Функции от по-висок ред

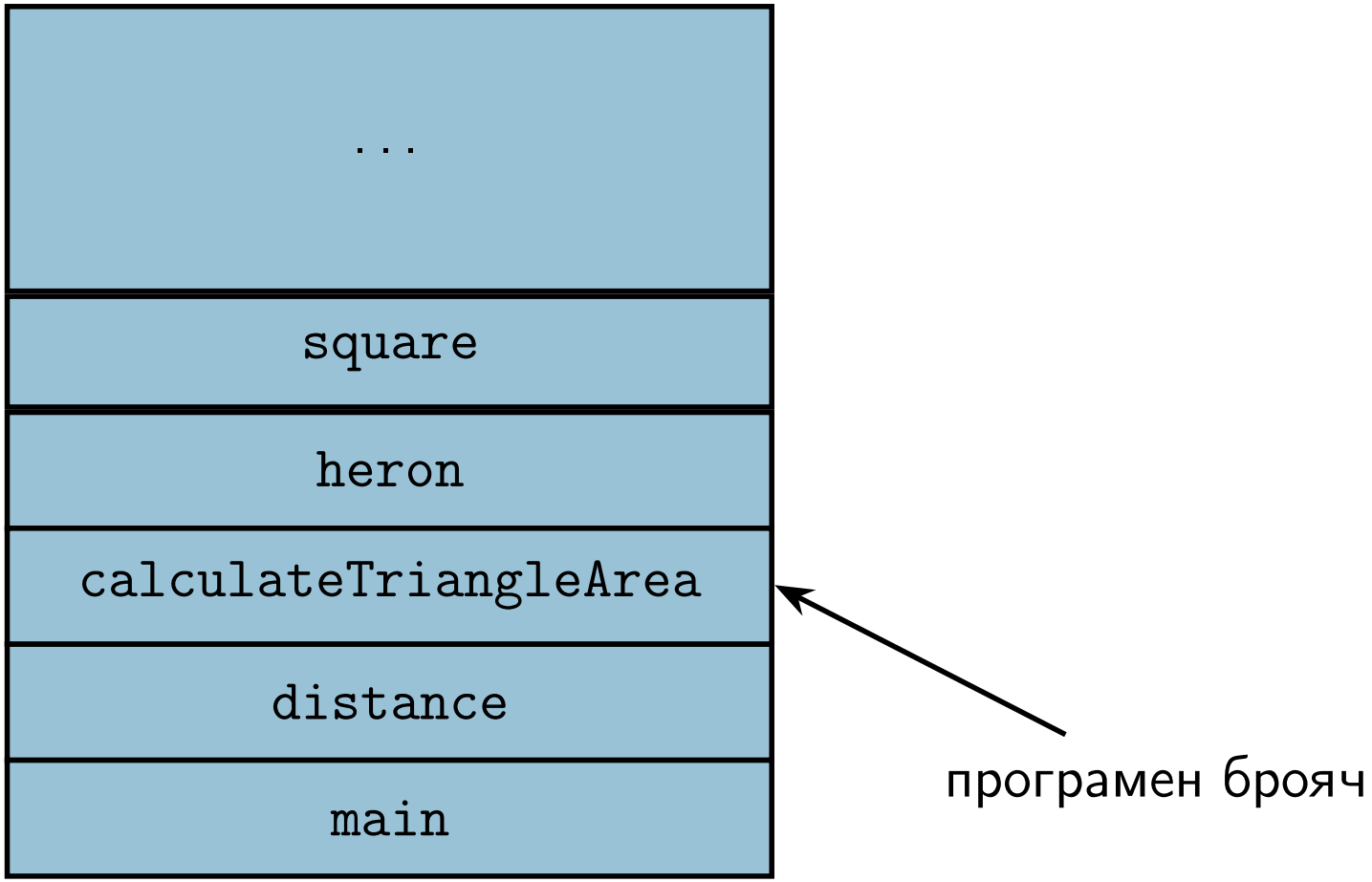
Трифон Трифонов

Увод в програмирането,
спец. Компютърни науки, 1 поток,
спец. Софтуерно инженерство,
2016/17 г.

11 януари 2017 г.

