

ДОМАШНО № 2 ПО ДИСЦИПЛИНАТА “ДИСКРЕТНИ СТРУКТУРИ”
ЗА СПЕЦИАЛНОСТ “КОМПЮТЪРНИ НАУКИ”, I КУРС, II ПОТОК,
ЗИМЕН СЕМЕСТЪР НА 2018/2019 УЧ. Г. В СУ, ФМИ

Име: Факултетен № Група:

Задача	1	2	3	ОБЩО
получени точки				
максимум точки	25	25	50	100

Забележка 1: Всички отговори трябва да бъдат обосновани подробно.

Забележка 2: Не предавайте идентични решения дори когато работите заедно:
идентичните решения ще бъдат анулирани!

Задача 1. В международно състезание участват 1985 души. Измежду всеки трима от тях има поне двама, които говорят един и същ език. Всеки участник владее не повече от пет езика. Да се докаже, че има поне двеста души, които знаят един и същ език.

Задача 2. Нека \mathcal{F} е семейство от подмножества на $\{1, 2, \dots, n\}$ със следните свойства:

– Ако $A \in \mathcal{F}$, то $|A| = 3$.

– Ако $A \in \mathcal{F}$, $B \in \mathcal{F}$ и $A \neq B$, то $|A \cap B| \leq 1$.

Да се докаже, че $|\mathcal{F}| \leq \frac{n^2 - n}{6}$ за всяко цяло $n \geq 3$.

Задача 3. Да се докажат тъждествата:

а)
$$\sum_{k=0}^n \binom{m+k}{k} 2^{n-k} + \sum_{k=0}^m \binom{n+k}{k} 2^{m-k} = 2^{m+n+1}; \quad (25 \text{ точки})$$

б)
$$\sum_{k=0}^n \binom{2n}{2k} \binom{2k}{k} 2^{2n-2k} = \binom{4n}{2n}. \quad (25 \text{ точки})$$