

Основни понятия в Haskell

Трифон Трифонов

Функционално програмиране, 2018/19 г.

15 ноември 2018 г.

Какво е Haskell?

Какво е Haskell?



Haskell Brooks Curry
(1900–1982)

Какво е Haskell?

Какво е Haskell?

```
fact 0 = 1
```

```
fact n = n * fact (n-1)
```

Какво е Haskell?

```
fact 0 = 1
fact n = n * fact (n-1)

quickSort []      = []
quickSort (x:xs) = quickSort less ++ [x] ++ quickSort more
  where less = filter (<=x) xs
        more = filter (>x ) xs
```

Какво е Haskell?

```
fact 0 = 1
```

```
fact n = n * fact (n-1)
```

```
quickSort [] = []
```

```
quickSort (x:xs) = quickSort less ++ [x] ++ quickSort more
```

```
  where less = filter (<=x) xs
```

```
        more = filter (>x) xs
```

```
студенти = [("Иван", 40000, 3.5), ("Мария", 60001, 5.5),
            ("Петър", 40002, 5.0), ("Галя", 40003, 4.75)]
```

```
избрани = foldr1 (++) [ ' ':име | (име,фн,оценка) <- студенти,
                               оценка > 4.5, фн < 60000 ]
```

Какво е Haskell?

Какво е Haskell?

- Чист функционален език (без странични ефекти)
- Статично типизиран с автоматичен извод на типовете
- Използва нестриктно (лениво) оценяване
- Стандартизиран (Haskell 2010 Language Report)

Помощни материали

- 1 S. Thompson. Haskell: The Craft of Functional Programming (2nd ed.). Addison-Wesley, 1999.
- 2 P. Hudak, Peterson J., Fasel J. A Gentle Introduction to Haskell 98, 1999 (Internet, 2008).
- 3 Haskell Wiki: <https://wiki.haskell.org/Haskell>
- 4 Haskell Platform: <https://www.haskell.org/platform/>

Синтактични елементи

- Идентификатори: `fact`, `_muvar`, студенти

Синтактични елементи

- Идентификатори: `fact`, `_muvar`, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или `_`

Синтактични елементи

- Идентификатори: `fact`, `_muvar`, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или `_`
- Запазени идентификатори: `case`, `if`, `let`, `where`, ...

Синтактични елементи

- Идентификатори: `fact`, `_muvar`, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или `_`
- Запазени идентификатори: `case`, `if`, `let`, `where`, ...
- Конструктори: `Integer`, `Maybe`, `Just`, ...

Синтактични елементи

- Идентификатори: `fact`, `_muvar`, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или `_`
- Запазени идентификатори: `case`, `if`, `let`, `where`, ...
- Конструктори: `Integer`, `Maybe`, `Just`, ...
 - имена на конструкции, започват с главна буква

Синтактични елементи

- Идентификатори: `fact`, `_muvar`, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или `_`
- Запазени идентификатори: `case`, `if`, `let`, `where`, ...
- Конструктори: `Integer`, `Maybe`, `Just`, ...
 - имена на конструкции, започват с главна буква
- Числа: `10`, `-5.12`, `3.2e+2`, `1.2E-2`, `0x2f`, `0o35`

Синтактични елементи

- Идентификатори: `fact`, `_muvar`, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или `_`
- Запазени идентификатори: `case`, `if`, `let`, `where`, ...
- Конструктори: `Integer`, `Maybe`, `Just`, ...
 - имена на конструкции, започват с главна буква
- Числа: `10`, `-5.12`, `3.2e+2`, `1.2E-2`, `0x2f`, `0o35`
- Операции: `+`, `*`, `&%`, `<==>`, ♠

Синтактични елементи

- Идентификатори: `fact`, `_muvar`, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или `_`
- Запазени идентификатори: `case`, `if`, `let`, `where`, ...
- Конструктори: `Integer`, `Maybe`, `Just`, ...
 - имена на конструкции, започват с главна буква
- Числа: `10`, `-5.12`, `3.2e+2`, `1.2E-2`, `0x2f`, `0o35`
- Операции: `+`, `*`, `&%`, `<==>`, ♠
 - поредица от символи (без букви и цифри)

Синтактични елементи

- Идентификатори: `fact`, `_muvar`, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или `_`
- Запазени идентификатори: `case`, `if`, `let`, `where`, ...
- Конструктори: `Integer`, `Maybe`, `Just`, ...
 - имена на конструкции, започват с главна буква
- Числа: `10`, `-5.12`, `3.2e+2`, `1.2E-2`, `0x2f`, `0o35`
- Операции: `+`, `*`, `&%`, `<==>`, `♠`
 - поредица от символи (без букви и цифри)
 - всички операции с изключение на унарния `-` са инфиксни