Схема на програмната памет

Област за програмен код



Указател към функция

- Кодът на всяка функция на C++ се превежда до машинен код

Указател към функция

- Кодът на всяка функция на C++ се превежда до машинен код
- Машинният код на функциите е разположен в областта за програмен код

Указател към функция

- Кодът на всяка функция на C++ се превежда до машинен код
- Машинният код на функциите е разположен в областта за програмен код
- Адресът на функцията наричаме адресът на първата инструкция във функцията

Указател към функция

- Кодът на всяка функция на C++ се превежда до машинен код
- Машинният код на функциите е разположен в областта за програмен код
- Адресът на функцията наричаме адресът на първата инструкция във функцията
- Можем да създаваме указатели към функции

Указател към функция

- Кодът на всяка функция на C++ се превежда до машинен код
- Машинният код на функциите е разположен в областта за програмен код
- Адресът на функцията наричаме адресът на първата инструкция във функцията
- Можем да създаваме указатели към функции
- Името на всяка функция може да се разглежда като константен указател към кода ѝ

Указател към функция

- Кодът на всяка функция на C++ се превежда до машинен код
- Машинният код на функциите е разположен в областта за програмен код
- Адресът на функцията наричаме адресът на първата инструкция във функцията
- Можем да създаваме указатели към функции
- Името на всяка функция може да се разглежда като константен указател към кода ѝ
- Стойността на указателя към функцията е адресът на нейния код

Дефиниране на указатели към функции

<тип> (*<идентификатор>)(<формални параметри>) [= <указател>];

Дефиниране на указатели към функции

<тип> (*<идентификатор>)(<формални параметри>) [= <указател>];

- имената на параметрите могат да се пропуснат

Дефиниране на указатели към функции

<тип> (*<идентификатор>)(<формални параметри>) [= <указател>];

- имената на параметрите могат да се пропуснат

Примери:

- `void (*f)(int&, int&);`

Дефиниране на указатели към функции

<тип> (*<идентификатор>)(<формални параметри>) [= <указател>];

- имената на параметрите могат да се пропуснат

Примери:

- `void (*f)(int&, int&);`
- `f = swap;`

Дефиниране на указатели към функции

<тип> (*<идентификатор>)(<формални параметри>) [= <указател>];

- имената на параметрите могат да се пропуснат

Примери:

- `void (*f)(int&, int&);`
- `f = swap;`
- `double (*op)(double) = sin;`

Дефиниране на указатели към функции

<тип> (*<идентификатор>)(<формални параметри>) [= <указател>];

- имената на параметрите могат да се пропуснат

Примери:

- `void (*f)(int&, int&);`
- `f = swap;`
- `double (*op)(double) = sin;`
- `op = cos;`

Дефиниране на указатели към функции

<тип> (*<идентификатор>)(<формални параметри>) [= <указател>];

- имената на параметрите могат да се пропуснат

Примери:

- `void (*f)(int&, int&);`
- `f = swap;`
- `double (*op)(double) = sin;`
- `op = cos;`
- `op = NULL;`

Дефиниране на указатели към функции

<тип> (*<идентификатор>)(<формални параметри>) [= <указател>];

- имената на параметрите могат да се пропуснат

Примери:

- `void (*f)(int&, int&);`
- `f = swap;`
- `double (*op)(double) = sin;`
- `op = cos;`
- `op = NULL;`
- ~~`void (*p)(int, int&) = f;`~~

Дефиниране на указатели към функции

<тип> (*<идентификатор>)(<формални параметри>) [= <указател>];

- имената на параметрите могат да се пропуснат

Примери:

- `void (*f)(int&, int&);`
- `f = swap;`
- `double (*op)(double) = sin;`
- `op = cos;`
- `op = NULL;`
- ~~`void (*p)(int, int&) = f;`~~
- ~~`sin = op;`~~

Извикване на функция през указател

```
void (*f)(int&, int&) = swap;
int x = 5, y = 8;
```

Извикване на функция през указател

```
void (*f)(int&, int&) = swap;
int x = 5, y = 8;
```

Три еквивалентни начина за извикване на функията:

- `swap(x, y);`
- `(*f)(x, y);`
- `f(x, y);`

int a[10];

int * p = a;

p[3] = 7;

Дефиниране на потребителски типове

В C++ е позволено дефиниране на потребителски типове:

```
typedef <декларация_на_променлива>;
```

Дефиниране на потребителски типове

В C++ е позволено дефиниране на потребителски типове:

`typedef` <тип> <име>`;`

- създава се нов тип <име>, който е еквивалентен на <тип>

Дефиниране на потребителски типове

В C++ е позволено дефиниране на потребителски типове:

`typedef` <тип> <име>`;`

- създава се нов тип <име>, който е еквивалентен на <тип>

Примери:

Дефиниране на потребителски типове

В C++ е позволено дефиниране на потребителски типове:
`typedef` <тип> <име>`;`

- създава се нов тип <име>, който е еквивалентен на <тип>

Примери:

- `typedef int number;`

Дефиниране на потребителски типове

В C++ е позволено дефиниране на потребителски типове:

`typedef` <тип> <име>`;`

- създава се нов тип <име>, който е еквивалентен на <тип>

Примери:

- `typedef int number;`
- `number x;` $\Longleftrightarrow$ `int x;`

Дефиниране на потребителски типове

В C++ е позволено дефиниране на потребителски типове:
`typedef` <тип> <име>;

- създава се нов тип <име>, който е еквивалентен на <тип>

Примери:

- `typedef int number;`
- `number x;` $\Longleftrightarrow$ `int x;`
- `number f(number y) { ... }` $\Longleftrightarrow$ `int f(int y) { ... }`

Дефиниране на потребителски типове

В C++ е позволено дефиниране на потребителски типове:
`typedef` <тип> <име>;

- създава се нов тип <име>, който е еквивалентен на <тип>

Примери:

- `typedef int number;`
- `number x;` $\Longleftrightarrow$ `int x;`
- `number f(number y) { ... }` $\Longleftrightarrow$ `int f(int y) { ... }`
- `typedef double matrix[5][10];`

Дефиниране на потребителски типове

В C++ е позволено дефиниране на потребителски типове:
`typedef` <тип> <име>;

- създава се нов тип <име>, който е еквивалентен на <тип>

Примери:

- `typedef int number;`
- `number x;` $\Longleftrightarrow$ `int x;`
- `number f(number y) { ... }` $\Longleftrightarrow$ `int f(int y) { ... }`
- `typedef double matrix[5][10];`
- `matrix a;` $\Longleftrightarrow$ `double a[5][10];`

Дефиниране на потребителски типове

В C++ е позволено дефиниране на потребителски типове:
`typedef` <тип> <име>;

- създава се нов тип <име>, който е еквивалентен на <тип>

Примери:

- `typedef int number;`
- `number x;` $\Longleftrightarrow$ `int x;`
- `number f(number y) { ... }` $\Longleftrightarrow$ `int f(int y) { ... }`
- `typedef double matrix[5][10];`
- `matrix a;` $\Longleftrightarrow$ `double a[5][10];`
- `typedef int** pointer2;`

Дефиниране на потребителски типове

В C++ е позволено дефиниране на потребителски типове:
`typedef` <тип> <име>;

- създава се нов тип <име>, който е еквивалентен на <тип>

Примери:

- `typedef int number;`
- `number x;` $\Longleftrightarrow$ `int x;`
- `number f(number y) { ... }` $\Longleftrightarrow$ `int f(int y) { ... }`
- `typedef double matrix[5][10];`
- `matrix a;` $\Longleftrightarrow$ `double a[5][10];`
- `typedef int** pointer2;`
- `int x; int* p = &x; pointer2 q = &p;`

Дефиниране на потребителски типове

В C++ е позволено дефиниране на потребителски типове:
`typedef` <тип> <име>;

- създава се нов тип <име>, който е еквивалентен на <тип>

Примери:

- `typedef int number;`
- `number x;` $\Longleftrightarrow$ `int x;`
- `number f(number y) { ... }` $\Longleftrightarrow$ `int f(int y) { ... }`
- `typedef double matrix[5][10];`
- `matrix a;` $\Longleftrightarrow$ `double a[5][10];`
- `typedef int** pointer2;`
- `int x; int* p = &x; pointer2 q = &p;`
- `typedef int& ref;`

