

Многостенът е тяло в пространството, съставено от произволни многоъгълници. Повърхнината на това тяло е краен брой многоъгълници. Всеки един от многоъгълниците оформя стена на многостена. Върховете на стените са върхове на многостена, а страните на многоъгълника са ръбове на многостена. Ръбовете са основни, когато са страни на многоъгълниците, служещи за основи на многостена, и околни, когато са страни на многоъгълниците, опасващи многостена.

Многостените, подобно на фигурите от планиметрията, имат лица: лице на околната повърхнина ( $S_0$ )( $S_0$ ), което се изчислява като сбор от лицата на околните стени, тоест като сбор от лицата на многоъгълниците, заграждащи многостена, и лице на пълна повърхнина ( $S_1$ )( $S_1$ ), което е сума от околната повърхнина и лицата на основите на многостена. Тук се откроява и една специфична категория, наречена обем ( $V$ )( $V$ ), присъща на телата от пространството. Как ще намерим обема на един многостен, зависи от това, какъв вид е той, защото за различните пространствени фигури формулите за обем са различни.

Многостените, наричани още ръбести тела, се делят на няколко вида. Те могат да бъдат призми, паралелепипеди (частен случай на призмата, когато основите са успоредници), пирамиди:

- а) призмата е многостен, на който основите са еднакви многоъгълници, а околните стени са еднакви успоредници;
- б) паралелепипедът е призма, на която двете основи са успоредници;
- в) пирамидата е многостен, чиято основа е многоъгълник, а околните стени са триъгълници, събиращи се в общи връх и с основи страните на многоъгълника.

## Призма

В геометрията  $n$ -ъгълна **призма** е многостен, на който две от стените са еднакви многоъгълници с  $n$  страни, лежащи в успоредни равнини, а останалите му  $n$  стени са успоредници или правоъгълници. Тези успоредници се наричат **околни стени** на призмата. Многоъгълниците се наричат съответно **горна** и **долна основа**. Страните на основите се наричат **основни ръбове**, а останалите ръбове – **околни ръбове** на призмата. **Диагонал** на призма се нарича отсечка, която съединява връх от долната основа със срещуположен връх от горната основа.

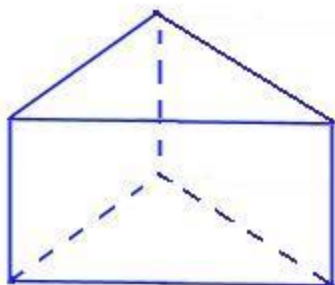
Диагоналите на призмата се пресичат в една точка.

Обединението на околните стени е **околната повърхнина** на призмата, а обединението от околната повърхнина и двете основи е нейната **пълна повърхнина**.

Всяка отсечка, успоредна на околните ръбове, чиито краища лежат върху два основни ръба, се нарича **образуваща** на призмата.

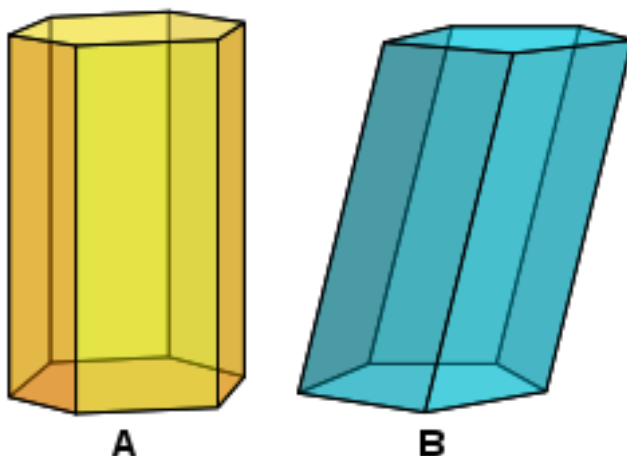
**Височина** на призма ( $h$ ) е разстоянието между двете основи на призмата. То е равно на дължината на отсечка, чиито краища лежат в равнините на основите на призмата и която е перпендикулярна на тези равнини.

Всички напречни сечения, успоредни на основите, са еднакви многоъгълници.



Видове:

- **Правя призма** е такава призма, на която околните ръбове сключват с равнините на основите прав ъгъл. При правата призма околните стени са правоъгълници или квадрати, а височината е равна на образуващата – А.
- Когато околните ръбове не са перпендикулярни на основите, призмата е **наклонена** – В.
- **Правилна призма** е права призма, при която основите са правилни многоъгълници. Правилните призми имат за ос на симетрия правата, която свързва центровете на двете основи. Всяко равнинно сечение, което съдържа оста на симетрията на призмата, се нарича *осно сечение*.
- Призма, чиито основи са успоредници, се нарича **паралелепипед**. Той може да бъде прав или наклонен. В паралелепипед диагоналите се пресичат в една точка, която ги разполовява.
- Прав паралелепипед, основата на който е правоъгълник, се нарича **правоъгълен паралелепипед**.



