

Кортежи и списъци

Трифон Трифонов

Функционално програмиране, 2018/19 г.

21 ноември 2018 г.

Кортежи (tuples)

Кортежите са наредени n -торки от данни от произволен тип.

- **Примери:** (1, 2), (3.5, 'A', False),
(("square", (^2)), 1.0)

Кортежи (tuples)

Кортежите са наредени n -торки от данни от произволен тип.

- **Примери:** (1, 2), (3.5, 'A', False),
(("square", (^2)), 1.0)
- Тип кортеж от n елемента: (t_1, t_2, \dots, t_n)

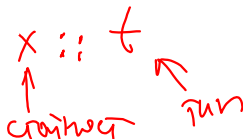
$(\text{Int} \rightarrow \text{Int}) \rightarrow \text{Int} \rightarrow \text{Int}$

→ за типовете
+ за знака

Кортежи (tuples)

Кортежите са наредени n -торки от данни от произволен тип.

- **Примери:** $(1, 2)$, $(3.5, 'A', \text{False})$,
 $(("square", (^2)), 1.0)$
- Тип кортеж от n елемента: (t_1, t_2, \dots, t_n)
- Стойности: наредени n -торки от вида (x_1, x_2, \dots, x_n) , където x_i е от тип t_i



Кортежи (tuples)

Кортежите са наредени n -торки от данни от произволен тип.

- **Примери:** $(1, 2)$, $(3.5, 'A', \text{False})$,
 $(("square", (^2)), 1.0)$
- Тип кортеж от n елемента: (t_1, t_2, \dots, t_n)
- Стойности: наредени n -торки от вида (x_1, x_2, \dots, x_n) , където x_i е от тип t_i
- Позволяват “пакетиране” на няколко стойности в една

Кортежи (tuples)

Кортежите са наредени n -торки от данни от произволен тип.

- **Примери:** $(1, 2)$, $(3.5, 'A', \text{False})$,
 $(("square", (^2)), 1.0)$
- Тип кортеж от n елемента: (t_1, t_2, \dots, t_n)
- Стойности: наредени n -торки от вида (x_1, x_2, \dots, x_n) , където x_i е от тип t_i
- Позволяват “пакетиране” на няколко стойности в една
- Операции за наредени двойки:

Кортежи (tuples)

Кортежите са наредени n -торки от данни от произволен тип.

- **Примери:** $(1, 2)$, $(3.5, 'A', \text{False})$,
 $(("square", (^2)), 1.0)$
- Тип кортеж от n елемента: (t_1, t_2, \dots, t_n)
- Стойности: наредени n -торки от вида (x_1, x_2, \dots, x_n) , където x_i е от тип t_i
- Позволяват “пакетиране” на няколко стойности в една
- Операции за наредени двойки:
 - $(,)$ $:: a \rightarrow b \rightarrow (a, b)$ — конструиране на наредена двойка

Кортежи (tuples)

Кортежите са наредени n -торки от данни от произволен тип.

- **Примери:** $(1, 2)$, $(3.5, 'A', \text{False})$,
 $(("square", (^2)), 1.0)$
- Тип кортеж от n елемента: (t_1, t_2, \dots, t_n)
- Стойности: наредени n -торки от вида (x_1, x_2, \dots, x_n) , където x_i е от тип t_i
- Позволяват “пакетиране” на няколко стойности в една
- Операции за наредени двойки:
 - $(,)$ $:: a \rightarrow b \rightarrow (a,b)$ — конструиране на наредена двойка
 - `fst` $:: (a,b) \rightarrow a$ — първа компонента на наредена двойка

Кортежи (tuples)

Кортежите са наредени n -торки от данни от произволен тип.

