

Решаване на задачи на линейното оптимизиране с помощта на MS Excel 2010

В. Черногоров

17 април 2012 г.

1. Активиране

Microsoft Excel разполага със средство за решаване на оптимизационни задачи (не само линейни, но и нелинейни). То се нарича Solver и спада към така наречените Add-Ins. Намира се в менюто Data. Преди първото му използване трябва да бъде активирано. За целта:

- Натиснете бутона File и от лявата лента изберете Options.
- Отваря се диалогов прозорец Excel Options, в чиято лява лента има опция Add-Ins. Натиснете я.
- Отваря се нов диалогов прозорец. Проверете дали в полето Manage най-долу стои Excel Add-ins. Ако това не е така, изберете тази възможност. Натиснете бутона Go...
- Отваря се диалогов прозорец Add-Ins. Изберете квадратчето пред Solver Add-in и натиснете ОК.

2. Въвеждане на данните на модела

Всяка задача на линейното оптимизиране има най-общо следния вид $\max(\min) \mathbf{c}^T \mathbf{x}$ при ограничения $\mathbf{A} \mathbf{x} \leq \mathbf{b}$ и в повечето практически задачи $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$. В някои случаи е възможно променливите да имат горни граници и/или положителни долни граници, т. е. $\mathbf{l} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{u}$. В горните означения \mathbf{A} е матрица $m \times n$, $\mathbf{c}, \mathbf{x}, \mathbf{l}, \mathbf{u} \in \mathbb{R}^n$ и $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$.

На фиг. 1 е показана Excel таблицата за модела на фабриката за бои (prodmix.xls). В нея има четири типа данни:

Решаване на задачи на линейното оптимиране с помощта на MS Excel
2010

		fx =SUMPRODUCT(B5:C5;B\$13:C\$13)			
	A	B	C	D	E
1	Модел на фабриката за бои				
2	Входни данни				
3		x1	x2		
4		Боя за външно боядисване	Боя за вътрешно боядисване		Десни страни на ограниченията
5	Целева функция	5	4	0	
6	Суровина С1	6	4	0	24
7	Суровина С2	1	2	0	6
8	Маркетинг 1	-1	1	0	1
9	Маркетинг 2	0	1	0	2
10					
11	Изходни резултати				
12				z	
13	Решение			0	

Фигура 1. Excel таблица за модела на фабриката за бои

1. Входни данни. Това са оцветените в светло синьо клетки от диапазоните B5 : C5 (за вектора **c**), B6 : C9 (за матрицата **A**) и E6 : E9 (за стълба **b** с десните страни на ограниченията).
2. Стойностите на променливите (диапазон B13 : C13) и на целевата функция (клетка D13, в която е въведена простата формула =D5).
3. Формули, по които се пресмятат стойностите на целевата функция (клетка D5) и на левите страни на ограниченията (клетки D6 : D9).
4. Текст, обясняващ отделните елементи на таблицата (редове 1–4, 11–12 и стълб A).

За Solver е необходима информация само от първите три вида, докато наличието на текст единствено прави таблицата по прегледна и удобна за четене. Разполагането на клетките с различните типове информация не трябва задължително да бъде такова, каквото е на фиг. 1. Например клетките, съдържащи променливите на задачата, могат да бъдат разположени в горния участък на таблицата. Важното е те да се намират в отделни клетки и да могат да участват във формулите, с които се пресмятат стойността на целевата функция и левите страни на ограниченията, както и да бъдат въведени като параметри на Solver.

Да покажем съответствието между математическия модел и табличното му представяне. Да започнем със съответствието на формулите. Коефициентите на целевата функция и левите страни на ограниченията се намират в

Таблица 1. Съответствие между математическия модел и Excel таблицата

	Алгебрична формула	Формула на Excel	Клетка
Целева функция z	$5x_1 + 4x_2$	=B5*B\$13+C5*C\$13	D5
Ограничение 1	$6x_1 + 4x_2$	=B6*B\$13+C6*C\$13	D6
Ограничение 2	$x_1 + 2x_2$	=B7*B\$13+C7*C\$13	D7
Ограничение 3	$-x_1 + x_2$	=B8*B\$13+C8*C\$13	D8
Ограничение 4	$0x_1 + x_2$	=B9*B\$13+C9*C\$13	D9

диапазона B5:C9. В табл. 1 са посочени алгебричните формули и еквивалентните им формули на Excel, като и клетките, в които те са въведени.