Кубът е правоъгълен паралелепипед, на който всички стени са квадрати.

- **ПризмOID** или **призматOID** се нарича многостен, чиято горна и долна основа лежат в успоредни равнини, но не са еднакви многоъгълници и могат да имат различен брой върхове.

## Свойства:

- Основите на призмата са еднакви многоъгълници.
- Околните стени на призмата са паралелограми.
- Околните ръбове на призмата са успоредни и еднакви.
- *Обемът на призмата* е равен на произведението от височината  $h$  и площта на основата:  

$$V = B \cdot h$$
- Площта на пълната повърхност на призмата е равна на сумата от площта на околните  $n$  стени и удвоената площ на основата.
- Площта на околната повърхност на *произволна* призма е  $S = P \cdot l$ , където  $P$  е периметърът на перпендикулярното сечение, а  $l$  е дължината на околния ръб.
- Площта на околната повърхност на *права* призма е  $S = P \cdot h$ , където  $P$  е периметърът на основата на призмата, а  $h$  е височината на призмата.
- Перпендикулярното сечение е перпендикулярно на всички околни ръбове на призмата.
- Перпендикулярното сечение е перпендикулярно на всички околни стени.

## Пирамида

**Пирамидата** е геометрично тяло, многостен, образуван от свързването на всеки от върховете на  $n$ -ъгълник ( $n=3, 4, \dots$ ), наречен **основа**, с точка, нележаща в равнината му, наречена **върх** на пирамидата. Стените, едната страна на които е страна на основата, а другите 2 сключват помежду си ъгъл при върха на пирамидата, се наричат **околни стени**. Ръбовете при основата се наричат **основни ръбове**, а останалите ръбове на пирамидата - **околни ръбове**. Околните стени на пирамидата са триъгълници. Правата, спусната от върха към равнината на основата и образуваща прав ъгъл с нея, се нарича **височина**. Височината на околна стена, спусната от върха на пирамидата към основния ръб, се нарича **апотема**. Сборът от лицата на околните стени на пирамидата се нарича **околна повърхнина**, а сборът от околната повърхнина и лицето на основата - **пълна повърхнина**.

Елементите на пирамидата се обозначават както следва:

- **h**- височина
- **k**- апотема
- **l**-околен ръб



## Видове пирамиди:

**Права пирамида** - пирамида, петата на височината на която е център на основата.

**Правилна пирамида** - пирамида с основа правилен многоъгълник и равни околни ръбове.

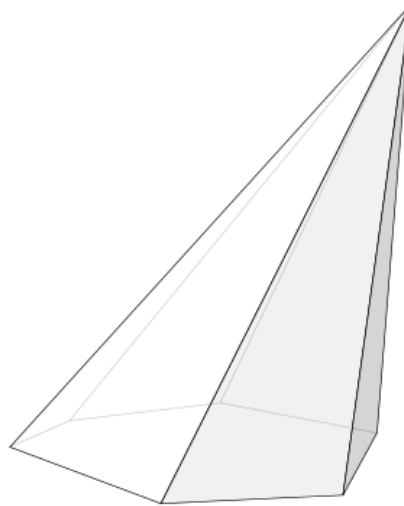
**Наклонена пирамида** - пирамида, петата на височината на която не е център на основата.

**Пресечена пирамида** - многостен, заключен между основа на пирамида и нейно успоредно сечение.

**Тетраедър** - триъгълна пирамида.

**Правоъгълен тетраедър** - тетраедър, на който трите ъгъла при един връх са равни.

**Правилен тетраедър** - тетраедър, на който четирите страни са еднакви равностранни триъгълници.



## Повърхнина и обем

Лицето на **околната повърхнина** на *правилна* пирамида се намира по формулата:

$$S_{ок} = (p.k) / 2$$

където **p** е периметърът на основата, а **k** е апотемата.

Лицето на **пълната повърхнина** (на *правилна* пирамида) се пресмята по формулата:

$$S_1 = (p.k) / 2 + B$$

**Обемът** на произволна пирамида се намира по формулата:

$$V = (B.h)/3$$

където **V** е лицето на основата, а **h** е височината на пирамидата.