- **Примери:** $(1, 2)$, $(3.5, 'A', \text{False})$,
 $(("square", (^2)), 1.0)$
- Тип кортеж от n елемента: (t_1, t_2, \dots, t_n)
- Стойности: наредени n -торки от вида (x_1, x_2, \dots, x_n) , където x_i е от тип t_i
- Позволяват “пакетиране” на няколко стойности в една
- Операции за наредени двойки:
 - $(,)$ $:: a \rightarrow b \rightarrow (a,b)$ — конструиране на наредена двойка
 - `fst` $:: (a,b) \rightarrow a$ — първа компонента на наредена двойка
 - `snd` $:: (a,b) \rightarrow b$ — втора компонента на наредена двойка

Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:

Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
 - име и ЕГН на човек

Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
 - име и ЕГН на човек
 - продукт с описание и количество

Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
 - име и ЕГН на човек
 - продукт с описание и количество
 - сонет на Шекспир и поредният му номер

Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
 - име и ЕГН на човек
 - продукт с описание и количество
 - сонет на Шекспир и поредният му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им

Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
 - име и ЕГН на човек
 - продукт с описание и количество
 - сонет на Шекспир и поредният му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им
- `type` <конструктор> = <тип>

Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
 - име и ЕГН на човек
 - продукт с описание и количество
 - сонет на Шекспир и поредният му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им
- `type` <конструктор> = <тип>
 - конструкторите са идентификатори, започващи с главна буква

Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
 - име и ЕГН на човек
 - продукт с описание и количество
 - сонет на Шекспир и поредният му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им
- `type <конструктор> = <тип>`
 - конструкторите са идентификатори, започващи с главна буква
- **Примери:**

Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
 - име и ЕГН на човек
 - продукт с описание и количество
 - сонет на Шекспир и поредният му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им
- `type` <конструктор> = <тип>
 - конструкторите са идентификатори, започващи с главна буква
- **Примери:**
 - `type Student = (String, Int, Double)`

Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
 - име и ЕГН на човек
 - продукт с описание и количество
 - сонет на Шекспир и поредният му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им
- `type` <конструктор> = <тип>
 - конструкторите са идентификатори, започващи с главна буква
- **Примери:**
 - `type Student = (String, Int, Double)`
 - `type Point = (Double, Double)`

Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
 - име и ЕГН на човек
 - продукт с описание и количество
 - сонет на Шекспир и поредният му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им
- `type` <конструктор> = <тип>
 - конструкторите са идентификатори, започващи с главна буква
- **Примери:**
 - `type Student = (String, Int, Double)`
 - `type Point = (Double, Double)`
 - `type Triangle = (Point, Point, Point)`

Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
 - име и ЕГН на човек
 - продукт с описание и количество
 - сонет на Шекспир и поредният му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им
- `type` <конструктор> = <тип>
 - конструкторите са идентификатори, започващи с главна буква
- **Примери:**
 - `type Student = (String, Int, Double)`
 - `type Point = (Double, Double)`
 - `type Triangle = (Point, Point, Point)`
 - `type Transformation = Point -> Point`

Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
 - име и ЕГН на човек
 - продукт с описание и количество
 - сонет на Шекспир и поредният му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им
- `type` <конструктор> = <тип>
 - конструкторите са идентификатори, започващи с главна буква
- **Примери:**
 - `type Student = (String, Int, Double)`
 - `type Point = (Double, Double)`
 - `type Triangle = (Point, Point, Point)`
 - `type Transformation = Point -> Point`
 - `type Vector = Point`

Потребителски типове

- Типът (`String`, `Int`) може да означава:
 - име и ЕГН на човек
 - продукт с описание и количество
 - сонет на Шекспир и поредният му номер
- Удобно е да именуваме типовете, за да означаваме смисъла им
- `type` <конструктор> = <тип>
 - конструкторите са идентификатори, започващи с главна буква
- **Примери:**
 - `type Student = (String, Int, Double)`
 - `type Point = (Double, Double)`
 - `type Triangle = (Point, Point, Point)`
 - `type Transformation = Point -> Point`
 - `type Vector = Point`
 - `addVectors :: Vector -> Vector -> Vector`
 - `addVectors v1 v2 = (fst v1 + fst v2, snd v1 + snd v2)`

Особености на кортежите

- `fst` (1,2,3) \rightarrow ?