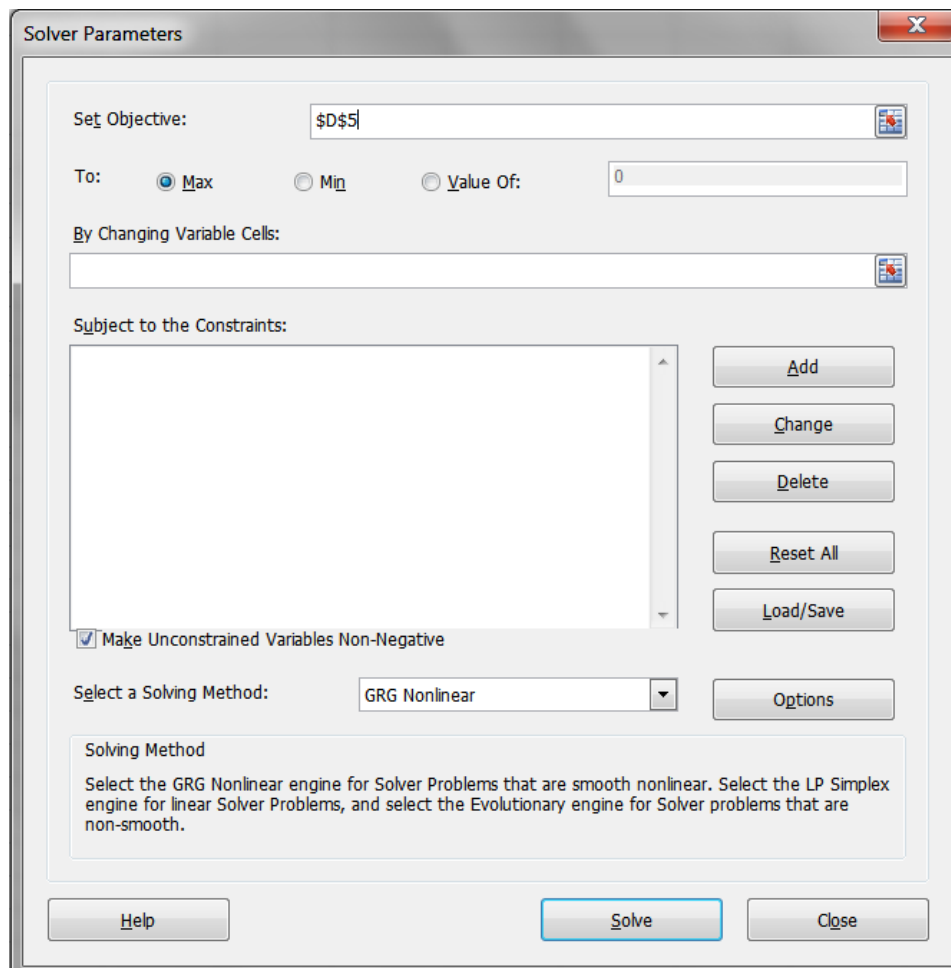
Да отбележим, че формула се въвежда само в клетката D5, а след това се копира в следващите четири клетки чрез хващане на клетката D5 с мишката за дръжката в долния ѝ десен ъгъл и влачене при натиснат ляв бутон на мишката. За правилно копиране на формулата е необходимо да се използва абсолютно адресиране на клетките, съдържащи променливите на задачата (поставя се \$ пред буквата за стълба и/или пред номера на реда). При големи по размери задачи по-добро решение е използването на функцията SUMPRODUCT (именно тя е показана в лентата за формули на фиг. 1), която пресмята скаларното произведение на два еднакви диапазона. Например в клетката D5 може да се въведе формулата =SUMPRODUCT(B5:C5;B\$13:C\$13) и след това да се копира в клетките D6:D9.

3. Диалогов прозорец Solver Parameters

След активирането на Solver той може да бъде намерен в менюто Data. Ако това става за първи път с текущия лист, отваря се празен диалогов прозорец Solver Parameters, показан на фиг. 2.

3.1. Set Objective

Въвежда се абсолютният адрес на клетката, която съдържа формулата с целевата функция (или се щраква с мишката в тази клетка на листа). Excel автоматично поставя адреса на текущата клетка в листа преди активирането на Solver като целева клетка. Затова се препоръчва преди извикването на Solver текуща да бъде клетката с целевата функция. В конкретния случай целевата клетка е D5.



