

Стойност на неизвестното, за която от даденото уравнение се получава вярно числово равенство, се нарича корен на това уравнение. Две уравнения се наричат равносилни(еквивалентни), когато множествата от корените им съвпадат, т.е.корените на първото уравнение са корени и на второто уравнение и обратно. В сила са следните правила:

1. Ако в дадено уравнение един израз се замени с тъждествен на него израз, получава се уравнение, равносилно на даденото.
2. Ако в дадено уравнение някакъв израз се прехвърли от едната му страна в другата с противоположен знак, получава се уравнение, което е равносилно на даденото.
3. Ако двете страни на едно уравнение се разделят или умножат с едно и също число, различно от нула, получаваме уравнение, равносилно на даденото.

Уравнение от вида $ax + b = 0$, където a, b са дадени числа, се нарича **уравнение от първа степен** по отношение на неизвестното x .

Решенията на уравнението $ax + b = 0$ зависят от константата a :

- При $a \neq 0$
 1. Ако имаме скоби ги разкриваме;
 2. Ако имаме знаменател привеждаме под общ знаменател и двете страни на уравнението;
 3. Прехвърляме неизвестните от едната страна, а известните от другата страна на уравнението и извършваме привеждане;
 4. Ако пред неизвестното имаме минус, умножаваме двете страни на уравнението с -1 ;
 5. Освобождава ме се от коефициента пред неизвестното (ако той е различен от 0 и 1), като делим двете страни на уравнението с коефициента a .

- При $a = 0$ и $b \neq 0$

Уравнението няма корени, защото е от вида $0 \cdot x = -b$.

- При $a = 0$ и $b = 0$

Всяко число е корен на уравнението, защото е от вида $0 \cdot x = 0$.

Пример:

1 зад. Решете уравнението:

A) $16x + 10 - 32 = 35 - 10x - 5$

$$\text{Б) } y + 3/2y + 25 = 1/2y + 3/4y - 5/2y + y + 37$$

$$\text{В) } 7u - 9 - 3u + 5 = 11u - 6 - 4u$$

Решение:

А) извършваме някои от означените действия и получаваме

$$16x - 22 = 30 - 10x.$$

След използване на правило 2 намираме $16x + 10x = 30 + 22$

След извършване на действие събиране получаваме $26x = 52$

Неизвестен множител намираме като произведението разделим на другият множител.

$$\text{Затова } x = 52/26$$

$$\text{Следователно } x = 2$$

Б) аналогично на разглежданията в А) намираме:

$$y(1 + 3/2) + 25 = y(1/2 + 3/4 - 5/2 + 1) + 37 \Leftrightarrow$$

$$5/2y + 25 = -1/4y + 37 \Leftrightarrow 5/2y + 1/4y = 37 - 25 \Leftrightarrow$$

$$11/4y = 12 \Leftrightarrow y = 12 \cdot 4/11 \Leftrightarrow y = 48/11$$

$$\text{В) } 4u - 4 = 7u - 6 \Leftrightarrow 6 - 4 = 7u - 4u \Leftrightarrow 2 = 3u \Leftrightarrow u = 2/3$$

2 зад. Докажете че всяка стойност на неизвестното е корен на уравнението:

$$\text{А) } 7x - 13 = -13 + 7x$$

$$\text{Б) } (1/2 - x)^2 - (1/2 + x)^2 = -2x$$

Решение: За едно линейно уравнение с неизвестно x всяко x е решение, ако то се свежда до решаване на следното еквивалентно на него уравнение $0 \cdot x = 0$ или се превръща в твърдение $a = a$. Действително, в ляво произволна стойност за x , щом умножаваме с нула, ще се получи нула, т.е. дясната страна, или стойността на x няма да влияе на лявата и дясната страна в твърдеството.

$$\text{А) } 7x - 7x = -13 + 13 \Leftrightarrow 0 \cdot x = 0 \Leftrightarrow \text{всяко } x \text{ е решение.}$$

$$\text{Б) } 1/4 - x + x^2 - (1/4 + x + x^2) = -2x \Leftrightarrow$$

$$1/4 - x + x^2 - 1/4 - x - x^2 = -2x \Leftrightarrow$$

$$-2x = -2x \Leftrightarrow$$

$$-2x + 2x = 0 \Leftrightarrow$$

$$0 \cdot x = 0 \Leftrightarrow \text{Следователно всяко } x \text{ е решение}$$

3 зад. Докажете че уравнението няма корени:

А) $(x - 3) / 4 = (x + 5) / 4$

Б) $2(3x - 1) - 3(2x + 1) = 6$

Решение:

А) $(x - 3) / 4 = (x + 5) / 4 \Leftrightarrow x - 3 = x + 5 \Leftrightarrow x - x = 5 + 3 \Leftrightarrow 0 = 8$
 \Rightarrow няма решение;

Б) $2(3x - 1) - 3(2x + 1) = 6 \Leftrightarrow 6x - 2 - 6x - 3 = 6 \Leftrightarrow 0 \cdot x = 6 + 5 \Leftrightarrow 0 = 11$ Няма решение.