Особености на кортежите

- `fst (1,2,3)` → Грешка!

Особености на кортежите

- `fst (1,2,3)` → Грешка!
 - `fst` и `snd` работят само над наредени двойки!

Особености на кортежите

- `fst (1,2,3)` → Грешка!
 - `fst` и `snd` работят само над наредени двойки!
- $((a,b),c) \neq (a,(b,c)) \neq (a,b,c)$

Особености на кортежите

- `fst (1,2,3)` → Грешка!
 - `fst` и `snd` работят само над наредени двойки!
- $((a,b),c) \neq (a,(b,c)) \neq (a,b,c)$
- Няма специален тип кортеж от един елемент...

Особености на кортежите

- `fst (1,2,3)` → Грешка!
 - `fst` и `snd` работят само над наредени двойки!
- $((a,b),c) \neq (a,(b,c)) \neq (a,b,c)$
- Няма специален тип кортеж от един елемент...
- ...но има тип “празен кортеж” `()` с единствен елемент `()`

Особености на кортежите

- `fst (1,2,3) → Грешка!`
 - `fst` и `snd` работят само над наредени двойки!
- $((a,b),c) \neq (a,(b,c)) \neq (a,b,c)$
- Няма специален тип кортеж от един елемент...
- ...но има тип “празен кортеж” `()` с единствен елемент `()`
 - в други езици такъв тип се нарича `unit`

Особености на кортежите

- `fst (1,2,3) → Грешка!`
 - `fst` и `snd` работят само над наредени двойки!
- $((a,b),c) \neq (a,(b,c)) \neq (a,b,c)$
- Няма специален тип кортеж от един елемент...
- ...но има тип “празен кортеж” `()` с единствен елемент `()`
 - в други езици такъв тип се нарича `unit`
 - използва се за означаване на липса на информация

Образци на кортежи

Образец на кортеж е конструкция от вида (p_1, p_2, \dots, p_n) .

Образци на кортежи

Образец на кортеж е конструкция от вида (p_1, p_2, \dots, p_n) .

Пасва на всеки кортеж от точно n елемента (x_1, x_2, \dots, x_n) , за който образецът p_i пасва на елемента x_i .

Образци на кортежи

Образец на кортеж е конструкция от вида (p_1, p_2, \dots, p_n) .

Пасва на всеки кортеж от точно n елемента (x_1, x_2, \dots, x_n) , за който образецът p_i пасва на елемента x_i .

- `addVectors (x1, y1) (x2, y2) = (x1 + x2, y1 + y2)`

Образци на кортежи

Образец на кортеж е конструкция от вида (p_1, p_2, \dots, p_n) .

Пасва на всеки кортеж от точно n елемента (x_1, x_2, \dots, x_n) , за който образецът p_i пасва на елемента x_i .

- `addVectors (x1, y1) (x2, y2) = (x1 + x2, y1 + y2)`
- `fst (x, _) = x`
- `snd (_, y) = y`

Образци на кортежи

Образец на кортеж е конструкция от вида (p_1, p_2, \dots, p_n) .

Пасва на всеки кортеж от точно n елемента (x_1, x_2, \dots, x_n) , за който образецът p_i пасва на елемента x_i .

- `addVectors (x1, y1) (x2, y2) = (x1 + x2, y1 + y2)`
- `fst (x, _) = x`
- `snd (_, y) = y`
- `getFN :: Student -> Int`
- `getFN (_, fn, _) = fn`

Образци на кортежи

Образец на кортеж е конструкция от вида (p_1, p_2, \dots, p_n) .

Пасва на всеки кортеж от точно n елемента (x_1, x_2, \dots, x_n) , за който образецът p_i пасва на елемента x_i .