Синтактични елементи

- Идентификатори: `fact`, `_muvar`, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или `_`
- Запазени идентификатори: `case`, `if`, `let`, `where`, ...
- Конструктори: `Integer`, `Maybe`, `Just`, ...
 - имена на конструкции, започват с главна буква
- Числа: `10`, `-5.12`, `3.2e+2`, `1.2E-2`, `0x2f`, `0o35`
- Операции: `+`, `*`, `&%`, `<==>`, `♠`
 - поредица от символи (без букви и цифри)
 - всички операции с изключение на унарния `-` са инфиксни
- Запазени операции: `..` `:` `::` `=` `\|` `<-` `->` `@` `~` `=>`

Синтактични елементи

- Идентификатори: `fact`, `_muvar`, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или `_`
- Запазени идентификатори: `case`, `if`, `let`, `where`, ...
- Конструктори: `Integer`, `Maybe`, `Just`, ...
 - имена на конструкции, започват с главна буква
- Числа: `10`, `-5.12`, `3.2e+2`, `1.2E-2`, `0x2f`, `0o35`
- Операции: `+`, `*`, `&%`, `<==>`, ♠
 - поредица от символи (без букви и цифри)
 - всички операции с изключение на унарния `-` са инфиксни
- Запазени операции: `..` `:` `::` `=` `\|` `<-` `->` `@` `~` `=>`
- Специални символи: `()` `,` `;` `[]` `'` `{ }`

Синтактични елементи

- Идентификатори: `fact`, `_muvar`, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или `_`
- Запазени идентификатори: `case`, `if`, `let`, `where`, ...
- Конструктори: `Integer`, `Maybe`, `Just`, ...
 - имена на конструкции, започват с главна буква
- Числа: `10`, `-5.12`, `3.2e+2`, `1.2E-2`, `0x2f`, `0o35`
- Операции: `+`, `*`, `&%`, `<==>`, ♠
 - поредица от символи (без букви и цифри)
 - всички операции с изключение на унарния `-` са инфиксни
- Запазени операции: `..` `:` `::` `=` `\|` `<-` `->` `@` `~` `=>`
- Специални символи: `()` `,` `;` `[]` `'` `{ }`
- Знаци: `'a'`, `'\n'`, `'+'`

Синтактични елементи

- Идентификатори: `fact`, `_myvar`, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или `_`
- Запазени идентификатори: `case`, `if`, `let`, `where`, ...
- Конструктори: `Integer`, `Maybe`, `Just`, ...
 - имена на конструкции, започват с главна буква
- Числа: `10`, `-5.12`, `3.2e+2`, `1.2E-2`, `0x2f`, `0o35`
- Операции: `+`, `*`, `&%`, `<=>`, `♠`
 - поредица от символи (без букви и цифри)
 - всички операции с изключение на унарния `-` са инфиксни
- Запазени операции: `..`, `:`, `::`, `=`, `\|`, `<-`, `->`, `@`, `~`, `=>`
- Специални символи: `()`, `,`, `;`, `[]`, `' { }`
- Знаци: `'a'`, `'\n'`, `'+'`
- Низове: `"Hello, world!"`, `"произволен низ"`

Декларации и дефиниции

- `<име> :: <тип>` (типова декларация)

Декларации и дефиниции

- `<име> :: <тип>` (типова декларация)
- декларира се, че `<име>` ще се свързва със стойности от `<тип>`

Декларации и дефиниции

- `<име> :: <тип>` (типова декларация)
- декларира се, че `<име>` ще се свързва със стойности от `<тип>`
- **типовите декларации са незадължителни: в повечето случаи Haskell може сам да се ориентира за правилния тип**

Декларации и дефиниции

- `<име> :: <тип>` (типова декларация)
- декларира се, че `<име>` ще се свързва със стойности от `<тип>`
- **типовите декларации са незадължителни: в повечето случаи Haskell може сам да се ориентира за правилния тип**
 - `x :: Int`
 - `y :: Double`
 - `z :: String`

Декларации и дефиниции

- `<име> :: <тип>` (типова декларация)
- декларира се, че `<име>` ще се свързва със стойности от `<тип>`
- **типовите декларации са незадължителни: в повечето случаи Haskell може сам да се ориентира за правилния тип**
 - `x :: Int`
 - `y :: Double`
 - `z :: String`
- `<име> = <израз>` (дефиниция)

