Решими термове

Трифон Трифонов

λ-смятане и теория на доказателствата, 2018/19 г.

9 април 2019 г.

Проблеми с недефинираността

Дефиниция (λ-определимост)

Функцията $f(\vec{x})$ е λ-определима с $M \in \Lambda$, ако

- ако $f(\vec{x})$ е дефинирана, то $Mc_{x_1} \dots c_{x_n} \stackrel{\beta}{=} c_{f(\vec{x})}$,
- ако $f(\vec{x})$ не е дефинирана, то $Mc_{x_1} \dots c_{x_n}$ няма нормална форма.

Проблеми с недефинираността

Дефиниция (λ-определимост)

Функцията $f(\vec{x})$ е λ-определима с $M \in \Lambda$, ако

- ако $f(\vec{x})$ е дефинирана, то $Mc_{x_1} \ldots c_{x_n} \stackrel{\beta}{=} c_{f(\vec{x})}$,
- ако $f(\vec{x})$ не е дефинирана, то $Mc_{x_1} \ldots c_{x_n}$ няма нормална форма.

Проблеми:

Проблеми с недефинираността

Дефиниция (λ-определимост)

Функцията $f(\vec{x})$ е λ-определима с $M \in \Lambda$, ако

- ако $f(\vec{x})$ е дефинирана, то $Mc_{x_1} \dots c_{x_n} \stackrel{\beta}{=} c_{f(\vec{x})}$,
- ако $f(\vec{x})$ не е дефинирана, то $Mc_{x_1} \dots c_{x_n}$ няма нормална форма.

Проблеми:

1. Концепцията за нормализируемост е чисто синтактична без хубав семантичен еквивалент.

Проблеми с недефинираността

Дефиниция (λ-определимост)

Функцията $f(\vec{x})$ е λ-определима с $M \in \Lambda$, ако

- ако $f(\vec{x})$ е дефинирана, то $Mc_{x_1} \dots c_{x_n} \stackrel{\beta}{=} c_{f(\vec{x})}$,
- ако $f(\vec{x})$ не е дефинирана, то $Mc_{x_1} \dots c_{x_n}$ няма нормална форма.

Проблеми:

1. Концепцията за нормализируемост е чисто синтактична без хубав семантичен еквивалент.
2. Идентифицирането на термове без нормална форма не е консистентно.

Проблеми с недефинираността

Дефиниция (λ-определимост)

Функцията $f(\vec{x})$ е λ-определима с $M \in \Lambda$, ако

- ако $f(\vec{x})$ е дефинирана, то $Mc_{x_1} \dots c_{x_n} \stackrel{\beta}{=} c_{f(\vec{x})}$,
- ако $f(\vec{x})$ не е дефинирана, то $Mc_{x_1} \dots c_{x_n}$ няма нормална форма.

Проблеми:

1. Концепцията за нормализируемост е чисто синтактична без хубав семантичен еквивалент.
2. Идентифицирането на термове без нормална форма не е консистентно.
3. λ-определимостта не е затворена интенсионално относно композиция

Идентифициране на термове без нормална форма

Дефиниция

Дефинираме релацията на еквивалентност

$$\overset{\perp}{=} \quad := \quad \{(M, N) \mid M \text{ и } N \text{ нямат нормална форма}\}\,.$$

Идентифициране на термове без нормална форма

Дефиниция

Дефинираме релацията на еквивалентност
$\overset{\perp}{=} \quad := \quad \{(M, N) \mid M \text{ и } N \text{ нямат нормална форма}\}\,.$

λ-съвместима ли е релацията $\overset{\perp}{=}$?

Идентифициране на термове без нормална форма

Дефиниция

Дефинираме релацията на еквивалентност
$\overset{\perp}{=} \quad := \quad \{(M, N) \mid M$ и N нямат нормална форма$\}$.

λ-съвместима ли е релацията $\overset{\perp}{=}$?

Твърдение 1

Нека $\overset{\beta\perp}{=} \; := \; (\overset{\perp}{=} \cup \beta)^{\lambda,R,S,T}$. *Тогава* $\overset{\beta\perp}{=}$ *съвпада с* Λ^2.

Идентифициране на термове без нормална форма

Дефиниция

Дефинираме релацията на еквивалентност
$\stackrel{\perp}{=} \quad := \quad \{(M, N) \mid M$ и N нямат нормална форма$\}$.