- `addVectors (x1, y1) (x2, y2) = (x1 + x2, y1 + y2)`
- `fst (x, _) = x`
- `snd (_, y) = y`
- `getFN :: Student -> Int`
- `getFN (_, fn, _) = fn`
- образците на кортежи могат да се използват за “разглобяване” на кортежи при дефиниция

Образци на кортежи

Образец на кортеж е конструкция от вида (p_1, p_2, \dots, p_n) .

Пасва на всеки кортеж от точно n елемента (x_1, x_2, \dots, x_n) , за който образецът p_i пасва на елемента x_i .

- `addVectors (x1, y1) (x2, y2) = (x1 + x2, y1 + y2)`
- `fst (x, _) = x`
- `snd (_, y) = y`
- `getFN :: Student -> Int`
- `getFN (_, fn, _) = fn`
- образците на кортежи могат да се използват за “разглобяване” на кортежи при дефиниция
- `(x,y) = (3.5, 7.8)`

Образци на кортежи

Образец на кортеж е конструкция от вида (p_1, p_2, \dots, p_n) .

Пасва на всеки кортеж от точно n елемента (x_1, x_2, \dots, x_n) , за който образецът p_i пасва на елемента x_i .

- `addVectors (x1, y1) (x2, y2) = (x1 + x2, y1 + y2)`
- `fst (x, _) = x`
- `snd (_, y) = y`
- `getFN :: Student -> Int`
- `getFN (_, fn, _) = fn`
- образците на кортежи могат да се използват за “разглобяване” на кортежи при дефиниция
- `(x,y) = (3.5, 7.8)`
- `let (_, fn, grade) = student in (fn, min (grade + 1) 6)`

Именувани образци

- намиране на студент с по-висока оценка

```
betterStudent (name1, fn1, grade1) (name2, fn2, grade2)
| grade1 > grade2 = (name1, fn1, grade1)
| otherwise      = (name2, fn2, grade2)
```


Именувани образци

- намиране на студент с по-висока оценка

```
betterStudent (name1, fn1, grade1) (name2, fn2, grade2)
  | grade1 > grade2 = (name1, fn1, grade1)
  | otherwise      = (name2, fn2, grade2)
```

- ами ако имахме 10 полета?

Именувани образци

- намиране на студент с по-висока оценка

```
betterStudent (name1, fn1, grade1) (name2, fn2, grade2)
  | grade1 > grade2 = (name1, fn1, grade1)
  | otherwise      = (name2, fn2, grade2)
```

- ами ако имахме 10 полета?
- удобно е да използваме **именувани образци**

Именувани образци

- намиране на студент с по-висока оценка

```
betterStudent (name1, fn1, grade1) (name2, fn2, grade2)  
  | grade1 > grade2 = (name1, fn1, grade1)  
  | otherwise      = (name2, fn2, grade2)
```

- ами ако имахме 10 полета?
- удобно е да използваме **именувани образци**
- `<име>@<образец>`

Именувани образци

- намиране на студент с по-висока оценка

```

betterStudent (name1, fn1, grade1) (name2, fn2, grade2)
  | grade1 > grade2 = (name1, fn1, grade1)
  | otherwise      = (name2, fn2, grade2)

```

- ами ако имахме 10 полета?
- удобно е да използваме **именувани образци**
- <име>@<образец>

```

betterStudent s1@(_, _, grade1) s2@(_, _, grade2)
  | grade1 > grade2 = s1
  | otherwise      = s2

```

Списъци

Дефиниция

- 1 Празният списък `[]` е списък от тип `[a]`
- 2 Ако `h` е елемент от тип `a` и `t` е списък от тип `[a]` то `(h : t)` е списък от тип `[a]`
 - `h` — глава на списъка
 - `t` — опашка на списъка

Списъци

Дефиниция

- 1 Празният списък `[]` е списък от тип `[a]`
 - 2 Ако `h` е елемент от тип `a` и `t` е списък от тип `[a]` то `(h : t)` е списък от тип `[a]`
 - `h` — глава на списъка
 - `t` — опашка на списъка
-
- списъкът е последователност с **произволна дължина** от елементи от **еднакъв тип**

