Транспортни задачи от отворен тип

При тези транспортни задачи условието за баланс е нарушено. Възможен е един от следните два случая (от икономическа гледна точка само първият има смисъл).

1. Сумарното производство превишава сумарното потребление

Тогава $\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j$. Математическият модел в този случай е

$$
\begin{aligned}
&\min z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij},\\
&\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le a_i, \quad i = 1,\dots,m,\\
&\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \quad j = 1,\dots,n,\\
&x_{ij} \ge 0, \quad i = 1,\dots,m,\ j = 1,\dots,n.
\end{aligned} \tag{1}
$$

Така получената задача се свежда към класическа транспортна задача чрез въвеждане на фиктивен краен пункт с номер $n+1$, който поема излишъка от производството $b_{n+1} = \sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{j=1}^{n} b_j$. Транспортните разходи c_{in+1}, $i = 1,\dots,m$, от кой да е изходен пункт до този фиктивен краен пункт са равни на нула, защото не се осъществява никакъв превоз (просто част от производството не се превозва и остава в началния пункт). Тази процедура всъщност свежда задача (1) към канонична задача на линейното оптимиране.

2. Сумарното потребление превишава сумарното производство

Тогава $\sum_{j=1}^{n} b_j > \sum_{i=1}^{m} a_i$. В този случай потреблението не може да бъде задоволено. Математическият модел е

$$\min z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij},$$

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \quad i = 1, \ldots, m, \\ &\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \le b_j, \quad j = 1, \ldots, n, \\ &x_{ij} \ge 0, \quad i = 1, \ldots, m, \; j = 1, \ldots, n. \end{aligned} \tag{2}$$

Така получената задача се свежда към класическа транспортна задача чрез въвеждане на фиктивен начален пункт с номер $m + 1$ и количество $a_{m+1} = \sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{i=1}^{m} a_i$, а транспортните разходи от този фиктивен начален пункт до кой да е краен пункт са $c_{m+1j} = 0$, $j = 1, \ldots, n$. Всеки пункт, който ще бъде снабден от фиктивния начален пункт, просто не получава съответното количество. Тази процедура всъщност свежда задача (2) към канонична задача на линейното оптимиране.