λ-съвместима ли е релацията $\stackrel{\perp}{=}$?

Твърдение 1

Нека $\stackrel{\beta\perp}{=} \; := \; (\stackrel{\perp}{=} \cup \beta)^{\lambda,R,S,T}$. *Тогава* $\stackrel{\beta\perp}{=}$ *съвпада с* Λ^2.

Доказателство.

Нека $M, N \in \Lambda$. Разглеждаме $M' := \lambda_x xM\Omega$ и $N' := \lambda_x xN\Omega$.

Идентифициране на термове без нормална форма

Дефиниция

Дефинираме релацията на еквивалентност
$\stackrel{\perp}{=} \quad := \quad \{(M, N) \mid M \text{ и } N \text{ нямат нормална форма}\}$.

λ-съвместима ли е релацията $\stackrel{\perp}{=}$?

Твърдение 1

Нека $\stackrel{\beta\perp}{=} \; := \; (\stackrel{\perp}{=} \cup \beta)^{\lambda,R,S,T}$. *Тогава* $\stackrel{\beta\perp}{=}$ *съвпада с* Λ^2.

Доказателство.

Нека $M, N \in \Lambda$. Разглеждаме $M' := \lambda_x xM\Omega$ и $N' := \lambda_x xN\Omega$. Тъй като $M' \stackrel{\perp}{=} N'$, то имаме

$$M \stackrel{\beta}{=} M'K \stackrel{\beta\perp}{=} N'K \stackrel{\beta}{=} N.$$

$\square$

Проблеми с композиция на частични функции

Нека $f(n) := 0$ и $g := \emptyset$.

Проблеми с композиция на частични функции

Нека $f(n) := 0$ и $g := \emptyset$.
$F := Kc_0$ определя f, а $G := K\Omega$ определя g.

Проблеми с композиция на частични функции

Нека $f(n) := 0$ и $g := \emptyset$.
$F := Kc_0$ определя f, а $G := K\Omega$ определя g.
$f \circ g = g$, но $F \circ G := \lambda_x F(Gx) \stackrel{\beta}{=} \lambda_x c_0$ определя f!

Проблеми с композиция на частични функции

Нека $f(n) := 0$ и $g := \emptyset$.
$F := Kc_0$ определя f, а $G := K\Omega$ определя g.
$f \circ g = g$, но $F \circ G := \lambda_x F(Gx) \stackrel{\beta}{=} \lambda_x c_0$ определя f!

Въпреки това:

Теорема

Всяка ЧРФ е λ-определима.

Проблеми с композиция на частични функции

Нека $f(n) := 0$ и $g := \emptyset$.
$F := Kc_0$ определя f, а $G := K\Omega$ определя g.
$f \circ g = g$, но $F \circ G := \lambda_x F(Gx) \stackrel{\beta}{=} \lambda_x c_0$ определя f!

Въпреки това:

Теорема

Всяка ЧРФ е λ-определима.

Доказателство.

Използва се Теорема за нормалната форма на Kleene, според която всяка ЧРФ h може да се представи като

$$h(\vec{x}) := f(\mu_y g(\vec{x}, y)),$$

където f и g са примитивно рекурсивни. □

Решими термове

Трябва ни друга концепция за “недефинираност” в λ-смятането.

Решими термове

Трябва ни друга концепция за “недефинираност” в λ-смятането.

Дефиниция (Решим комбинатор)

Казваме, че M е *решим комбинатор*, ако $\exists_{\vec{N}}(M\vec{N} \stackrel{\beta}{=} I)$.

Решими термове

Трябва ни друга концепция за "недефинираност" в λ-смятането.

Дефиниция (Решим комбинатор)

Казваме, че M е *решим комбинатор*, ако $\exists_{\vec{N}}(M\vec{N} \stackrel{\beta}{=} I)$.

Дефиниция (Затваряне на терм)

Нека $M \in \Lambda$ и $\mathrm{FV}(M) = \{x_1, \ldots, x_n\}$. Тогава $\overline{M} := \lambda_{x_1,\ldots,x_n} M$ наричаме *затваряне на терма* M.

Решими термове

Трябва ни друга концепция за “недефинираност” в λ-смятането.

Дефиниция (Решим комбинатор)

Казваме, че M е *решим комбинатор*, ако $\exists_{\vec{N}}(M\vec{N} \stackrel{\beta}{=} I)$.