Декларации и дефиниции

- `<име> :: <тип>` (типова декларация)
- декларира се, че `<име>` ще се свързва със стойности от `<тип>`
- **типовите декларации са незадължителни: в повечето случаи Haskell може сам да се ориентира за правилния тип**
 - `x :: Int`
 - `y :: Double`
 - `z :: String`
- `<име> = <израз>` (дефиниция)
- `<име>` се свързва с `<израз>`

Декларации и дефиниции

- `<име> :: <тип>` (типова декларация)
- декларира се, че `<име>` ще се свързва със стойности от `<тип>`
- **типовите декларации са незадължителни: в повечето случаи Haskell може сам да се ориентира за правилния тип**
 - `x :: Int`
 - `y :: Double`
 - `z :: String`
- `<име> = <израз>` (дефиниция)
- `<име>` се свързва с `<израз>`
 - `x = 2`

Декларации и дефиниции

- `<име> :: <тип>` (типова декларация)
- декларира се, че `<име>` ще се свързва със стойности от `<тип>`
- **типовите декларации са незадължителни: в повечето случаи Haskell може сам да се ориентира за правилния тип**
 - `x :: Int`
 - `y :: Double`
 - `z :: String`
- `<име> = <израз>` (дефиниция)
- `<име>` се свързва с `<израз>`
 - `x = 2`
 - `y = x^2 + 7.5`

Декларации и дефиниции

- `<име> :: <тип>` (типова декларация)
- декларира се, че `<име>` ще се свързва със стойности от `<тип>`
- **типовите декларации са незадължителни: в повечето случаи Haskell може сам да се ориентира за правилния тип**
 - `x :: Int`
 - `y :: Double`
 - `z :: String`
- `<име> = <израз>` (дефиниция)
- `<име>` се свързва с `<израз>`
 - `x = 2`
 - `y = fromIntegral x^2 + 7.5`

Декларации и дефиниции

- `<име> :: <тип>` (типова декларация)
- декларира се, че `<име>` ще се свързва със стойности от `<тип>`
- **типовите декларации са незадължителни: в повечето случаи Haskell може сам да се ориентира за правилния тип**
 - `x :: Int`
 - `y :: Double`
 - `z :: String`
- `<име> = <израз>` (дефиниция)
- `<име>` се свързва с `<израз>`
 - `x = 2`
 - `y = fromIntegral x^2 + 7.5`
 - `z = "Hello"`

Декларации и дефиниции

- `<име> :: <тип>` (типова декларация)
- декларира се, че `<име>` ще се свързва със стойности от `<тип>`
- **типовите декларации са незадължителни: в повечето случаи Haskell може сам да се ориентира за правилния тип**
 - `x :: Int`
 - `y :: Double`
 - `z :: String`
- `<име> = <израз>` (дефиниция)
- `<име>` се свързва с `<израз>`
 - `x = 2`
 - `y = fromIntegral x^2 + 7.5`
 - `z = "Hello"`
 - ~~`z = x + y`~~

Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- `Bool` — булев тип с константи `True` и `False`

Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- `Bool` — булев тип с константи `True` и `False`
- `Char` — Unicode знаци

Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- `Bool` — булев тип с константи `True` и `False`
- `Char` — Unicode знаци
- Целочислени

Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- `Bool` — булев тип с константи `True` и `False`
- `Char` — Unicode знаци
- Целочислени
 - `Int` — цели числа с фиксирана големина $[-2^{63}; 2^{63} - 1]$

Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- `Bool` — булев тип с константи `True` и `False`
- `Char` — Unicode знаци
- Целочислени
 - `Int` — цели числа с фиксирана големина $[-2^{63}; 2^{63} - 1]$
 - `Integer` — цели числа с произволна големина

Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- `Bool` — булев тип с константи `True` и `False`
- `Char` — Unicode знаци
- Целочислени
 - `Int` — цели числа с фиксирана големина $[-2^{63}; 2^{63} - 1]$
 - `Integer` — цели числа с произволна големина
- `C` плаваща запетая

Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- `Bool` — булев тип с константи `True` и `False`
- `Char` — Unicode знаци
- Целочислени
 - `Int` — цели числа с фиксирана големина $[-2^{63}; 2^{63} - 1]$
 - `Integer` — цели числа с произволна големина
- С плаваща запетая
 - `Float` — дробни числа с единична точност

Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- `Bool` — булев тип с константи `True` и `False`
- `Char` — Unicode знаци
- Целочислени
 - `Int` — цели числа с фиксирана големина $[-2^{63}; 2^{63} - 1]$
 - `Integer` — цели числа с произволна големина
- С плаваща запетая
 - `Float` — дробни числа с единична точност
 - `Double` — дробни числа с двойна точност

Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- `Bool` — булев тип с константи `True` и `False`
- `Char` — Unicode знаци
- Целочислени
 - `Int` — цели числа с фиксирана големина $[-2^{63}; 2^{63} - 1]$
 - `Integer` — цели числа с произволна големина
- С плаваща запетая
 - `Float` — дробни числа с единична точност
 - `Double` — дробни числа с двойна точност
- Съставни

Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- `Bool` — булев тип с константи `True` и `False`
- `Char` — Unicode знаци
- Целочислени
 - `Int` — цели числа с фиксирана големина $[-2^{63}; 2^{63} - 1]$
 - `Integer` — цели числа с произволна големина
- С плаваща запетая
 - `Float` — дробни числа с единична точност
 - `Double` — дробни числа с двойна точност
- Съставни
 - `[a]` — тип списък с **произволна** дължина и елементи от **фиксиран** тип `a`

Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- `Bool` — булев тип с константи `True` и `False`
- `Char` — Unicode знаци
- Целочислени
 - `Int` — цели числа с фиксирана големина $[-2^{63}; 2^{63} - 1]$
 - `Integer` — цели числа с произволна големина
- С плаваща запетая
 - `Float` — дробни числа с единична точност
 - `Double` — дробни числа с двойна точност
- Съставни
 - `[a]` — тип списък с **произволна** дължина и елементи от **фиксиран** тип `a`
 - `String` = `[Char]` — низ (списък от знаци)

Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- `Bool` — булев тип с константи `True` и `False`
- `Char` — Unicode знаци
- Целочислени
 - `Int` — цели числа с фиксирана големина $[-2^{63}; 2^{63} - 1]$
 - `Integer` — цели числа с произволна големина
- С плаваща запетая
 - `Float` — дробни числа с единична точност
 - `Double` — дробни числа с двойна точност
- Съставни
 - `[a]` — тип списък с **произволна** дължина и елементи от **фиксиран** тип `a`
 - `String` = `[Char]` — низ (списък от знаци)
 - `(a,b,c)` — тип кортеж (наредена n -торка) с **фиксирана** дължина и **произволни** типове на компонентите

Стандартен модул Prelude

- програмите в Haskell се разделят на модули

Стандартен модул Prelude

- програмите в Haskell се разделят на модули
- `module <име> where`

Стандартен модул Prelude

- програмите в Haskell се разделят на модули
- `module <име> where`
- дефинира модул с <име>

Стандартен модул Prelude

- програмите в Haskell се разделят на модули
- `module` <име> `where`
- дефинира модул с <име>
- `import` <модул> [(<име> { , <име> })]

Стандартен модул Prelude

- програмите в Haskell се разделят на модули
- `module <име> where`
- дефинира модул с <име>
- `import <модул> [(<име>{,<име>})]`
- внася дефинициите <име> от <модул>

Стандартен модул Prelude

- програмите в Haskell се разделят на модули
- `module` <име> `where`
- дефинира модул с <име>
- `import` <модул> [(<име>{,<име>})]
- внася дефинициите <име> от <модул>
- ако <име> не е указано, внася всички дефиниции

Стандартен модул Prelude

- програмите в Haskell се разделят на модули
- `module <име> where`
- дефинира модул с <име>
- `import <модул> [(<име>{,<име>})]`
- внася дефинициите <име> от <модул>
- ако <име> не е указано, внася всички дефиниции
- стандартната библиотека в Haskell се съдържа в модула `Prelude`

Стандартен модул Prelude

- програмите в Haskell се разделят на модули
- `module <име> where`
- дефинира модул с <име>
- `import <модул> [(<име>{,<име>})]`
- внася дефинициите <име> от <модул>
- ако <име> не е указано, внася всички дефиниции
- стандартната библиотека в Haskell се съдържа в модула `Prelude`
- всички дефиниции от `Prelude` се внасят автоматично във всяко програма

Стандартни числови функции

Аритметични операции

`+`, `-`, `*`, `/`, `^`, `^^`

Други числови функции

`div`, `mod`, `max`, `min`, `gcd`, `lcm`

Функции за преобразување

`fromIntegral`, `fromInteger`, `toInteger`, `realToFrac`, `fromRational`,
`toRational`, `round`, `ceiling`, `floor`

Функции над дробни числа

`exp`, `log`, `sin`, `cos`, `tan`, `asin`, `acos`, `atan`, `sqrt`, `**`

Стандартни предикати

Числови предикати

<, >, ==, /=, <=, >=, `odd`, `even`

Булеви операции

`&&`, `||`, `not`

Функции в Haskell

- $t1 \rightarrow t2$ — тип на функция, която получава параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$

Функции в Haskell

- $t1 \rightarrow t2$ — тип на функция, която получава параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- `<име> <параметър> = <тяло>`

