

ДОМАШНО № 4 ПО ДИСЦИПЛИНАТА “ДИСКРЕТНИ СТРУКТУРИ”
ЗА СПЕЦИАЛНОСТ “КОМПЮТЪРНИ НАУКИ”, I КУРС, II ПОТОК,
ЗИМЕН СЕМЕСТЪР НА 2016/2017 УЧ. Г. В СУ, ФМИ

Име: Факултетен № Група:

Задача	1	2	3	4	ОБЩО
получени точки					
максимум точки	10	10	10	10	40

Забележка 1: Всички отговори трябва да бъдат обосновани подробно.

Забележка 2: Не предавайте идентични решения дори когато работите заедно: идентичните решения ще бъдат анулирани!

Задача 1. Както е известно от органичната химия, хомоложният ред на алканите започва така: метан CH_4 , етан C_2H_6 , пропан C_3H_8 , бутан C_4H_{10} и т.н. В общия случай важи молекулната формула $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$, както за молекулите с права верига, така и за тези с разклонена верига.

Докажете това твърдение. С други думи, докажете, че всички наситени ациклични въглеводороди с n въглеродни атома (независимо дали веригата им е права или разклонена) съдържат точно $2n + 2$ водородни атома. За тази цел:

- а) формулирайте задачата на езика на теорията на графите; (5 точки)
б) докажете съответното твърдение за графи без математическа индукция. (5 точки)

Задача 2. Решете предишната задача чрез математическа индукция.

Задача 3. Правоъгълен участък земя е разделен на двадесет и седем квадратни парцела, разположени в три реда, по девет парцела на ред. За всеки парцел има две възможности: върху него да бъде построена сграда или да бъде оставен незастроен. С цел благоустройство е забранено застрояването на съседни парцели. Два парцела са съседни, ако имат обща страна или общ връх. По колко начина може да бъде застроен правоъгълният терен? (Броят на сградите не е даден. В частност може да няма нито една сграда.) Изчислете отговора докрай и опишете пресмятанията подробно.

Упътване: Покажете, че има пет варианта за всеки стълб 3×1 на правоъгълния терен. Ще казваме, че два варианта са съвместими, ако два съседни стълба могат да бъдат застроени по съответните два начина. Представете релацията съвместимост чрез граф с пет върха. Формулирайте и решете подходяща задача за този граф.

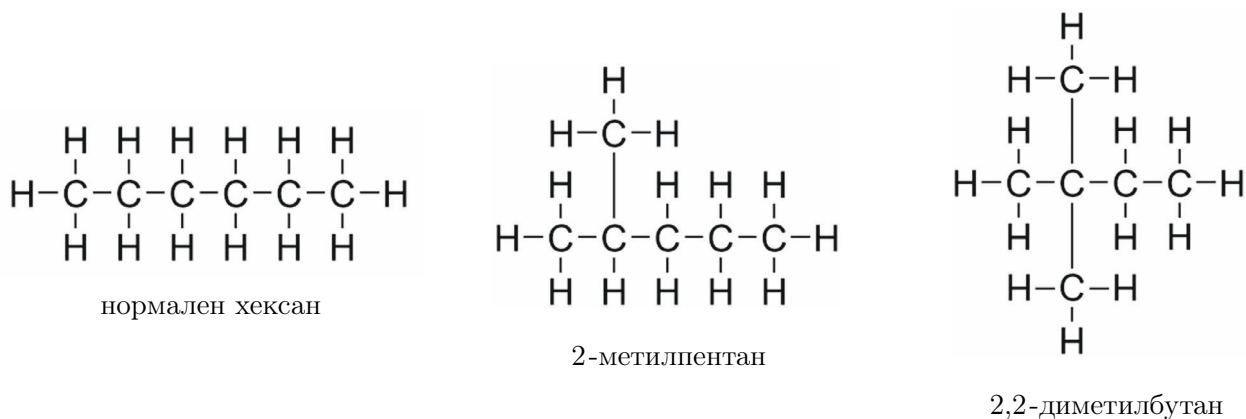
Задача 4. Предишната задача може да бъде решена и с помощта на динамично програмиране. Дефинираме матрица $A = (a_{ij})$ с пет реда и девет стълба: a_{ij} = броя на начините, по които може да бъде застроен правоъгълен терен, разделен на $3j$ парцела – в три реда, по j на ред, – ако за последния (j -тия) стълб се използва i -тият вариант, $1 \leq i \leq 5$, $1 \leq j \leq 9$.

Съставете рекурентна формула за a_{ij} и с нейна помощ попълнете матрицата A . Оттук намерете броя на начините за застрояване на правоъгълник 3×9 . Изчислете отговора докрай и опишете пресмятанията подробно.

Указания по задача 1.

В органичните съединения въглеродът е от четвърта валентност, а водородът — от първа. Тоест всеки въглероден атом е свързан с четири други атома (въглеродни или водородни), а всеки водороден атом е свързан с един (въглероден) атом.

Верига от n въглеродни атома може да има различна структура. Например при $n = 6$ съществуват възможности като следните:



Тези и други подобни молекули с по $n = 6$ въглеродни атома имат $2n + 2 = 14$ водородни атома. Затова тези химични съединения имат една и съща молекулна формула: C_6H_{14} .

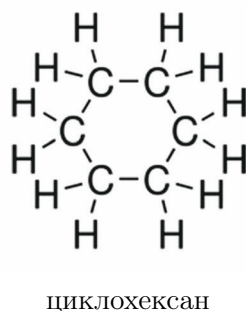
В задачата се иска доказателство на това свойство (че броят на водородните атоми не зависи от строежа на въглеродната верига) за общия случай, т.е. за произволно n .

Твърдението не важи за ненаситени въглеводороди — такива с кратни връзки.



Например в съединението 3-хексен има двойна, а в 1-хексин — тройна връзка, поради което молекулните им формули са съответно C_6H_{12} и C_6H_{10} , а не C_6H_{14} .

Твърдението не е в сила за циклични въглеводороди — такива, които съдържат пръстен от въглеродни атоми.



Например циклохексанът C_6H_{12} има 12, а не 14 водородни атома.