

В ежедневието си ние непрекъснато сравняваме **по големина** величини и обекти .

За да означим резултата,използваме знаците за сравнение - „>“ , "<“ или " = „

За всеки две числа или изрази A и B е възможно :

· $A > B$ или $A < B$

· $A \geq B$ или $A \leq B$.

Дефиниция : Всеки два израза свързани със знаците за сравнение образуват **неравенство** .Неравенство между изрази с една променлива наричаме **неравенство с едно неизвестно**.

Неравенствата разделяме на **строги и нестроги** .Ако изразите са свързани само със знаците "<" или ">" , те са строги ,а ако са свързани със знаците " \geq " или " \leq " те са нестроги .

Неравенството $A \leq B$ е обединение на строгото неравенство $A < B$ и уравнението $A = B$.

Да решим неравенство ,означава да намерим всички стойности на неизвестното x ,за които неравенството се превръща във вярно числово неравенство.

Теоремите за еквивалентност на неравенства

Теорема 1: Ако в неравенство един израз се замени с еквивалентен на него израз , то получаваме неравенство ,еквивалентно на даденото

Теорема 2 : Ако прехвърлим число или израз от едната в другата страна на неравенството с обратен(противоположен) знак, то се получава еквивалентно неравенство.

Теорема 3 : Ако умножим двете страни на неравенство с положително число или израз, който приема само положителни стойности , то получаваме неравенство еквивалентно на даденото

Теорема 4: Ако умножим двете страни на неравенство с отрицателно число или израз който приема само отрицателни стойности , то неравенството променя знака си.

Задачите с неравенства разделяме на два вида

Първи вид задачи – това са задачи, в които се иска да се реши дадено неравенство. Това са основни задачи с помощта на които, ще решавате успешно тестови задачи с избираем или свободен отговор, или задачи с описание .

Втори вид задачи- това са задачи , в които търсим ,не всички решения , а отговори , които удовлетворяват посочени допълнителни условия. Тези задачи са подходящи за подготовката Ви за национално външно оценяване в 7 –ми клас

• **Решаване на линейно неравенство с едно неизвестно**

Неравенство от вида $a \cdot x + b \geq 0$ ($a \cdot x + b \leq 0$), където x е променлива, a и b са числа, като $a \neq 0$, се нарича **линейно неравенство**

Примери за линейни неравенства .

1. $x - 5 > 0,5$;

2. $2x - 3 < 0$;

3. $0 \geq 4 \cdot x - 0,5$;

Поставяме си задачата да **намерим и опишем решенията** на неравенството

$$a \cdot x + b \geq 0, \text{ при } a \neq 0,$$

От теоремите за еквивалентност на неравенства , получаваме равносилното неравенството **$a \cdot x \geq -b$**

За да намерим решенията трябва да **разделим на числото $a \neq 0$** ,

Ако коефициента **$a > 0$** , то решението на неравенството е :

$$x \geq -\frac{b}{a}$$

Ако коефициента **$a < 0$** , то решението на неравенството е:

$$x \leq -\frac{b}{a}$$

- Решаване на неравенства ,равносилни на неравенства от първа степен с едно неизвестно .

Дефиниция :Казваме,че две неравенства са равносилни ,ако решенията им съвпадат .

Всички неравенства ,**равносилни на неравенства** от първа степен с едно неизвестно , решаваме в няколко стъпки. Това става чрез преобразуване на неравенството в друго, **еквивалентно** на първоначалното,до получаване на линейно неравенство с едно неизвестно

Поставяме си задачата в няколко стъпки да решим съставените от нас неравенства

$$x - 3 > 4,3$$

$$4,3 \leq 2(x - 0,5)$$

Задача1

$$x - 3 > 4,3$$

⇕

$$x > 4,3 + 3$$

⇕

$$x > 7,3$$

Следователно решенията на даденото неравенство са числата $x \in (7,3 ; +\infty)$.

• **Неравенства от първа степен с едно неизвестно ,които нямат решение**

В следващите задачи ще разгледаме неравенства от първа степен с едно неизвестно ,които **нямат решение** Това означава че не съществуват числа ,за които да **получим вярно числово неравенство**

Задача 2. Решете неравенствата :

A) $x + 5 \leq 0,5(2x - 3)$

B) $1 - 4x \leq 0,5(-3 - 8x)$

Решение на A) :

Разкриваме скобите и получаваме равносилното неравенство

$$x + 5 \leq x - 1,5$$

⇕

Прехвърляме изразите съдържащи неизвестно число от едната страна ,а числата от другата страна , като спазваме правилото ,прехвърлянията са с противоположен знак .Получаваме равносилното неравенство :

⇕

$$x - x \leq -1,5 - 5$$

⇕

$$0 \cdot x \leq -6,5$$

ВАЖНО ! Това неравенство **няма решение** ,защото $0 = 0 \cdot x > -6,5$

Следователно $x \in \emptyset$

- Неравенства от първа степен с едно неизвестно, които имат решение за всяка стойност на неизвестното число

В следващите задачи ще разгледаме неравенства от първа степен с едно неизвестно, които **имат решение** за всяко x . Това означава, че за всяко произволно число x , **получаваме вярно числово неравенство**

Задача 3 .Решете неравенството :

$$A) 3(2-x) < 7 - 3x$$

Решение на A) :

$$6 - 3x < 7 - 3x$$

⇕

$$-3x + 3x < 7 - 6$$

⇕

$$0 \cdot x < 1$$

ВАЖНО ! Даденото неравенство има решение за всяко x , защото **$0 = 0 \cdot x < 1$**

Следователно $x \in (-\infty ; +\infty)$

- Решаване на неравенства от първа степен с едно неизвестно, чиито коефициенти са дробни числа

Задача 5: Решете неравенството:

$$\frac{2}{7}x - 3 > x - \frac{1}{3}$$

Решение :

1. Намираме НОЗ(7,3)=21

2. Умножаваме двете страни на неравенството с числото 21 > 0

$$21 \cdot \left(\frac{2}{7}x - 3\right) > \left(x - \frac{1}{3}\right) \cdot 21$$

3. Разкриваме скобите и решаваме получените неравенства

$$6x - 63 > 21x - 7$$

⇕

$$15x < -56 \quad | :15 > 0$$

⇕

$$x < -56:15$$

$$x \in (-\infty ; -56/15)$$

Задача 6 : Решете неравенството:

$$\frac{1}{5} - 2(x-1) > 2 - \frac{x-3}{3}$$

Решение :

Умножаваме двете страни на неравенството с НОЗ(3,5)=15 > 0 и получаваме

$$15 \cdot \frac{1}{5} - 2 \cdot 15(x-1) > 2 \cdot 15 - \left(\frac{x-3}{3}\right) \cdot 15$$

⇕

$$3 - 30x + 30 > 30 - 5x + 15$$

⇕

$$-25x > 12$$

⇕

$$25x < -12 \quad | :25 > 0$$

⇕

$$x < -0,48$$

Следователно $x \in (-\infty ; -0,48)$