Дефиниране на потребителски типове

В C++ е позволено дефиниране на потребителски типове:
`typedef` <тип> <име>;

- създава се нов тип <име>, който е еквивалентен на <тип>

Примери:

- `typedef int number;`
- `number x;` $\Longleftrightarrow$ `int x;`
- `number f(number y) { ... }` $\Longleftrightarrow$ `int f(int y) { ... }`
- `typedef double matrix[5][10];`
- `matrix a;` $\Longleftrightarrow$ `double a[5][10];`
- `typedef int** pointer2;`
- `int x; int* p = &x; pointer2 q = &p;`
- `typedef int& ref;`
- `ref y = x;`

Потребителски типове за указатели към функции

- `typedef double (*mathfun)(double);`

Потребителски типове за указатели към функции

- `typedef double (*mathfun)(double);`
- `mathfun p = exp; p = log;`

Потребителски типове за указатели към функции

- `typedef double (*mathfun)(double);`
- `mathfun p = exp; p = log;`
- `typedef void (*procedure)();`

Потребителски типове за указатели към функции

- `typedef double (*mathfun)(double);`
- `mathfun p = exp; p = log;`
- `typedef void (*procedure)();`
- `void h() { cout << "h()\n"; }`

Потребителски типове за указатели към функции

- `typedef double (*mathfun)(double);`
- `mathfun p = exp; p = log;`
- `typedef void (*procedure)();`
- `void h() { cout << "h()\n"; }`
- `procedure q = h; q();`

Потребителски типове за указатели към функции

- `typedef double (*mathfun)(double);`
- `mathfun p = exp; p = log;`
- `typedef void (*procedure)();`
- `void h() { cout << "h()\n"; }`
- `procedure q = h; q();`
- `void (*r)() = q;`

Примерна сума 1

Задача 1.
Да се пресметне сумата $\sin(1) + \sin(2) + \sin(3) + \ldots + \sin(n)$.

Примерна сума 1

Задача 1.
Да се пресметне сумата $\sin(1) + \sin(2) + \sin(3) + \ldots + \sin(n)$.

Решение:

```
double sum_sin(int n) {
  double s = 0;
  for(int i = 1; i <= n; i++)
    s += sin(i);
  return s;
}
```

Примерна сума 2

Задача 2.
Да се пресметне сумата $\cos(1) + \cos(2) + \cos(4) + \ldots + \cos(n)$.

Примерна сума 2

Задача 2.
Да се пресметне сумата $\cos(1) + \cos(2) + \cos(4) + \ldots + \cos(n)$.

Решение:

```
double sum_cos(int n) {
  double s = 0;
  for(int i = 1; i <= n; i *= 2)
    s += cos(i);
  return s;
}
```

Открийте разликите!

```
double sum_sin(int n) {
  double s = 0;
  for(int i = 1; i <= n; i++)
    s += sin(i);
  return s;
}

double sum_cos(int n) {
  double s = 0;
  for(int i = 1; i <= n; i *= 2)
    s += cos(i);
  return s;
}
```

Открийте разликите!

```
double sum_sin(int n) {
  double s = 0;
  for(int i = 1; i <= n; i++)
    s += sin(i);
  return s;
}

double sum_cos(int n) {
  double s = 0;
  for(int i = 1; i <= n; i *= 2)
    s += cos(i);
  return s;
}
```

Общият шаблон

```
double <name>(int n) {
  double s = 0;
  for(int i = 1; i <= n; i = <next>(i))
    s += <f>(i);
  return s;
}
```

Функциите като параметри

```
double sum(int n, double (*f)(double), int (*next)(int)) {
  double s = 0;
  for(int i = 1; i <= n; i = next(i))
    s += f(i);
  return s;
}
```

Функциите като параметри

```
double sum(int n, double (*f)(double), int (*next)(int)) {
  double s = 0;
  for(int i = 1; i <= n; i = next(i))
    s += f(i);
  return s;
}
```

