

## Задачи за напреднали курсисти върху материала – Фигури и тела

1. Даден е правоъгълен триъгълник  $ABC$  с прав ъгъл при върха  $C$ .
  - а) Ако по-малкият катет е с  $3$  см по-малък от хипотенузата, а по-големият остър ъгъл е  $60^\circ$ , да се намери хипотенузата.
  - б) Ако по-големният катет е с  $1$  см по-голям от малкия катет, но и с  $1$  см по-малък от хипотенузата, а отношението на малкия катет към хипотенузата е както  $3:5$ , да се намерят лицето и периметъра на триъгълника.
  - в) Ако хипотенузата е с  $2,6$  см по-голяма от височината към нея, а отношението на катетите е както  $3:4$ , да се намерят лицето и периметъра на триъгълника.
  - г) Ако медианата към хипотенузата сключва ъгъл от  $120^\circ$  с нея, а хипотенузата е с  $3$  см по-голяма от малкия катет, да се намерят ъглите на триъгълника, медианата към хипотенузата, малкия катет и хипотенузата.
2. Даден е равнобедрен триъгълник  $ABC$  ( $AC = CB$ ).
  - а) Ако бедрото се отнася към основата както  $3:1$ , а основата е равна на  $10$  см, да се намери периметъра на триъгълника.
  - б) Ако бедрото е с два сантиметра по-малко от основата, а отношението на основата към бедрото е както  $4:3$ , да се намери периметъра на триъгълника.
  - в) Ако отношението на бедрото към височината към основата е както  $5:4$ , а основата е с  $2$  см по-малка от бедрото, да се намери височината към бедрото.
  - г) Ако основата е с  $4$  см по-малка от сбора на дължините на бедрата, а височината към основата е с  $1$  см по-голяма от височината към бедрото, намерете периметъра и лицето на триъгълника.
3. Симетралата на страните  $AB$  и  $AC$  на триъгълника  $ABC$  се пресичат в точката  $O$ . Ако ъгъл  $BAC$  е  $40$  градуса, то ъгъл  $BCO$  е равен на:
  - а)  $30$  градуса
  - б)  $45$  градуса
  - в)  $8$  градуса
  - г)  $50$  градуса
4. В остроъгълния триъгълник  $ABC$   $CD$  е височина и ъгъл  $BAC=45^\circ$ . Върху страната  $BC$  е взета точка  $M$  така, че  $MD$  е ъглополовяща на ъгъл  $AMB$ . Намерете големината на ъгъл  $AMB$  в градуси.
5. В триъгълника  $ABC$ ,  $AB = 12$ ,  $BC = 15$  и периметърът е  $4$  пъти по-голям от  $AC$ . Тогава за ъглите му е в сила:
  - а)  $\alpha > \beta > \gamma$
  - б)  $\alpha > \gamma > \beta$
  - в)  $\beta > \alpha > \gamma$
  - г)  $\beta > \gamma > \alpha$
  - д)  $\alpha > \beta = \gamma$

6. Върху едното рамо на ъгъл с връх  $A$  са взети точките  $B$  и  $C$ , а върху другото-точките  $D$  и  $E$  така , че  $AB=AD$  и  $AC=AE$ . Отсечките  $DC$  и  $BE$  се пресичат в точка  $O$ . Докажете, че правата  $AO$  минава през пресечната точка на ъглополовящите при върховете:
- a)  $B$  и  $E$  на триъгълник  $ABE$
  - b)  $D$  и  $C$  на триъгълник  $ACD$
  - c)  $D$  и  $B$  на триъгълник  $ABD$
  - d)  $E$  и  $C$  на триъгълник  $ACE$
7. Точките  $A, B, C$  лежат на една права.  $AB$  и  $BC$  са хипотенузи на два равнобедрени триъгълника:  $ABM$  (ъгъл  $M=90^\circ$ ) и  $BCN$  (ъгъл  $N=90^\circ$ ). Ако  $AA_1$  и  $CC_1$  са разстоянията от точките  $A$  и  $C$  до правата  $MN$ , да се докаже, че  $AA_1 + CC_1 = MN$ .