Хештаблица

Лекция 9 по СДА, Софтуерно Инженерство
Зимен семестър 2018-2019г
д-р Милен Чечев

Какво научихме до сега

implementation	guarantee			average case			ordered ops?	key interface
	search	insert	delete	search	insert	delete		
sequential search (unordered list)	n	n	n	n	n	n		`equals()`
binary search (ordered array)	$\log n$	n	n	$\log n$	n	n	✔	`compareTo()`
BST	n	n	n	$\log n$	$\log n$	$\sqrt{n}$	✔	`compareTo()`
AVL BST	$\log n$	$\log n$	$\log n$	$\log n$	$\log n$	$\log n$	✔	`compareTo()`

implementation	guarantee			average case			ordered ops?	key interface
	search	insert	delete	search	insert	delete		
sequential search (unordered list)	n	n	n	n	n	n		`equals()`
binary search (ordered array)	$\log n$	n	n	$\log n$	n	n	✔	`compareTo()`
BST	n	n	n	$\log n$	$\log n$	$\sqrt{n}$	✔	`compareTo()`
AVL BST	$\log n$	$\log n$	$\log n$	$\log n$	$\log n$	$\log n$	✔	`compareTo()`
hashing	n	n	n	1 †	1 †	1 †		`equals()` `hashCode()`

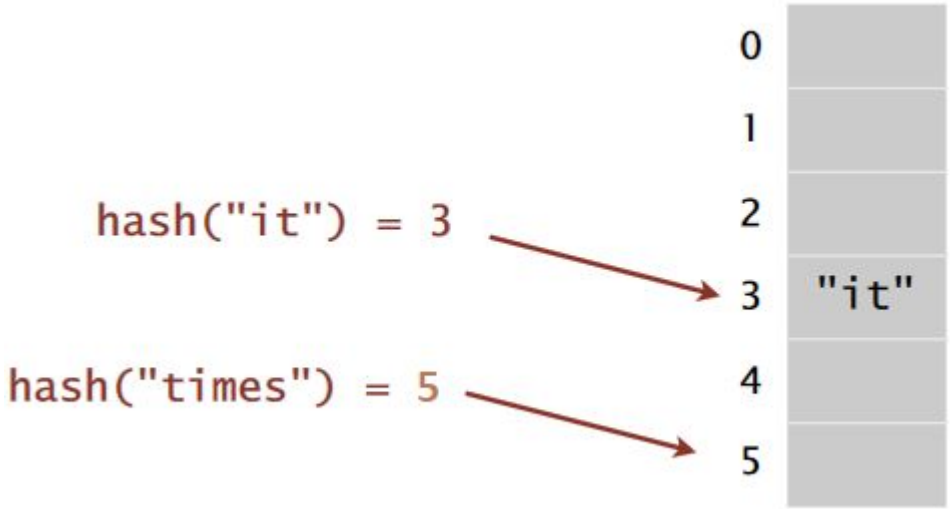
† under suitable technical assumptions

Хеш функция

- Функция, която преобразува обект в число в определени граници
- Свойства:
  - Хеш функцията трябва да е бърза.
  - Трябва да връща винаги един и същи резултат за един и същ обект

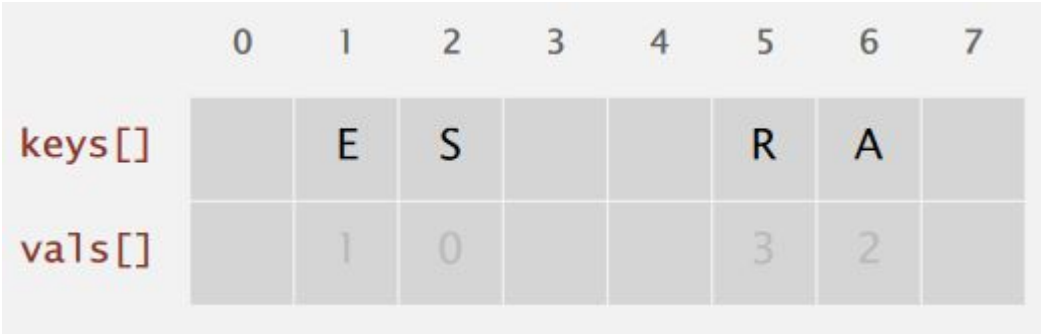
Хеш множество

Ненаредена структура от данни, която може да запомня обекти, като позволява търсенето за това дали обект е вече добавен да става с сложност O(1) в средният случай.