- `int plus1(int i) { return i + 1; }`

Функциите като параметри

```
double sum(int n, double (*f)(double), int (*next)(int)) {
  double s = 0;
  for(int i = 1; i <= n; i = next(i))
    s += f(i);
  return s;
}
```

- `int plus1(int i) { return i + 1; }`
- `sum_sin(n)` $\Longleftrightarrow$ `sum(n, sin, plus1)`

Функциите като параметри

```
double sum(int n, double (*f)(double), int (*next)(int)) {
  double s = 0;
  for(int i = 1; i <= n; i = next(i))
    s += f(i);
  return s;
}
```

- `int plus1(int i) { return i + 1; }`
- `sum_sin(n)` $\Longleftrightarrow$ `sum(n, sin, plus1)`
- `int mult2(int i) { return i * 2; }`

Функциите като параметри

```
double sum(int n, double (*f)(double), int (*next)(int)) {
  double s = 0;
  for(int i = 1; i <= n; i = next(i))
    s += f(i);
  return s;
}
```

- `int plus1(int i) { return i + 1; }`
- `sum_sin(n)` $\Longleftrightarrow$ `sum(n, sin, plus1)`
- `int mult2(int i) { return i * 2; }`
- `sum_cos(n)` $\Longleftrightarrow$ `sum(n, cos, mult2)`

$$h := f \circ g \qquad h(x) := f(g(x))$$

$$\circ : \mathcal{F} \times \mathcal{F} \to \mathcal{F}$$

$$f'(x) := \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$' : \mathcal{F} \to \mathcal{F}; \qquad \int_a^b f(x)\,dx$$

$$\int : \mathcal{F} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

Произведение от по-висок ред

```
double product(int n, double (*f)(double), int (*next)(int)) {
  double s = 1;
  for(int i = 1; i <= n; i = next(i))
    s *= f(i);
  return s;
}
```

Произведение от по-висок ред

```
double product(int n, double (*f)(double), int (*next)(int)) {
  double s = 1;
  for(int i = 1; i <= n; i = next(i))
    s *= f(i);
  return s;
}
```

Примери:

- **Задача.** Да се пресметне произведението $\tan(1)\tan(2)\tan(3)\ldots\tan(n)$.

Произведение от по-висок ред

```
double product(int n, double (*f)(double), int (*next)(int)) {
  double s = 1;
  for(int i = 1; i <= n; i = next(i))
    s *= f(i);
  return s;
}
```

Примери:

- **Задача.** Да се пресметне произведението $\tan(1)\tan(2)\tan(3)\ldots\tan(n)$.
- **Решение.** `product(n, tan, plus1);`

Откийте разликите 2.0

```
double sum(int n, double (*f)(double), int (*next)(int)) {
  double s = 0;
  for(int i = 1; i <= n; i = next(i))
    s += f(i);
  return s;
}

double product(int n, double (*f)(double), int (*next)(int)) {
  double s = 1;
  for(int i = 1; i <= n; i = next(i))
    s *= f(i);
  return s;
}
```

Откийте разликите 2.0

```
double sum(int n, double (*f)(double), int (*next)(int)) {
  double s = 0;
  for(int i = 1; i <= n; i = next(i))
    s += f(i);
  return s;
}

double product(int n, double (*f)(double), int (*next)(int)) {
  double s = 1;
  for(int i = 1; i <= n; i = next(i))
    s *= f(i);
  return s;
}
```

Натрупване от по-висок ред (accumulate)

Да се напише функция, която пресмята натрупването

$$\bot \oplus f(a) \oplus f(next(a)) \oplus f(next(next(a))) \oplus \ldots \oplus f(b)$$

където $\oplus$ е двуместна операция,
а $\bot$ е нейната "нулева стойност", т.е. $x \oplus \bot = x$.

$$\perp \oplus f(a) \oplus f(next(a)) \oplus f(next(next(a))) \oplus \ldots$$

$$\ldots \oplus f(b)$$

$$\perp \oplus x = x$$

Натрупване от по-висок ред (accumulate)

Да се напише функция, която пресмята натрупването

$$\perp \oplus f(a) \oplus f(next(a)) \oplus f(next(next(a))) \oplus \ldots \oplus f(b)$$

където $\oplus$ е двуместна операция,
а $\perp$ е нейната "нулева стойност", т.е. $x \oplus \perp = x$.