Дефиниция (Затваряне на терм)

Нека $M \in \Lambda$ и $\mathrm{FV}(M) = \{x_1, \ldots, x_n\}$. Тогава $\overline{M} := \lambda_{x_1,\ldots,x_n} M$ наричаме *затваряне на терма* M.

Дефиниция (Решим терм)

Казваме, че M е *решим терм*, ако $\overline{M}$ е решим комбинатор.

Решими термове

Трябва ни друга концепция за “недефинираност” в λ-смятането.

Дефиниция (Решим комбинатор)

Казваме, че M е *решим комбинатор*, ако $\exists_{\vec{N}}(M\vec{N} \overset{\beta}{=} I)$.

Дефиниция (Затваряне на терм)

Нека $M \in \Lambda$ и $\mathrm{FV}(M) = \{x_1, \ldots, x_n\}$. Тогава $\overline{M} := \lambda_{x_1,\ldots,x_n} M$ наричаме *затваряне на терма M*.

Дефиниция (Решим терм)

Казваме, че M е *решим терм*, ако $\overline{M}$ е решим комбинатор.

Идея: да моделираме недефинираността с нерешими термове.

Примери за решими термове

Решими ли са термовете:

- K

Примери за решими термове

Решими ли са термовете:

- K
- S

Примери за решими термове

Решими ли са термовете:

- K
- S
- c_n

Примери за решими термове

Решими ли са термовете:

- K
- S
- c_n
- $\lambda_x xI\Omega$

Примери за решими термове

Решими ли са термовете:

- K
- S
- c_n
- $\lambda_x xI\Omega$
- Y

Примери за решими термове

Решими ли са термовете:

- K
- S
- c_n
- $\lambda_x xI\Omega$
- Y
- Ω

Характеризация на решимите термове

Лема 1

M е решим точно тогава, когато има комбинатори $\vec{N}$ и $\vec{P}$, така че $M[\vec{x} \mapsto \vec{P}]\vec{N} \stackrel{\beta}{=} I$, където $\mathrm{FV}(M) = \{\vec{x}\}$.

Характеризация на решимите термове

Лема 1

M е решим точно тогава, когато има комбинатори $\vec{N}$ и $\vec{P}$, така че $M[\vec{x} \mapsto \vec{P}]\vec{N} \stackrel{\beta}{=} I$, където $\mathrm{FV}(M) = \{\vec{x}\}$.

Доказателство.

($\Rightarrow$) Нека M е решим, тогава $(\lambda_{\vec{x}} M)\vec{N}\vec{P} \stackrel{\beta}{=} I$.

Характеризация на решимите термове

Лема 1

M е решим точно тогава, когато има комбинатори $\vec{N}$ и $\vec{P}$, така че $M[\vec{x} \mapsto \vec{P}]\vec{N} \stackrel{\beta}{=} I$, където $\mathrm{FV}(M) = \{\vec{x}\}$.

Доказателство.

($\Rightarrow$) Нека M е решим, тогава $(\lambda_{\vec{x}} M)\vec{N}\vec{P} \stackrel{\beta}{=} I$. Без ограничение на общността можем да считаме, че:

- $\vec{N}$ и $\vec{P}$ са затворени
- $\left|\vec{N}\right| = |\vec{x}|$

Характеризация на решимите термове

Лема 1

M е решим точно тогава, когато има комбинатори $\vec{N}$ и $\vec{P}$, така че $M[\vec{x} \mapsto \vec{P}]\vec{N} \stackrel{\beta}{=} I$, където $\mathrm{FV}(M) = \{\vec{x}\}$.

Доказателство.

($\Rightarrow$) Нека M е решим, тогава $(\lambda_{\vec{x}} M)\vec{N}\vec{P} \stackrel{\beta}{=} I$. Без ограничение на общността можем да считаме, че:

- $\vec{N}$ и $\vec{P}$ са затворени
- $\left|\vec{N}\right| = |\vec{x}|$

Тогава $(\lambda_{\vec{x}} M)\vec{N}\vec{P} \stackrel{\beta}{=} M[\vec{x} \mapsto \vec{P}]\vec{N} \stackrel{\beta}{=} I$.

Характеризация на решимите термове

Лема 1

M е решим точно тогава, когато има комбинатори $\vec{N}$ и $\vec{P}$, така че $M[\vec{x} \mapsto \vec{P}]\vec{N} \stackrel{\beta}{=} I$, където $\mathrm{FV}(M) = \{\vec{x}\}$.