Функции в Haskell

- $t1 \rightarrow t2$ — тип на функция, която получава параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- `<име> <параметър> = <тяло>`
- дефиниция на функция с `<име>`, един `<параметър>` и `<тяло>`

Функции в Haskell

- $t1 \rightarrow t2$ — тип на функция, която получава параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- $\langle \text{име} \rangle \langle \text{параметър} \rangle = \langle \text{тяло} \rangle$
- дефиниция на функция с $\langle \text{име} \rangle$, един $\langle \text{параметър} \rangle$ и $\langle \text{тяло} \rangle$
- $\langle \text{функция} \rangle \langle \text{израз} \rangle$

Функции в Haskell

- $t1 \rightarrow t2$ — тип на функция, която получава параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- `<име> <параметър> = <тяло>`
- дефиниция на функция с `<име>`, един `<параметър>` и `<тяло>`
- `<функция> <израз>`
- прилагане на `<функция>` над `<израз>`
 - `square :: Int -> Int`
 - `square x = x * x`
 - `square x` \rightarrow 4
 - `square 2.7` \rightarrow **Грешка!**

Функции в Haskell

- $t1 \rightarrow t2$ — тип на функция, която получава параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- $\langle \text{име} \rangle \langle \text{параметър} \rangle = \langle \text{тяло} \rangle$
- дефиниция на функция с $\langle \text{име} \rangle$, един $\langle \text{параметър} \rangle$ и $\langle \text{тяло} \rangle$
- $\langle \text{функция} \rangle \langle \text{израз} \rangle$
- прилагане на $\langle \text{функция} \rangle$ над $\langle \text{израз} \rangle$
 - `square :: Int -> Int`
 - `square x = x * x`
 - `square x` \rightarrow 4
 - `square 2.7` \rightarrow Грешка!
- Прилагането е с по-висок приоритет от другите операции!

Функции в Haskell

- $t1 \rightarrow t2$ — тип на функция, която получава параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- `<име> <параметър> = <тяло>`
- дефиниция на функция с `<име>`, един `<параметър>` и `<тяло>`
- `<функция> <израз>`
- прилагане на `<функция>` над `<израз>`
 - `square :: Int -> Int`
 - `square x = x * x`
 - `square x` \rightarrow 4
 - `square 2.7` \rightarrow Грешка!
- Прилагането е с по-висок приоритет от другите операции!
- `(square 2) + 3` \rightarrow 7

Функции в Haskell

- $t1 \rightarrow t2$ — тип на функция, която получава параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- `<име> <параметър> = <тяло>`
- дефиниция на функция с `<име>`, един `<параметър>` и `<тяло>`
- `<функция> <израз>`
- прилагане на `<функция>` над `<израз>`
 - `square :: Int -> Int`
 - `square x = x * x`
 - `square x` \rightarrow 4
 - `square 2.7` \rightarrow **Грешка!**
- **Прилагането е с по-висок приоритет от другите операции!**
- `square 2 + 3` \rightarrow 7
- `square (2 + 3)` \rightarrow 25

Функции на повече параметри

- Как можем да изразим двуаргументна функция $f(x, y)$, ако разполагаме само с едноаргументни функции?

Функции на повече параметри

- Как можем да изразим двуаргументна функция $f(x, y)$, ако разполагаме само с едноаргументни функции?
- Разглеждаме функция F с един аргумент x, \dots

Функции на повече параметри

- Как можем да изразим двуаргументна функция $f(x, y)$, ако разполагаме само с едноаргументни функции?
- Разглеждаме функция F с един аргумент x, \dots
- ...която връща като резултат едноаргументната $f_{x, \dots}$

Функции на повече параметри

- Как можем да изразим двуаргументна функция $f(x, y)$, ако разполагаме само с едноаргументни функции?
- Разглеждаме функция F с един аргумент x, \dots
- ...която връща като резултат едноаргументната $f_{x, \dots}$
- ...така че $f_x(y) = f(x, y)$.

Функции на повече параметри

- Как можем да изразим двуаргументна функция $f(x, y)$, ако разполагаме само с едноаргументни функции?
- Разглеждаме функция F с един аргумент x, \dots
- ...която връща като резултат едноаргументната $f_{x, \dots}$
- ...така че $f_x(y) = f(x, y)$.
- Така имаме $f(x, y) = F(x)(y)$.

Функции на повече параметри

- Как можем да изразим двуаргументна функция $f(x, y)$, ако разполагаме само с едноаргументни функции?
- Разглеждаме функция F с един аргумент x, \dots
- ...която връща като резултат едноаргументната $f_{x, \dots}$
- ...така че $f_x(y) = f(x, y)$.
- Така имаме $f(x, y) = F(x)(y)$.