Списъци

Дефиниция

- 1 Празният списък `[]` е списък от тип `[a]`
 - 2 Ако `h` е елемент от тип `a` и `t` е списък от тип `[a]` то `(h : t)` е списък от тип `[a]`
 - `h` — глава на списъка
 - `t` — опашка на списъка
-
- списъкът е последователност с **произволна дължина** от елементи от **еднакъв тип**
 - `(:)` `:: a -> [a] -> [a]` е **дясноасоциативна** двуместна операция

Списъци

Дефиниция

- 1 Празният списък [] е списък от тип [a]
 - 2 Ако h е елемент от тип a и t е списък от тип [a] то (h : t) е списък от тип [a]
 - h — глава на списъка
 - t — опашка на списъка
- списъкът е последователност с **произволна дължина** от елементи от **еднакъв тип**
 - (:) :: a -> [a] -> [a] е **дясноасоциативна** двуместна операция
 - $(1:(2:(3:(4:[])))) = 1:2:3:4:[] \neq (((1:2):3):4):[]$

Списъци

$$[[1] [2] [3] []]] = [1, 2, 3]$$

Дефиниция

- 1 Празният списък [] е списък от тип [a]
- 2 Ако h е елемент от тип a и t е списък от тип [a] то (h : t) е списък от тип [a]
 - h — глава на списъка
 - t — опашка на списъка

- списъкът е последователност с произволна дължина от елементи от еднакъв тип $[x\ y] \neq [x, y]$
- (:) :: a -> [a] -> [a] е дясноасоциативна двуместна операция
- (1:(2:(3:(4:[])))) = 1:2:3:4:[] \neq (((((1:2):3):4):[]))
- [a₁, a₂, ..., a_n] е по-удобен запис за a₁:(a₂:... (a_n:[])...)

Списъци

Дефиниция

- 1 Празният списък $[]$ е списък от тип $[a]$
 - 2 Ако h е елемент от тип a и t е списък от тип $[a]$ то $(h : t)$ е списък от тип $[a]$
 - h — глава на списъка
 - t — опашка на списъка
- списъкът е последователност с **произволна дължина** от елементи от **еднакъв тип**
 - $(:)$ $:: a \rightarrow [a] \rightarrow [a]$ е **дясноасоциативна** двуместна операция
 - $(1 : (2 : (3 : (4 : [])))) = 1 : 2 : 3 : 4 : [] \neq (((((1 : 2) : 3) : 4) : []))$
 - $[a_1, a_2, \dots, a_n]$ е по-удобен запис за $a_1 : (a_2 : \dots (a_n : [])) \dots$
 - $[1, 2, 3, 4] = 1 : [2, 3, 4] = 1 : 2 : [3, 4] = 1 : 2 : 3 : [4] = 1 : 2 : 3 : 4 : []$

Примери

- `[False] :: ?`

Примери

- `[False] :: [Bool]`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ?`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ?`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2], [3], [4,5,6]] :: ?`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2], [3], [4,5,6]] :: [[Int]]`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2], [3], [4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2], [3], [4,5,6]) :: ?`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2], [3], [4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2], [3], [4,5,6]) :: ([Int], [Int], [Int])`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ?`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ⊥`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ?`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: ?`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`
- `[]:[] :: ?`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
 - `["Иван", 4.5] :: ⊥`
 - `[1]:2 :: ⊥`
 - `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
 - `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
 - `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
 - `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
 - `[[]] :: [[a]]`
 - `[]:[] :: [[a]]`
- [x] = x:[]*

Примери

- `[False] :: [Bool]`
 - `["Иван", 4.5] :: ⊥`
 - `[1]:2 :: ⊥`
 - `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
 - `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
 - `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
 - `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
 - `[[]] :: [[a]]`
 - `[]:[] :: [[a]]`
 - `[1]: [[]] :: ?`
- `[[[]], []]`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`
- `[]:[] :: [[a]]`
- `[1]: [[]] :: [[Int]]`