Фигура 2. Диалогов прозорец Solver Parameters

3.2. To

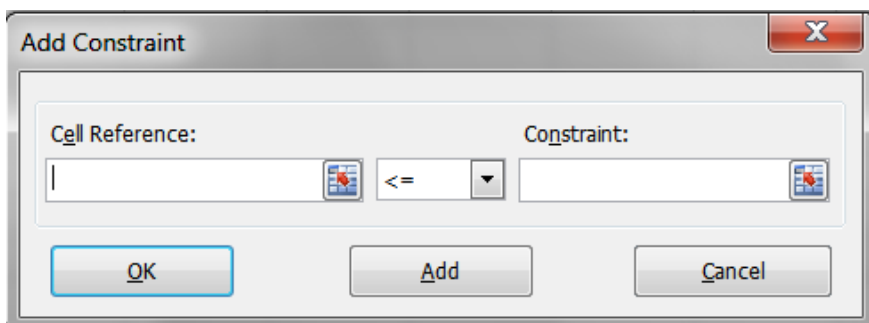
Избира се съответният на критерия на модела радиобутон. За задачата за фабриката за бои се избира Max (това е бутонът по подразбиране).

3.3. By Changing Variable Cells

Въвеждат се абсолютните адреси на клетките, в които се намират стойностите на променливите на задачата. В конкретния случай това е диапазонът B13 :C13.

3.4. Subject to the Constraints

За нова задача прозорецът за ограниченията е празен. Разположените в страни от него бутони изпълняват функции по добавяне на нови ограничения (Add) или промяна (Change) и премахване (Delete) на вече съществуващи, които предварително се маркират.



Фигура 3. Диалогов прозорец Add Constraint

При натискане на бутона Add се появява диалоговият прозорец от фиг. 3. Той се състои от три части:

- **Cell Reference**
Въвежда се адресът на клетката, където е пресметната лявата страна на ограничението. Могат да бъдат въведени едновременно няколко ограничения, ако клетките, където са пресметнати левите им страни, образуват диапазон и видът на ограниченията е един и същ.
- Вид на ограничението: <=, =, >=, int, bin. Последните две служат за задаване съответно на целочислени и двоични променливи.
- **Constraint**
Въвежда се адресът на клетката или диапазона с дясната(ите) страна(и) на ограничението(ята).

След приключването на работата по въвеждането на текущото ограничение се избира Add, ако трябва да се въведе ново ограничение, или OK, ако въвеждането на ограниченията е приключило.

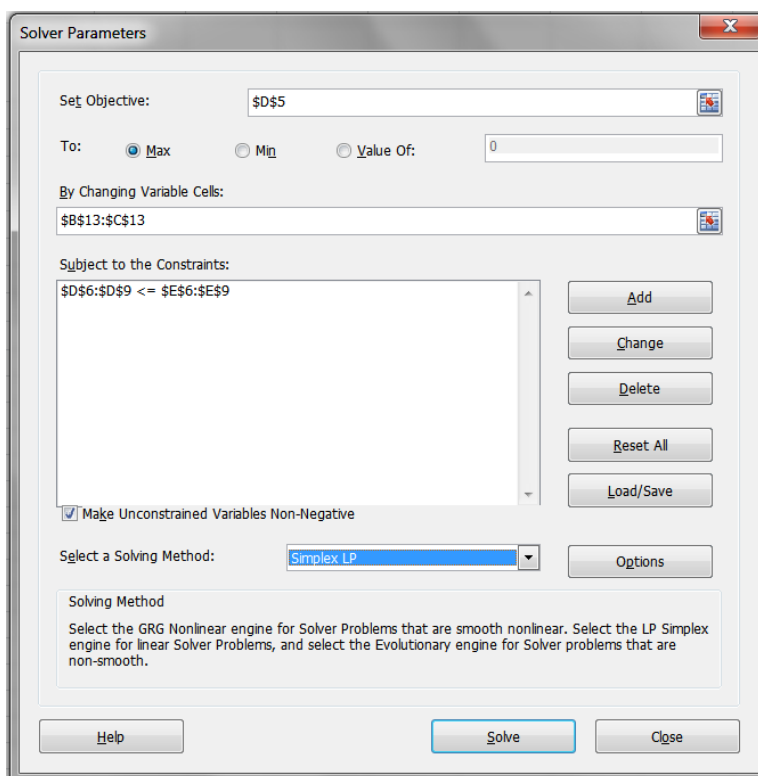
3.5. Make Unconstrained Variables Non-Negative

Тази опция е отбелязана по подразбиране и означава, че променливите на модела са неотрицателни. Такъв е случаят в повечето практически задачи.

3.6. Select a Solving Method

Тъй като в този курс ще се ограничим с линейни модели, от падащото меню се избира Simplex LP.

На фиг. 4 е показан прозорецът Solver Parameters за задачата за фабриката за бои.



