrightarrow$
 $1/3x = -4 \Leftrightarrow x = -12$

2 задача Докажете, че няма решение уравнението:

А) $-(2x + 3)/14 = 5$

Б) $|8x - 4(2x + 3)| = 15$

Решение:

А) $-(2x + 3)/14 = 5 \Leftrightarrow |(2x + 3)/14| = -5$
което няма решение, защото няма число, на което модулът е отрицателно число;

Б) $|8x - 4(2x + 3)| = 15 \Leftrightarrow |8x - 8x - 12| = 15 \Leftrightarrow$
 $|-12| = 15 \Leftrightarrow 12 = 15$, което показва, че е невъзможно за никое x

3 задача Да се реши уравнението:

А) $|2x - (3x + 2)| = 1$

Б) $|x|/3 - 2|x|/2 = -1$

В) $|3x - 1| = 2|3x - 1| - 2$

Решение:

А) $|2x - 3x - 2| = 1 \Leftrightarrow |-x - 2| = 1 \Leftrightarrow$
 $-x - 2 = 1$ или $-x - 2 = -1$

От първото уравнение получаваме $-2 - 1 = x \Leftrightarrow x = -3$,
а от второто $-2 + 1 = x \Leftrightarrow x = -1$

Б) $|x|/3 - 2|x|/2 = -1$ Привеждаме към най-малък общ знаменател и получаваме

$$2|x| - 3 \cdot 2|x| = -6 \Leftrightarrow$$

$$2|x| - 6|x| = -6 \Leftrightarrow$$

$$-4|x| = -6 \Leftrightarrow |x| = 3/2 \Leftrightarrow$$

$$x = 3/2 \text{ или } x = -3/2$$

В) $|3x - 1| = 2|3x - 1| - 2 \Leftrightarrow$

$$2 = 2|3x - 1| - |3x - 1| \Leftrightarrow$$

$$2 = |3x - 1| \Leftrightarrow$$

$$3x - 1 = 2 \text{ или } 3x - 1 = -2,$$

$$\text{откъдето } 3x = 3 \Leftrightarrow x = 1 \text{ или } 3x = -1 \Leftrightarrow x = -1/3$$