Основна идея

Можем да разглеждаме функция с $n + 1$ аргумента, като функция с един аргумент, която връща функция с n аргумента.

Функции на повече параметри

- Как можем да изразим двуаргументна функция $f(x, y)$, ако разполагаме само с едноаргументни функции?
- Разглеждаме функция F с един аргумент x, \dots
- ...която връща като резултат едноаргументната $f_{x, \dots}$
- ...така че $f_x(y) = f(x, y)$.
- Така имаме $f(x, y) = F(x)(y)$.

Основна идея

Можем да разглеждаме функция с $n + 1$ аргумента, като функция с един аргумент, която връща функция с n аргумента.

Това представяне на функциите с повече аргументи се нарича “къринг” (“currying”).

Currying в Haskell

- `t1 -> (t2 -> t3)`

Currying в Haskell

- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3)$
 - функция с параметър от тип $t1$, която връща функция, която приема параметър от тип $t2$ и връща резултат от тип $t3$; или

Currying в Haskell

- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3)$
 - функция с параметър от тип $t1$, която връща функция, която приема параметър от тип $t2$ и връща резултат от тип $t3$; или
 - функция на два параметъра от типове $t1$ и $t2$, която връща резултат от тип $t3$

Currying в Haskell

- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3)$
 - функция с параметър от тип $t1$, която връща функция, която приема параметър от тип $t2$ и връща резултат от тип $t3$; или
 - функция на два параметъра от типове $t1$ и $t2$, която връща резултат от тип $t3$
- В общия случай: $\langle \text{функция} \rangle :: t1 \rightarrow (t2 \rightarrow \dots (tn \rightarrow t) \dots)$

Currying в Haskell

- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3)$
 - функция с параметър от тип $t1$, която връща функция, която приема параметър от тип $t2$ и връща резултат от тип $t3$; или
 - функция на два параметъра от типове $t1$ и $t2$, която връща резултат от тип $t3$
- В общия случай: $\langle \text{функция} \rangle :: t1 \rightarrow (t2 \rightarrow \dots (tn \rightarrow t) \dots)$
- $\langle \text{функция} \rangle$ ще очаква n параметъра от типове $t1, t2, \dots, tn$ и ще връща резултат от тип t

Currying в Haskell

- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3)$
 - функция с параметър от тип $t1$, която връща функция, която приема параметър от тип $t2$ и връща резултат от тип $t3$; или
 - функция на два параметъра от типове $t1$ и $t2$, която връща резултат от тип $t3$
- В общия случай: $\langle \text{функция} \rangle :: t1 \rightarrow (t2 \rightarrow \dots (tn \rightarrow t) \dots)$
- $\langle \text{функция} \rangle$ ще очаква n параметъра от типове $t1, t2, \dots, tn$ и ще връща резултат от тип t
- $\langle \text{функция} \rangle \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle = \langle \text{тяло} \rangle$

Currying в Haskell

- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3)$
 - функция с параметър от тип $t1$, която връща функция, която приема параметър от тип $t2$ и връща резултат от тип $t3$; или
 - функция на два параметъра от типове $t1$ и $t2$, която връща резултат от тип $t3$
- В общия случай: $\langle \text{функция} \rangle :: t1 \rightarrow (t2 \rightarrow \dots (tn \rightarrow t) \dots)$
- $\langle \text{функция} \rangle$ ще очаква n параметъра от типове $t1, t2, \dots, tn$ и ще връща резултат от тип t
- $\langle \text{функция} \rangle \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle = \langle \text{тяло} \rangle$
- дефинира $\langle \text{функция} \rangle$ с n параметъра и $\langle \text{тяло} \rangle$

Currying в Haskell

- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3)$
 - функция с параметър от тип $t1$, която връща функция, която приема параметър от тип $t2$ и връща резултат от тип $t3$; или
 - функция на два параметъра от типове $t1$ и $t2$, която връща резултат от тип $t3$
- В общия случай: $\langle \text{функция} \rangle :: t1 \rightarrow (t2 \rightarrow \dots (tn \rightarrow t) \dots)$
- $\langle \text{функция} \rangle$ ще очаква n параметъра от типове $t1, t2, \dots, tn$ и ще връща резултат от тип t
- $\langle \text{функция} \rangle \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle = \langle \text{тяло} \rangle$
- дефинира $\langle \text{функция} \rangle$ с n параметъра и $\langle \text{тяло} \rangle$
 - `hypothenuse :: Double -> (Double -> Double)`