Хеш таблица

Структура от данни, която съдържа двойки (ключ, стойност), която позволява добавяне и изваждане на нови двойки и търсене по ключ със сложности 0(1) в средният случай.



Хеш таблица

Основна идея:

Ако имаме хешираща функция, която да хешира ключовете в интервала 0..K бихме могли да използваме масив от K елемента за запомняне на стойностите, като от хеширащата функция ще разберем в коя клетка да пишем.

	0	1	2	3	4	5	6	7
keys[]		E	S			R	A	
vals[]		1	0			3	2	

Основен проблем - Колизии

- Колизии - два обекта имат една и съща хеш стойност h(k1)=h(k2)
  - Двата обекта са различни, но поради ограничението в размера на пространството за хеширане, техните стойности съвпадат.
  - Пример за колко лесно се срещат колизии - Използваме универсална хешираща функция, която хешира студентите от една група спрямо тяхната рожденна дата(ден и месец) - Ако имаме 23 студента в групата то вероятността някой двама от тях да са родени на една дата е над 50%(Birthday problem)

Какво правим ако има колизия?

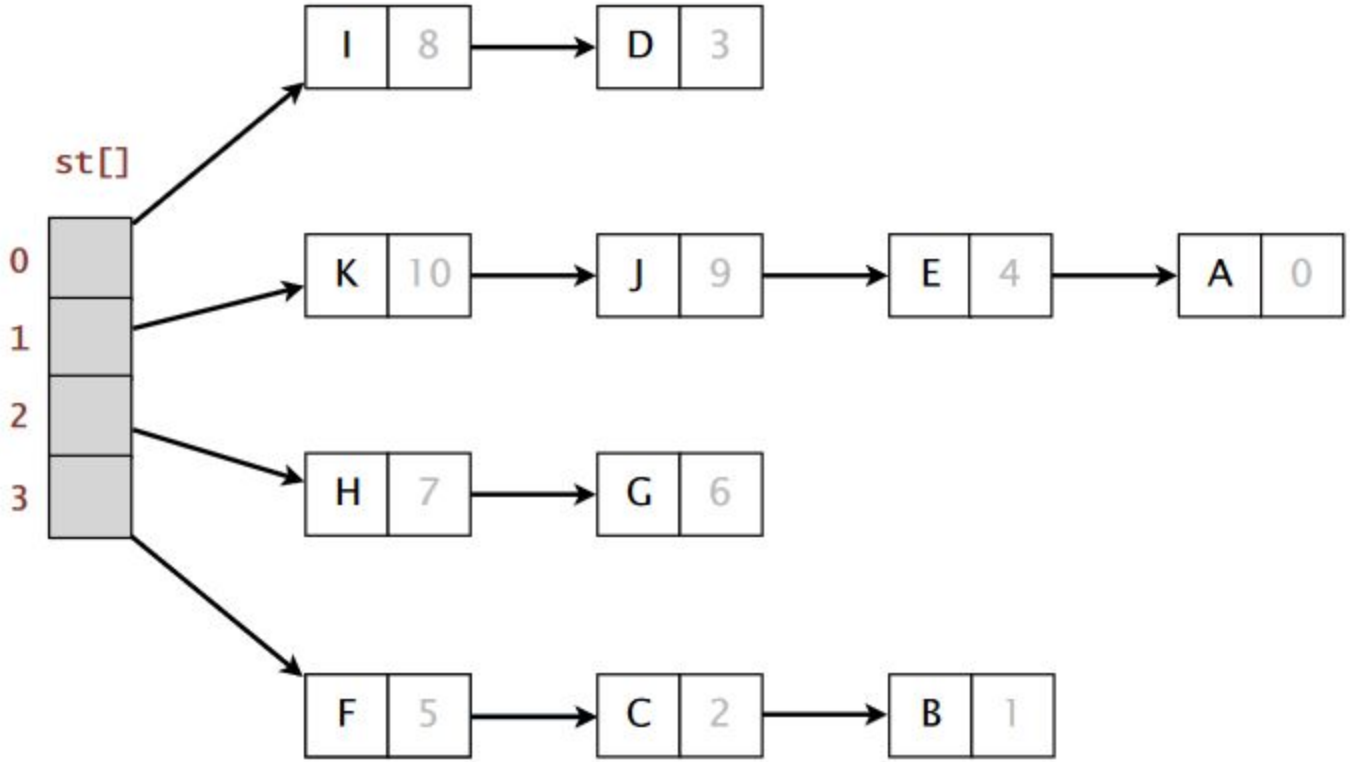
основни стратегии:

- Запазване на няколко стойности в една клетка
- Използване на следваща празна клетка
- Използване на няколко хеширащи функции

Запазване на няколко стойности в една клетка (separate chaining)

Основна идея: Вместо една стойност пазим списък със всички добавени двойки. Като при търсене търсим в списъка.

Separate chaining hash table



Separate chaining hash table

Insert - изчисляване на хеш функцията, която връща число от 0 до n, добавяне в списъка, който е на позиция n

Търсене - изчисляване на хеш функцията, която връща число от 0 до n, търсене в списъка, който е на позиция n

При добра хешираща функция и броя на числата ако са около ¼ от големината на хеш таблицата - константна сложност(в средният случай)

Сложността в най-лошият случай: O(n) - ако всички добавени елементи са с един и същ хеш код и всички числа са застанали в списък

Увеличаване на големината на таблицата

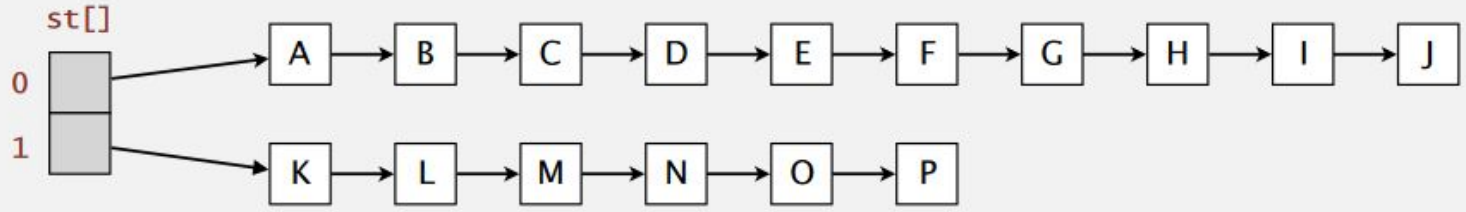
Цел: Търси се съотношението на броя на елементите към броя на клетките в таблицата да е константа.

Примерна стратегия:

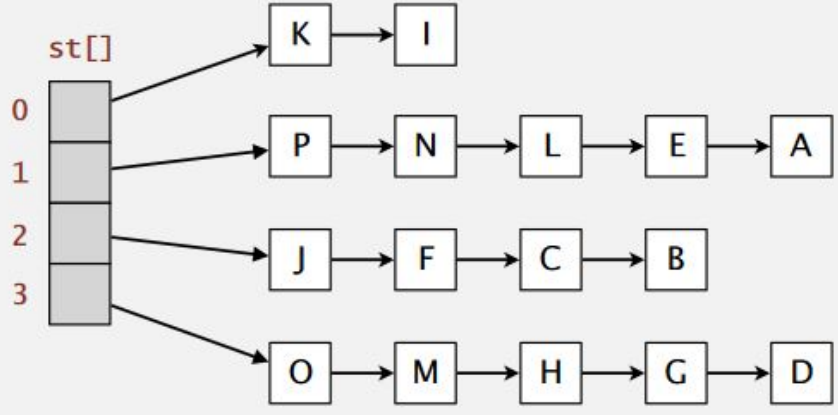
- Удвояваме големината на таблицата ако броят на елементите стане 8 пъти по голям от броя на клетките в таблицата
- Намаляме големината на таблицата на две ако броя на елементите стане само 2 пъти по-малък от броя на клетките в таблицата.
- След промяна на големината на таблицата всички елементи се пре хешират!

