Математически модел

Преди да въведем променливите, да видим по колко начина могат да бъдат разкроени наличните суровини на необходимите за производството детайли. Информацията за това е показана в таблица 1. Виждаме, че съществуват седем различни начина за разкрояване на суровините. Затова въвеждаме

Таблица 1. Варианти за разрязване на летвите
на необходимите детайли

Суровини→	Летви 6,5 m				Летви 4 m		
Детайли ↓	1	2	3	4	5	6	7
2 m	3	2	1	0	2	1	0
1,25 m	0	2	3	5	0	1	3

променливите x_j, $j = 1, \dots, 7$, като брой летви, разкроени по j-тия начин. Като вземем предвид, че един комплект се състои от два детайла с дължина 2 m и един детайл с дължина 1,25 m, то целевата функция е по-малкото от числата $\frac{1}{2}(3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_5 + x_6)$ и $2x_2 + 3x_3 + 5x_4 + x_6 + 3x_7$, т. е.

$$\min\left\{\tfrac{1}{2}(3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_5 + x_6), 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 + x_6 + 3x_7\right\} \to \max \tag{1}$$

при ограничения

$$\begin{aligned} &x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \le 50,\\ &x_5 + x_6 + x_7 \le 200,\\ &x_j \ge 0 \text{ и цели, } j = 1, \dots, 7. \end{aligned} \tag{2}$$

Така полученият модел не е линеен, защото целевата функция не е линейна. Сега ще покажем как можем да сведем модела до линеен. Това става с въвеждането на нова променлива и нови ограничения. Нека новата променлива y е равна на целевата функция (1), т. е.

$$y = \min\left\{\tfrac{1}{2}(3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_5 + x_6), 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 + x_6 + 3x_7\right\}.$$

Тогава целевата функция на новата задача, чийто променливи са x_j, $j = 1, \dots, 7$, и y, е

$$\max y,$$

където

$$\begin{aligned} y &\le \tfrac{1}{2}(3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_5 + x_6)\\ y &\le 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 + x_6 + 3x_7. \end{aligned}$$

Като приведем тези нови ограничения към стандартен вид и добавим ограниченията (2), окончателно получаваме линейната задача

$$\max y$$

при ограничения

$$\begin{aligned}
&x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \le 50,\\
&x_5 + x_6 + x_7 \le 200,\\
&3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_5 + x_6 - 2y \ge 0,\\
&2x_2 + 3x_3 + 5x_4 + x_6 + 3x_7 - y \ge 0,\\
&y,\ x_j \ge 0 \text{ и цели},\ j = 1, \ldots, 7.
\end{aligned}$$

Оптимално решение на тази задача е $\mathbf{x}^* = (0, 12, 0, 38, 200, 0, 0)^{\mathrm{T}}$ и стойността на целевата функция е 212 комплекта. За да я получите обаче, трябва в диалоговия прозорец `Solver Parameters` да натиснете бутона `Options` и в полето `Integer Optimality (%)` да въведете 0. Ако не направите това, ще получите приближено на оптималното решение, за което целевата функция има стойност 211. Очевидно в този случай разликата между това приближено решение и точното решение е по-малка от 1% (стойността по подразбиране за `Integer Optimality (%)`).