Доказателство.

($\Rightarrow$) Нека M е решим, тогава $(\lambda_{\vec{x}} M)\vec{N}\vec{P} \stackrel{\beta}{=} I$. Без ограничение на общността можем да считаме, че:

- $\vec{N}$ и $\vec{P}$ са затворени
- $\left|\vec{N}\right| = |\vec{x}|$

Тогава $(\lambda_{\vec{x}} M)\vec{N}\vec{P} \stackrel{\beta}{=} M[\vec{x} \mapsto \vec{P}]\vec{N} \stackrel{\beta}{=} I$.

($\Leftarrow$) Тривиално. $\square$

Характеризация на решимите термове

Лема 2

M е решим точно когато $\lambda_y M$ е решим.

Характеризация на решимите термове

Лема 2

M е решим точно когато $\lambda_y M$ е решим.

Доказателство.

Съгласно Лема 1:

$$\begin{aligned} M \text{ е решим } &\iff M[y \mapsto Q][\vec{x} \mapsto \vec{N}]\vec{P} \stackrel{\beta}{=} I \text{ за някои } Q, \vec{N}, \vec{P} \\ &\iff (\lambda_y M)[\vec{x} \mapsto \vec{N}]Q\vec{P} \stackrel{\beta}{=} I \text{ за някои } Q, \vec{N}, \vec{P} \\ &\iff \lambda_y M \text{ е решим.} \end{aligned}$$

□

Характеризация на решимите термове

Лема 2

M е решим точно когато $\lambda_y M$ е решим.

Доказателство.

Съгласно Лема 1:

$$\begin{aligned} M \text{ е решим} &\iff M[y \mapsto Q][\vec{x} \mapsto \vec{N}]\vec{P} \stackrel{\beta}{=} I \text{ за някои } Q, \vec{N}, \vec{P} \\ &\iff (\lambda_y M)[\vec{x} \mapsto \vec{N}]Q\vec{P} \stackrel{\beta}{=} I \text{ за някои } Q, \vec{N}, \vec{P} \\ &\iff \lambda_y M \text{ е решим.} \end{aligned}$$

□

Следствие 1

Ако M е нерешим, то MN, $M[x \mapsto N]$ и $\lambda_x M$ са нерешими.

Главна нормална форма

Дефиниция (главна нормална форма)

Ако $M \equiv \lambda_{\vec{x}} y \vec{N}$, то казваме че M е в *главна нормална форма*.

Главна нормална форма

Дефиниция (главна нормална форма)

Ако $M \equiv \lambda_{\vec{x}} y \vec{N}$, то казваме че M е в *главна нормална форма*.

Ако $P \stackrel{\beta}{=} M$, то казваме че P *има главна нормална форма*.

Главна нормална форма

Дефиниция (главна нормална форма)

Ако $M \equiv \lambda_{\vec{x}} y \vec{N}$, то казваме че M е в *главна нормална форма*.

Ако $P \stackrel{\beta}{=} M$, то казваме че P *има главна нормална форма*.

- всеки терм в нормална форма е в главна нормална форма

Главна нормална форма

Дефиниция (главна нормална форма)

Ако $M \equiv \lambda_{\vec{x}} y \vec{N}$, то казваме че M е в *главна нормална форма*.

Ако $P \stackrel{\beta}{=} M$, то казваме че P *има главна нормална форма*.

- всеки терм в нормална форма е в главна нормална форма
- има ли термове в главна нормална форма, които не са в нормална форма?

Главна нормална форма

Дефиниция (главна нормална форма)

Ако $M \equiv \lambda_{\vec{x}} y \vec{N}$, то казваме че M е в *главна нормална форма*.

Ако $P \stackrel{\beta}{=} M$, то казваме че P *има главна нормална форма*.

- всеки терм в нормална форма е в главна нормална форма
- има ли термове в главна нормална форма, които не са в нормална форма?
- има ли термове, които имат главна нормална форма, но нямат нормална форма?

Главен редекс и главна редукция

Дефиниция (Главен редекс)

Ако $M \equiv \lambda_{\vec{x}}(\lambda_y P)Q\vec{N}$, то $(\lambda_y P)Q$ наричаме *главен редекс* на M.

