

Математически модел

Тази задача лесно може да бъде решена и без да се използват методите на целочисленото линейно оптимизиране (ЦЛО). Въпреки това е твърде поучително да я формулираме именно като такава задача.

Нека

- x_j са минутите проведени разговори чрез компанията j , $j = A, B, C$;
- $y_j = 1$, ако $x_j > 0$, и $y_j = 0$ при $x_j = 0$, $j = A, B, C$.

За осигуряване на равенството $y_j = 1$ при положителна стойност на променливата x_j използваме ограничението $x_j \leq My_j$, $j = A, B, C$, където M е достатъчно голямо число, което не трябва да ограничава променливата x_j . Тъй като междуселищните разговори са около 200 мин. на месец, т.е. $x_j \leq 200$ за всички j , достатъчно е да положим $M = 200$.

Сега можем да формулираме следната задача:

$$\min z = 0,25x_A + 0,21x_B + 0,22x_C + 16y_A + 25y_B + 18y_C$$

при ограничения

$$\begin{aligned}x_A + x_B + x_C &= 200, \\x_j &\leq 200y_j, \quad j = A, B, C, \\x_A, x_B, x_C &\geq 0, \\y_A, y_B, y_C &\in \{0, 1\}.\end{aligned}$$

Формулировката на задачата показва, че j -тата месечна такса за използване на дадена компания е част от целевата функция z само при условие, че $y_j = 1$, което по дефиниция може да бъде изпълнено само когато $x_j > 0$. Ако в оптималното решение x_j е равна на нула, то минимумът на функцията z (като се вземе предвид положителния коефициент пред y_j) може да се достигне само ако y_j е равна на нула.

Оптимално решение на дадената задача е $x_C = 200$, $y_C = 1$, а всички останали променливи са равни на нула. Това означава, че компанията C трябва да бъде избрана за водене на междуселищни разговори. Стойността на целевата функция е \$62.

Трябва да се подчертае, че информацията, която носи променливата y_C , е излишна, тъй като същият резултат следва от $x_C > 0$ ($= 200$). Наистина, основна причина за използването на променливите y_A , y_B и y_C е само наличието на месечна такса за телефона. Всъщност само тези двоични променливи преобразуват изходната нелинейна задача в частично целочислена и подаваща се на аналитично решаване.