Решение:

- `typedef int (*nextfun)(int);`
- `typedef double (*mathfun)(double);`
- `typedef double (*mathop)(double, double);`

Натрупване от по-висок ред (accumulate)

Да се напише функция, която пресмята натрупването

$$\perp \oplus f(a) \oplus f(next(a)) \oplus f(next(next(a))) \oplus \ldots \oplus f(b)$$

където $\oplus$ е двуместна операция,
а $\perp$ е нейната "нулева стойност", т.е. $x \oplus \perp = x$.

Решение:

- `typedef int (*nextfun)(int);`
- `typedef double (*mathfun)(double);`
- `typedef double (*mathop)(double, double);`

```
double accumulate (mathop op, double base_value,
                   double a,  double b,
                   mathfun f, nextfun  next);
```

Натрупване от по-висок ред (accumulate)

```
double accumulate (mathop op, double base_value,
                   double a,  double b,
                   mathfun f, nextfun next) {
  double s = base_value;
  for(int i = a; i <= b; i = next(i))
    s = op(s, f(i));
  return s;
}
```

op → + s = s + f(i)

op → * s = s * f(i)

Натрупване от по-висок ред (accumulate)

```
double accumulate (mathop op, double base_value,
                   double a,  double b,
                   mathfun f, nextfun next) {
  double s = base_value;
  for(int i = a; i <= b; i = next(i))
    s = op(s, f(i));
  return s;
}
```

Примери:

- `double plus(double a, double b) { return a + b; }`

Натрупване от по-висок ред (accumulate)

```
double accumulate (mathop op, double base_value,
                   double a,  double b,
                   mathfun f, nextfun next) {
  double s = base_value;
  for(int i = a; i <= b; i = next(i))
    s = op(s, f(i));
  return s;
}
```

Примери:

- `double plus(double a, double b) { return a + b; }`
- `sum(n, f, next)` $\Longleftrightarrow$ `accumulate(plus, 0, 1, n, f, next)`

Натрупване от по-висок ред (accumulate)

```
double accumulate (mathop op, double base_value,
                   double a,  double b,
                   mathfun f, nextfun next) {
  double s = base_value;
  for(int i = a; i <= b; i = next(i))
    s = op(s, f(i));
  return s;
}
```

Примери:

- `double plus(double a, double b) { return a + b; }`
- `sum(n, f, next)` $\Longleftrightarrow$ `accumulate(plus, 0, 1, n, f, next)`
- `double mult(double a, double b) { return a * b; }`

Натрупване от по-висок ред (accumulate)

```
double accumulate (mathop op, double base_value,
                   double a,  double b,
                   mathfun f, nextfun next) {
  double s = base_value;
  for(int i = a; i <= b; i = next(i))
    s = op(s, f(i));
  return s;
}
```

Примери:

- `double plus(double a, double b) { return a + b; }`
- `sum(n, f, next)` $\Longleftrightarrow$ `accumulate(plus, 0, 1, n, f, next)`
- `double mult(double a, double b) { return a * b; }`
- `product(n, f, next)` $\Longleftrightarrow$ `accumulate(mult, 1, 1, n, f, next)`

Задачи за accumulate

С помощта на `accumulate` да се пресметнат:

- $n!$

$$n! = \prod_{i=1}^{n} i = \prod_{i=1}^{n} f(i)$$

Задачи за accumulate

С помощта на `accumulate` да се пресметнат:

- $n!$
- x^n

Задачи за accumulate

С помощта на `accumulate` да се пресметнат:

- $n!$
- x^n
- $\sum_{i=0}^{n} \frac{x^i}{i!}$

Задачи за accumulate

С помощта на `accumulate` да се пресметнат:

- $n!$
- x^n
- $\sum_{i=0}^{n} \frac{x^i}{i!}$
- $\binom{n}{k}$

Задачи за accumulate

С помощта на `accumulate` да се пресметнат:

- $n!$
- x^n
- $\sum_{i=0}^{n} \frac{x^i}{i!}$
- $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{k(k-1)\cdots 1}$
- $x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$