Currying в Haskell

- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3)$
 - функция с параметър от тип $t1$, която връща функция, която приема параметър от тип $t2$ и връща резултат от тип $t3$; или
 - функция на два параметъра от типове $t1$ и $t2$, която връща резултат от тип $t3$
- В общия случай: $\langle \text{функция} \rangle :: t1 \rightarrow (t2 \rightarrow \dots (tn \rightarrow t) \dots)$
- $\langle \text{функция} \rangle$ ще очаква n параметъра от типове $t1, t2, \dots, tn$ и ще връща резултат от тип t
- $\langle \text{функция} \rangle \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle = \langle \text{тяло} \rangle$
- дефинира $\langle \text{функция} \rangle$ с n параметъра и $\langle \text{тяло} \rangle$
 - `hypotenuse :: Double -> Double -> Double`

Currying в Haskell

- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3)$
 - функция с параметър от тип $t1$, която връща функция, която приема параметър от тип $t2$ и връща резултат от тип $t3$; или
 - функция на два параметъра от типове $t1$ и $t2$, която връща резултат от тип $t3$
- В общия случай: $\langle \text{функция} \rangle :: t1 \rightarrow (t2 \rightarrow \dots (tn \rightarrow t) \dots)$
- $\langle \text{функция} \rangle$ ще очаква n параметъра от типове $t1, t2, \dots, tn$ и ще връща резултат от тип t
- $\langle \text{функция} \rangle \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle = \langle \text{тяло} \rangle$
- дефинира $\langle \text{функция} \rangle$ с n параметъра и $\langle \text{тяло} \rangle$
 - `hypotenuse :: Double -> Double -> Double`
 - `hypotenuse a b = sqrt (a**2 + b**2)`

Currying в Haskell

- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3)$
 - функция с параметър от тип $t1$, която връща функция, която приема параметър от тип $t2$ и връща резултат от тип $t3$; или
 - функция на два параметъра от типове $t1$ и $t2$, която връща резултат от тип $t3$
- В общия случай: $\langle \text{функция} \rangle :: t1 \rightarrow (t2 \rightarrow \dots (tn \rightarrow t) \dots)$
- $\langle \text{функция} \rangle$ ще очаква n параметъра от типове $t1, t2, \dots, tn$ и ще връща резултат от тип t
- $\langle \text{функция} \rangle \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle = \langle \text{тяло} \rangle$
- дефинира $\langle \text{функция} \rangle$ с n параметъра и $\langle \text{тяло} \rangle$
 - `hypotenuse :: Double -> Double -> Double`
 - `hypotenuse a b = sqrt (a**2 + b**2)`
 - `(hypotenuse 3) 4 → 5`

Currying в Haskell

- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3)$
 - функция с параметър от тип $t1$, която връща функция, която приема параметър от тип $t2$ и връща резултат от тип $t3$; или
 - функция на два параметъра от типове $t1$ и $t2$, която връща резултат от тип $t3$
- В общия случай: $\langle \text{функция} \rangle :: t1 \rightarrow (t2 \rightarrow \dots (tn \rightarrow t) \dots)$
- $\langle \text{функция} \rangle$ ще очаква n параметъра от типове $t1, t2, \dots, tn$ и ще връща резултат от тип t
- $\langle \text{функция} \rangle \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle = \langle \text{тяло} \rangle$
- дефинира $\langle \text{функция} \rangle$ с n параметъра и $\langle \text{тяло} \rangle$
 - `hypotenuse :: Double -> Double -> Double`
 - `hypotenuse a b = sqrt (a**2 + b**2)`
 - `hypotenuse 3 4 → 5`

Частично прилагане на функции

Кърингът позволява удобно прилагане на функция към само част от параметрите.

- `div50 :: Int -> Int`

Частично прилагане на функции

Кърингът позволява удобно прилагане на функция към само част от параметрите.

- `div50 :: Int -> Int`
- `div50 x = div 50 x`

Частично прилагане на функции

Кърингът позволява удобно прилагане на функция към само част от параметрите.

- `div50 :: Int -> Int`
- `div50 x = div 50 x`
- `div50 4` \longrightarrow 12

Частично прилагане на функции

Кърингът позволява удобно прилагане на функция към само част от параметрите.

- `div50 :: Int -> Int`
- `div50 x = (div 50) x`
- `div50 4 → 12`

$$f \ x = (\text{div } 50) \ x$$

$$\Downarrow$$

$$f = g$$

Частично прилагане на функции

Кърингът позволява удобно прилагане на функция към само част от параметрите.