Увеличаване на големината на таблицата

before resizing (n/m = 8)

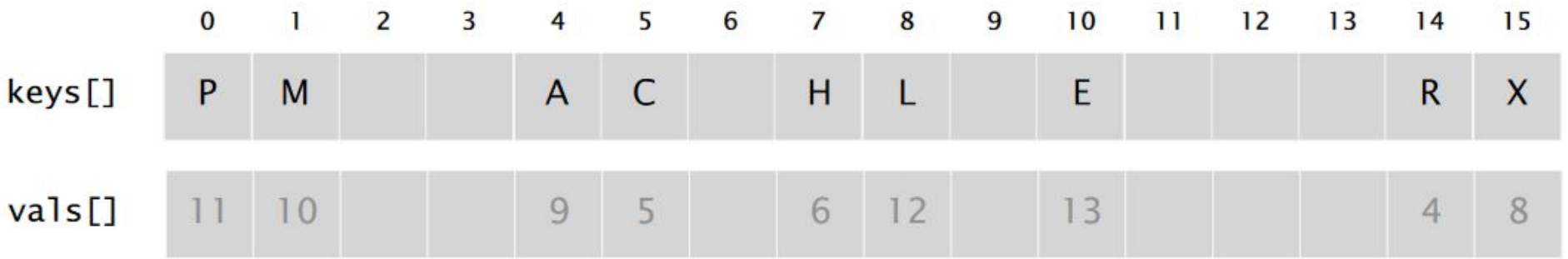


after resizing (n/m = 4)



Търсене на следваща празна клетка (Linear probing)

- Основна идея ако клетката е заета търсим следваща свободна клетка и разполагаме двойката там(ключа и стойността)



Linear Probing (проблеми)

Clustering - при образуване на групи от елементи в масива с ключове става все по вероятно някоя от стойностите да бъда получена като хеш от нов елемент и оттам да се търси следваща стойност (което пък от своя страна разширява и групата)

Проблема за паркиране на Кнут

N коли искат да паркират на паркинг с M места, като всяка от тях иска да паркира на свое си паркомясто i или на следващо такова.

Въпрос: Какво е средното отклонение от желаното място за паркиране

Отговор: ако M=N/2 то ~ ½

Ако M=H то $\sim \sqrt{\pi n / 8}$ Извод: Не може да се позволи да е прекаленно пълна таблицата

.

Хеш таблица с Linear Probing

За да е оптимално търсенето - трябва да се поддържа N/M < ½

За това следваме следната процедура:

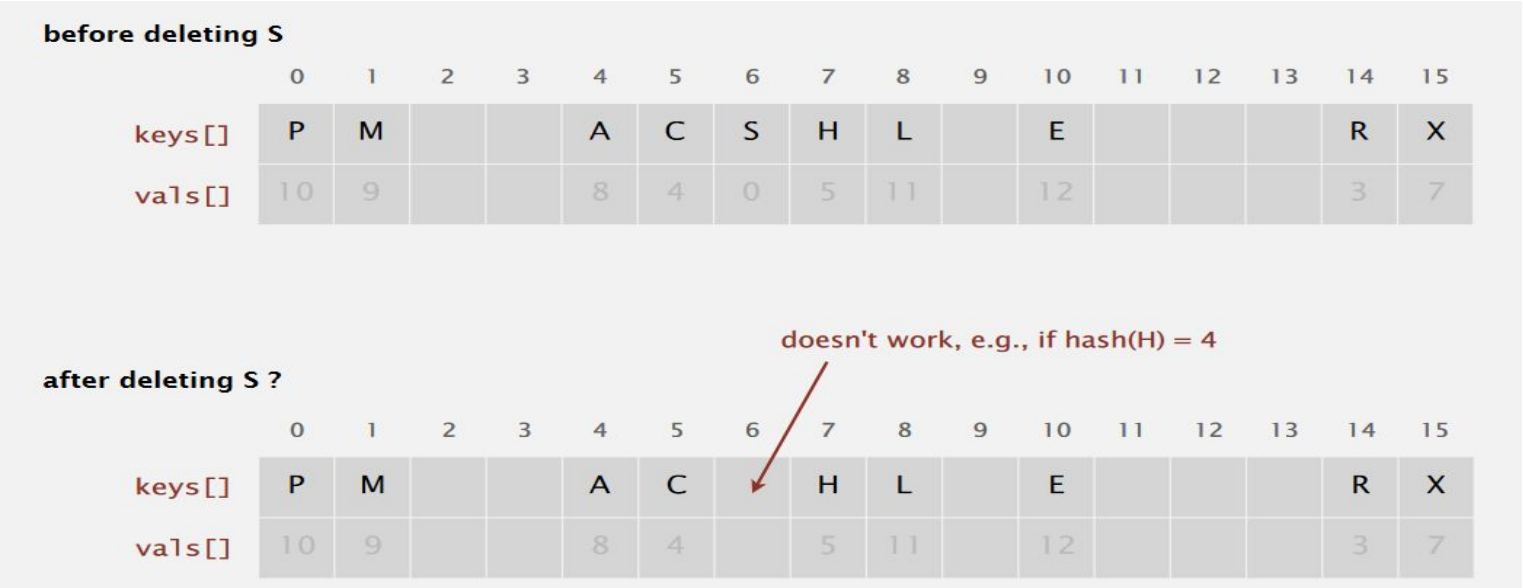
- Ако N/M > ½ удвояваме големината на таблицата
- Ако N/M < ⅛ намаляме на половина големината на таблизата

При намаляване или увеличаване на големината на таблицата за всички елементи до момента се преизчислява хеш функцията

Изтриване в хеш таблица с Linear Probing

- Не може просто да изтрием ключ, която е между други ключове понеже ще направи дупка и след това ще провали евентуално търсене на ключ.

Решение: Вместо изтриване отбелязваме за изтрито.



Двойно хеширане

Основна идея: Имаме две(или повече) хеш функции и когато се получи колизия със първата се изчислява хеп от втората хеш функция и се търси да се добави стойността на място хеш1+хеш2, ако и то е заето се търси място на хеш1+2*хеш2 и т.н. Докато се намери място.

Известни Хеш функции

Известни криптографски хеширащи алгоритми за хеширане на пароли:

MD4, MD5, SHA-0, SHA-1, SHA-2, SHA-256, SHA-256

Дали горните хеш алгоритми са подходящи за хеш таблица?

Не! Прекалено бавни са. (повече от 600ms средно време за хеширане на 36 букви)

Каква хеш функция да използваме?

Цел: стойностите, които хешираме да се разположат максимално еднакво в целият интервал.

Може да ползваме различни специфични хеш функции за нашият конкретен случай, като ако нямаме конкретна функция в предвид, то може да ползваме универсална хешираща функция.

Универсално хеширане:

$h(x) = ((a*x+b) \bmod p) \bmod n$

Където n е големината на таблицата. p е просто число по-голямо от n

a и b са произволни числа по-малки от p

Как да хешираме масиви?

“31x + y rule”:

Обхождаме масива и последователно акумулираме стойностите му като умножаваме сумата до сега с 31 и добавяме новото число.

Защо 31?

- Просто, нечетно число.
- 31 * i == (i << 5) - i (лесно за изчисление)

Как да хешираме разнообразни типове данни?

Double - може да го разгледаме като два int

Long - и той може да се разглежда като два int

String - масив от char

Обект - множество от член данните си(всяка от която вече знаем как да хешираме). Множеството може да го разглеждаме като масив от разнородни елементи.

Обобщение

В последните 2 лекции се запознахме с две много ефективни структури от данни за съхранение и търсене.

При балансираните дървета имаме гарантирана сложност в най-лошият случай от O(log(n)) за основните операции(добавяне, изтриване, търсене) докато при хеш таблицата нямаме такава гаранция за сложност в най-лошият случай, но практически работи в доста реални случаи работи по-добре и по-бързо от балансираните дървета(в средният случай).

Какво следва?

Граф алгоритми!