Фигура 4. Диалогов прозорец Solver Parameters за задачата за фабриката за бои

3.7. Бутон Solve и диалогов прозорец Solver Results

С този бутон се извършва решаване на модела. Резултатът за задачата за фабриката за бои е показан на фиг. 5. Най-напред трябва да се прочете внимателно информацията в началото на диалоговия прозорец Solver Results. Там Solver дава информация за резултата от работата си. В конкретния случай се казва, че за полученото решение всички ограничения и условия за оптималност са удовлетворени. Оптималните количества на произведените бои са 3 t боя за външно боядисване (клетка B13) и 1,5 t боя

Решаване на задачи на линейното оптимиране с помощта на MS Excel
2010

	A	B	C	D	E
1	Модел на фабриката за бои				
2	Входни данни				
3		x1	x2		
4		Боя за външно боядисване	Боя за вътрешно боядисване		Десни страни на ограниченията
5	Целева функция	5	4	21	
6	Суровина С1	6	4	24	24
7	Суровина С2	1	2	6	6
8	Маркетинг 1	-1	1	-1,5	1
9	Маркетинг 2	0	1	1,5	2
10					
11	Изходни резултати				
12				z	
13	Решение	3	1,5	21	

Фигура 5. Excel таблицата и диалоговия прозорец Solver Results

за вътрешно боядисване (клетка C13) и печалбата е 21 хиляди лева (клетка D13).

Диалоговият прозорец Solver Results дава възможност да се запази намереното оптимално решение (радиобутон Keep Solver Solution) или да се възстанови първоначалният вид на листа (радиобутон Restore Original Values).

Освен това има възможност Excel да изработи три вида справки:

- с решението на задачата (Answer Report, фиг. 6);
- с анализ на чувствителността (Sensitivity Report, фиг. 7);

Решаване на задачи на линейното оптимиране с помощта на MS Excel
2010

	A	B	C	D	E	F	G	
1			Microsoft Excel 14.0 Answer Report					
2			Worksheet: [ProdMix.xlsx]ProdMix					
3			Report Created: 17.4.2012 г. 12:47:07					
4			Result: Solver found a solution. All Constraints and optimality conditions are satisfied.					
5			Solver Engine					
6			Engine: Simplex LP					
7			Solution Time: 0 Seconds.					
8			Iterations: 2 Subproblems: 0					
9			Solver Options					
10			Max Time Unlimited, Iterations Unlimited, Precision 0,000001					
11			Max Subproblems Unlimited, Max Integer Sols Unlimited, Integer Tolerance 1%, Assume NonNegative					
12								
13								
14			Objective Cell (Max)					
15			Cell	Name	Original Value	Final Value		
16			\$D\$5	Целева функция	0	21		
17								
18								
19			Variable Cells					
20			Cell	Name	Original Value	Final Value	Integer	
21			\$B\$13	Решение Боя за външно боядисване	0	3	Conti	
22			\$C\$13	Решение Боя за вътрешно боядисване	0	1,5	Conti	
23								
24								
25			Constraints					
26			Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
27			\$D\$6	Суровина C1	24	\$D\$6<=\$E\$6	Binding	0
28			\$D\$7	Суровина C2	6	\$D\$7<=\$E\$7	Binding	0
29			\$D\$8	Маркетинг 1	-1,5	\$D\$8<=\$E\$8	Not Binding	2,5
30			\$D\$9	Маркетинг 2	1,5	\$D\$9<=\$E\$9	Not Binding	0,5

Фигура 6. Справка с решението (Answer report)

	A	B	C	D	E	F	G	H	
1			Microsoft Excel 14.0 Sensitivity Report						
2			Worksheet: [ProdMix.xlsx]ProdMix						
3			Report Created: 17.4.2012 г. 12:47:07						
4									
5									
6			Variable Cells						
7			Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
8			\$B\$13	Решение Боя за външно боядисване	3	0	5	1	3
9			\$C\$13	Решение Боя за вътрешно боядисване	1,5	0	4	6	0,666666667
10									
11									
12			Constraints						
13			Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
14			\$D\$6	Суровина C1	24	0,75	24	12	4
15			\$D\$7	Суровина C2	6	0,5	6	0,666666667	2
16			\$D\$8	Маркетинг 1	-1,5	0	1	1E+30	2,5
17			\$D\$9	Маркетинг 2	1,5	0	2	1E+30	0,5

Фигура 7. Справка с анализ на чувствителността (Sensitivity Report)

- с границите (Limits Report, не е показан, защото няма да бъде обсъждан).