- `div50 :: Int -> Int`
- `div50 = div 50`
- `div50 4 → 12`

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - `twice f x = f (f x)`

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - `twice f x = f (f x)`
 - `twice :: (Int -> Int) -> Int -> Int`

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - `twice f x = f (f x)`
 - `twice :: (Int -> Int) -> Int -> Int`
 - `twice square 3` \longrightarrow ?

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - `twice f x = f (f x)`
 - `twice :: (Int -> Int) -> Int -> Int`
 - `twice square 3 -> 81`

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - `twice f x = f (f x)`
 - `twice :: (Int -> Int) -> Int -> Int`
 - `twice square 3` \longrightarrow 81
 - `twice (mod 13) 5` \longrightarrow ?

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - `twice f x = f (f x)`
 - `twice :: (Int -> Int) -> Int -> Int`
 - `twice square 3` \longrightarrow 81
 - `twice (mod 13) 5` \longrightarrow 1

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - `twice f x = f (f x)`
 - `twice :: (t -> t) -> t -> t`
 - `twice square 3 -> 81`
 - `twice (mod 13) 5 -> 1`

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - `twice f x = f (f x)`
 - `twice :: (t -> t) -> t -> t`
 - `twice square 3 -> 81`
 - `twice (mod 13) 5 -> 1`
 - `diag f x = f x x`

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - `twice f x = f (f x)`
 - `twice :: (t -> t) -> t -> t`
 - `twice square 3 -> 81`
 - `twice (mod 13) 5 -> 1`
 - `diag f x = f x x`
 - `diag :: (Int -> Int -> Int) -> Int -> Int`

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - `twice f x = f (f x)`
 - `twice :: (t -> t) -> t -> t`
 - `twice square 3 -> 81`
 - `twice (mod 13) 5 -> 1`
 - `diag f x = f x x`
 - `diag :: (Int -> Int -> Int) -> Int -> Int`
 - `diag div 5 -> ?`

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - `twice f x = f (f x)`
 - `twice :: (t -> t) -> t -> t`
 - `twice square 3 -> 81`
 - `twice (mod 13) 5 -> 1`
 - `diag f x = f x x`
 - `diag :: (Int -> Int -> Int) -> Int -> Int`
 - `diag div 5 -> 1`

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - `twice f x = f (f x)`
 - `twice :: (t -> t) -> t -> t`
 - `twice square 3 -> 81`
 - `twice (mod 13) 5 -> 1`
 - `diag f x = f x x`
 - `diag :: (Int -> Int -> Int) -> Int -> Int`
 - `diag div 5 -> 1`
 - `diag hypotenuse 1 -> ?`

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - `twice f x = f (f x)`
 - `twice :: (t -> t) -> t -> t`
 - `twice square 3 -> 81`
 - `twice (mod 13) 5 -> 1`
 - `diag f x = f x x`
 - `diag :: (Int -> Int -> Int) -> Int -> Int`
 - `diag div 5 -> 1`
 - `diag hypotenuse 1 -> 1.4142135623730951`

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - `twice f x = f (f x)`
 - `twice :: (t -> t) -> t -> t`
 - `twice square 3` \longrightarrow 81
 - `twice (mod 13) 5` \longrightarrow 1
 - `diag f x = f x x`
 - `diag :: (t1 -> t1 -> t) -> t1 -> t`
 - `diag div 5` \longrightarrow 1
 - `diag hypotenuse 1` \longrightarrow 1.4142135623730951

Функции и операции

- Функциите в Haskell са винаги с **префиксен** запис

Функции и операции

- Функциите в Haskell са винаги с **префиксен** запис
- Операциите в Haskell са винаги **бинарни** с **инфиксен** запис.

Функции и операции

- Функциите в Haskell са винаги с **префиксен** запис
- Операциите в Haskell са винаги **бинарни** с **инфиксен** запис.
 - **Исключение:** унарен минус: `-a`

Функции и операции

- Функциите в Haskell са винаги с **префиксен** запис
- Операциите в Haskell са винаги **бинарни** с **инфиксен** запис.
 - **Изключение:** унарен минус: `-a`
 - `square -x` → **Грешка!**

Функции и операции

- Функциите в Haskell са винаги с **префиксен** запис
- Операциите в Haskell са винаги **бинарни** с **инфиксен** запис.
 - **Исключение:** унарен минус: $-a$
 - `square -x` \rightarrow **Грешка!**
 - `square (-x)` $\rightarrow 4$

Функции и операции

- Функциите в Haskell са винаги с **префиксен** запис
- Операциите в Haskell са винаги **бинарни** с **инфиксен** запис.
 - **Изключение:** унарен минус: `-a`
 - `square -x` → **Грешка!**
 - `square (-x)` → `4`
- Преобразуване на двуаргументни функции към бинарни операции:
‘<функция>’