Примери

- $[False] :: [Bool]$
- $["Иван", 4.5] :: \perp$
- $[1]:2 :: \perp$
- $[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]$
- $([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])$
- $[(1,2),(3),(4,5,6)] :: \perp$
- $((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))$
- $[[[]]] :: [[a]]$
- $[]:[] :: [[a]]$
- $[1]:[[]] :: [[Int]]$
- $[]:[1] :: ?$

$[[], 1]$

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`
- `[]:[] :: [[a]]`
- `[1]: [[]] :: [[Int]]`
- `[]:[1] :: ⊥`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`
- `[]:[] :: [[a]]`
- `[1]: [[]] :: [[Int]]`
- `[:[1]] :: ⊥`
- `[[1,2,3],[]] :: ?`

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`
- `[]:[] :: [[a]]`
- `[1]: [[]] :: [[Int]]`
- `[:[1]] :: ⊥`
- `[[1,2,3],[]] :: [[Int]]`

Примери

- $[False] :: [Bool]$
 - $["Иван", 4.5] :: \perp$
 - $[1]:2 :: \perp$
 - $[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]$
 - $([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])$
 - $[(1,2),(3),(4,5,6)] :: \perp$
 - $((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))$
 - $[[]] :: [[a]]$
 - $[] : [] :: [[a]]$
 - $[1] : [[]] :: [[Int]]$
 - $[] : [1] :: \perp$
 - $[[1,2,3], []] :: [[Int]]$
 - $[[1,2,3], [[]]] :: [[a]]$
- Handwritten notes:*
 Under the last two items, there are brackets under $[1,2,3]$ and $[[]]$ with the labels $[Int]$ and $[[6]]$ respectively.
 To the right of the last two items, there is a handwritten note: $Int \neq [6]$

Примери

- `[False] :: [Bool]`
- `["Иван", 4.5] :: ⊥`
- `[1]:2 :: ⊥`
- `[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]`
- `([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])`
- `[(1,2),(3),(4,5,6)] :: ⊥`
- `((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))`
- `[[]] :: [[a]]`
- `[]:[] :: [[a]]`
- `[1]: [[]] :: [[Int]]`
- `[:[1]] :: ⊥`
- `[[1,2,3],[]] :: [[Int]]`
- `[[1,2,3],[[]]] :: ⊥`

Примери

- $[False] :: [Bool]$
- $["Иван", 4.5] :: \perp$
- $[1]:2 :: \perp$
- $[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]$
- $([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])$
- $[(1,2),(3),(4,5,6)] :: \perp$
- $((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))$
- $[[[]]] :: [[a]]$
- $[]:[] :: [[a]]$
- $[1]:[[]] :: [[Int]]$
- $[:[1]] :: \perp$
- $[[1,2,3],[[]]] :: [[Int]]$
- $[[1,2,3],[[]]] :: \perp$
- $[1,2,3]:[4,5,6]:[[]] :: ?$

Примери

- $[False] :: [Bool]$
- $["Иван", 4.5] :: \perp$
- $[1]:2 :: \perp$
- $[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]$
- $([1,2],[3],[4,5,6]) :: ([Int],[Int],[Int])$
- $[(1,2),(3),(4,5,6)] :: \perp$
- $((1,2),(3),(4,5,6)) :: ((Int,Int),Int,(Int,Int,Int))$
- $[[[]]] :: [[a]]$
- $[]:[] :: [[a]]$
- $[1]: [[]] :: [[Int]]$
- $[:[1]] :: \perp$
- $[[1,2,3],[[]]] :: [[Int]]$
- $[[1,2,3],[[]]] :: \perp$
- $[1,2,3]:[4,5,6]: [[]] :: [[Int]]$

Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи

Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`

Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове

Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове
- **Примери:**

Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове
- **Примери:**
 - `['H', 'e', 'l', 'l', 'o'] == "Hello"`

Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове
- **Примери:**
 - `['H', 'e', 'l', 'l', 'o'] == "Hello"`
 - `'H':'e':'l':'l':'o':[] == "Hello"`

Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове
- **Примери:**
 - `['H', 'e', 'l', 'l', 'o'] == "Hello"`
 - `'H':'e':'l':'l':'o':[] == "Hello"`
 - `'H':'e':"llo" == "Hello"`

Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове
- **Примери:**
 - `['H', 'e', 'l', 'l', 'o'] == "Hello"`
 - `'H':'e':'l':'l':'o':[] == "Hello"`
 - `'H':'e':"llo" == "Hello"`
 - `"" == [] :: [Char]`

Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове
- **Примери:**
 - `['H', 'e', 'l', 'l', 'o'] == "Hello"`
 - `'H':'e':'l':'l':'o':[] == "Hello"`
 - `'H':'e':"llo" == "Hello"`
 - `"" == [] :: [Char]`
 - `[[1,2,3], ""] :: ?`

Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове
- **Примери:**
 - `['H', 'e', 'l', 'l', 'o'] == "Hello"`
 - `'H':'e':'l':'l':'o':[] == "Hello"`
 - `'H':'e':"llo" == "Hello"`
 - `"" == [] :: [Char]`
 - `[[1,2,3], ""] :: ⊥`

Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове
- **Примери:**

- `['H', 'e', 'l', 'l', 'o'] == "Hello"`
- `'H':'e':'l':'l':'o':[] == "Hello"`
- `'H':'e':"llo" == "Hello"`
- `"" == [] :: [Char]`
- `[[1,2,3], ""] :: ⊥`
- `["12", ['3'], []] :: ?`

Низове

- В Haskell низовете са представени като списъци от символи
- `type String = [Char]`
- Всички операции над списъци важат и над низове
- **Примери:**

- `['H', 'e', 'l', 'l', 'o'] == "Hello"`
- `'H':'e':'l':'l':'o':[] == "Hello"`
- `'H':'e':"llo" == "Hello"`
- `"" == [] :: [Char]`
- `[[1,2,3], ""] :: ⊥`
- `["12", ['3'], []] :: [String] = [[Char]]`

Основни функции за списъци

- `head` :: [a] -> a — връща главата на (непразен) списък

Основни функции за списъци

- `head` :: `[a]` -> `a` — връща главата на (непразен) списък
 - `head` `[[1,2],[3,4]]` → ?

Основни функции за списъци

- `head` :: [a] -> a — връща главата на (непразен) списък
 - `head` [[1,2],[3,4]] → [1,2]

Основни функции за списъци

- `head :: [a] -> a` — връща главата на (непразен) списък
 - `head [[1,2],[3,4]] -> [1,2]`
 - `head [] -> Грешка!`

Основни функции за списъци

- `head :: [a] -> a` — връща главата на (непразен) списък
 - `head [[1,2],[3,4]] -> [1,2]`
 - `head [] -> Грешка!`
- `tail :: [a] -> [a]` — връща опашката на (непразен) списък

Основни функции за списъци

- `head :: [a] -> a` — връща главата на (непразен) списък
 - `head [[1,2],[3,4]] -> [1,2]`
 - `head [] -> Грешка!`
- `tail :: [a] -> [a]` — връща опашката на (непразен) списък
 - `tail [[1,2],[3,4]] -> ?`

Основни функции за списъци

- `head` $:: [a] \rightarrow a$ — връща главата на (непразен) списък
 - `head` $[[1,2],[3,4]] \rightarrow [1,2]$
 - `head` $[] \rightarrow$ Грешка!
- `tail` $:: [a] \rightarrow [a]$ — връща опашката на (непразен) списък
 - `tail` $[[1,2],[3,4]] \rightarrow [[3,4]]$

Основни функции за списъци

- `head :: [a] -> a` — връща главата на (непразен) списък
 - `head [[1,2],[3,4]] -> [1,2]`
 - `head [] -> Грешка!`
- `tail :: [a] -> [a]` — връща опашката на (непразен) списък
 - `tail [[1,2],[3,4]] -> [[3,4]]`
 - `tail [] -> Грешка!`

