

Дизайн 1

Масиви, Сортирания

Предложете колкото е възможно по-бързи (в асимптотичен смисъл) и оптимални по памет алгоритми за следните проблеми:

1. Даден е масив от цели числа (поне 2). Да се намерят индексите на два елемента, такива че произведението на тези елементи е максимално.
2. Намерете симетричната разлика на два масива $a[1, \dots, n]$ и $b[1, \dots, m]$.
3. А) Дадени са n ест.ч. в интервала $[1, k]$. Предложете алгоритъм, който прави първоначална обработка (preprocessing) на числата, след което отговаря на въпроса „Колко от дадените числа са в интервала $[a, b]$?“ за константно време. Време за preprocessing-a: $O(n+k)$.
В) Въпросът е „Колко е сумата на числата, които са в интервала $[a, b]$?“.
4. Дадени са масив с цели числа $a[]$ и просто число p . Да се построи нов масив $b[]$, в който $b[i]$ е произведението на всички числа от оригиналния масив с изключение на $a[i]$, взето по модул p . (Напр. $p=1\ 000\ 007$; директното умножаване на всички числа може да прехвърли целочислените типове).
5. Дадени са сортираните масиви $a[1, \dots, n]$ и $b[1, \dots, m]$. Да се намери медианата на масива, който се получава при сливането на двата масива.
6. А) Да се намери k -тия по големина елемент в масив.
В) Да се намери медианата на масив.
7. Алгоритъм, който размества елементите на $a[]$, така че всички отрицателни числа да са вляво от всички положителни.
8. Сортиран масив съдържа числата от 0 до n включително, без повторения, като има едно липсващо число. Да се намери липсващото.
9. Даден е масив с ест. числа. Кое е най-малкото естествено число, което не се съдържа в масива?
10. Масив с цели числа. Да се намери има ли тройка числа, чиято сума е 0.
11. Масив с n естествени числа, всяко между 1 и n включително. Да се намери има ли повтарящо се число. (Разрешено е да се променят числата в масива).
12. Да се сортира масив $a[1, \dots, n]$ чрез следната операция: изпълнението на операцията с аргумент k обръща реда на елементите с индекси от 1 до k в масива ($2 \leq k \leq n$). Т.е. алгоритъмът да намира последователните стойности на k , с които трябва да се приложи операцията.

Пример: $a[] = [2, 3, 1]$;

1) $k = 2 \Rightarrow a[] = [3, 2, 1]$

2) $k = 3 \Rightarrow a[] = [1, 2, 3]$