Основни функции за списъци

- `head :: [a] -> a` — връща главата на (непразен) списък
 - `head [[1,2],[3,4]] -> [1,2]`
 - `head [] -> Грешка!`
- `tail :: [a] -> [a]` — връща опашката на (непразен) списък
 - `tail [[1,2],[3,4]] -> [[3,4]]`
 - `tail [] -> Грешка!`
- `null :: [a] -> Bool` — проверява дали списък е празен

Основни функции за списъци

- `head` :: `[a] -> a` — връща главата на (непразен) списък
 - `head` `[[1,2],[3,4]]` → `[1,2]`
 - `head` `[]` → **Грешка!**
- `tail` :: `[a] -> [a]` — връща опашката на (непразен) списък
 - `tail` `[[1,2],[3,4]]` → `[[3,4]]`
 - `tail` `[]` → **Грешка!**
- `null` :: `[a] -> Bool` — проверява дали списък е празен
- `length` :: `[a] -> Int` — дължина на списък

Генератори на списъци

Можем да генерираме списъци от последователни елементи

- $[a..b] \rightarrow [a, a + 1, a + 2, \dots b]$
- **Пример:** $[1..5] \rightarrow [1, 2, 3, 4, 5]$
- **Пример:** $['a'..'e'] \rightarrow "abcde"$
- Синтактична захар за `enumFromTo from to`

Генератори на списъци

Можем да генерираме списъци от последователни елементи

- $[a..b] \rightarrow [a, a+1, a+2, \dots, b]$
- **Пример:** $[1..5] \rightarrow [1, 2, 3, 4, 5]$
- **Пример:** $['a'..'e'] \rightarrow \text{"abcde"}$
- Синтактична захар за `enumFromTo from to`

- $[a, a + \Delta x .. b] \rightarrow [a, a + \Delta x, a + 2\Delta x, \dots, b']$, където b' е най-голямото число $\leq b$, за което $b' = a + k\Delta x$
- **Пример:** $[1, 4..15] \rightarrow [1, 4, 7, 10, 13]$
- **Пример:** $['a', 'e'..'z'] \rightarrow \text{"aeimquy"}$
- Синтактична захар за `enumFromThenTo from then to`

Рекурсивни функции над списъци

- $(++) :: [a] \rightarrow [a] \rightarrow [a]$ — слепва два списъка
 - $[1..3] ++ [5..7] \rightarrow [1,2,3,5,6,7]$

Рекурсивни функции над списъци

- $(++) :: [a] \rightarrow [a] \rightarrow [a]$ — слепва два списъка
 - $[1..3] ++ [5..7] \rightarrow [1,2,3,5,6,7]$
- $a ++ b = \text{if null } a \text{ then } b \text{ else head } a : \text{tail } a ++ b$

Рекурсивни функции над списъци

- $(++) :: [a] \rightarrow [a] \rightarrow [a]$ — слепва два списъка
 - $[1..3] ++ [5..7] \rightarrow [1,2,3,5,6,7]$
- $a ++ b = \text{if null } a \text{ then } b \text{ else head } a : \text{tail } a ++ b$
- $\text{reverse} :: [a] \rightarrow [a]$ — обръща списък
 - $\text{reverse } [1..5] \rightarrow [5,4,3,2,1]$

Рекурсивни функции над списъци

- $(++) :: [a] \rightarrow [a] \rightarrow [a]$ — слепва два списъка
 - $[1..3] ++ [5..7] \rightarrow [1,2,3,5,6,7]$
- $a ++ b = \text{if null } a \text{ then } b \text{ else head } a : \text{tail } a ++ b$
- $\text{reverse} :: [a] \rightarrow [a]$ — обръща списък
 - $\text{reverse } [1..5] \rightarrow [5,4,3,2,1]$

```
reverse a
| null a      = a
| otherwise = reverse (tail a) ++ [head a]
```