Главен редекс и главна редукция

Дефиниция (Главен редекс)

Ако $M \equiv \lambda_{\vec{x}}(\lambda_y P)Q\vec{N}$, то $(\lambda_y P)Q$ наричаме *главен редекс* на M.

Твърдение 2

За всеки терм е вярно, че или е в главна нормална форма, или има главен редекс.

Главен редекс и главна редукция

Дефиниция (Главен редекс)

Ако $M \equiv \lambda_{\vec{x}}(\lambda_y P)Q\vec{N}$, то $(\lambda_y P)Q$ наричаме *главен редекс* на M.

Твърдение 2

За всеки терм е вярно, че или е в главна нормална форма, или има главен редекс.

Дефиниция (Главна редукция)

$\lambda_{\vec{x}}(\lambda_y P)Q\vec{N} \xrightarrow{h} \lambda_{\vec{x}}P[y \mapsto Q]\vec{N}$.
$\overset{h}{\twoheadrightarrow} := (\xrightarrow{h})^{R,T}$.

Задача

Ако $M \xrightarrow{h} M'$, *то* $M[x \mapsto N] \xrightarrow{h} M'[x \mapsto N]$.

Главна нормализация

Дефиниция (Главна нормализируемост)

Казваме, че термът M е *главно нормализируем*, ако $M \stackrel{h}{\twoheadrightarrow} N$ и N е в главна нормална форма.

Главна нормализация

Дефиниция (Главна нормализируемост)

Казваме, че термът M е *главно нормализируем*, ако $M \stackrel{h}{\twoheadrightarrow} N$ и N е в главна нормална форма.

Теорема (Wadsworth)

M *е главно нормализируем* $\iff$ M *има главна нормална форма.*

Главна нормализация

Дефиниция (Главна нормализируемост)

Казваме, че термът M е *главно нормализируем*, ако $M \overset{h}{\twoheadrightarrow} N$ и N е в главна нормална форма.

Теорема (Wadsworth)

M е главно нормализируем $\iff$ M има главна нормална форма.

Лема 3

$\lambda_x M$ е главно нормализируем $\iff$ M е главно нормализируем.

Главна нормализация

Дефиниция (Главна нормализируемост)

Казваме, че термът M е *главно нормализируем*, ако $M \overset{h}{\twoheadrightarrow} N$ и N е в главна нормална форма.

Теорема (Wadsworth)

M е главно нормализируем $\iff$ M има главна нормална форма.

Лема 3

$\lambda_x M$ е главно нормализируем $\iff$ M е главно нормализируем.

Лема 4

Ако $M[x \mapsto N]$ е главно нормализируем, то M е главно нормализируем.

Главна нормализация

Лема 5

Ако MN е главно нормализируем, то M е главно нормализируем.

Главна нормализация

Лема 5

Ако MN е главно нормализируем, то M е главно нормализируем.

Доказателство.

Нека $M \xrightarrow{h} M_1 \xrightarrow{h} M_2 \xrightarrow{h} \ldots$

Главна нормализация

Лема 5

Ако MN е главно нормализируем, то M е главно нормализируем.

Доказателство.

Нека $M \xrightarrow{h} M_1 \xrightarrow{h} M_2 \xrightarrow{h} \ldots$

I случай. Ако нито едно M_n не е абстракция, то

$MN \xrightarrow{h} M_1 N \xrightarrow{h} M_2 N \xrightarrow{h} \ldots$

Главна нормализация

Лема 5

Ако MN е главно нормализируем, то M е главно нормализируем.

Доказателство.

Нека $M \xrightarrow{h} M_1 \xrightarrow{h} M_2 \xrightarrow{h} \dots$

I случай. Ако нито едно M_n не е абстракция, то
$MN \xrightarrow{h} M_1 N \xrightarrow{h} M_2 N \xrightarrow{h} \dots$

II случай. Нека $M_n \equiv (\lambda_x M')$ е първата абстракция в редицата. Тогава

$$MN \overset{h}{\twoheadrightarrow} M_n N \equiv (\lambda_x M')N \xrightarrow{h} M'[x \mapsto N],$$

откъдето следва, че M', $\lambda_x M'$ и M са главно нормализируеми. $\square$

Главна нормализируемост и решимост

Теорема (Wadsworth)

M е решим $\iff$ M е главно нормализируем.

Главна нормализируемост и решимост

Теорема (Wadsworth)

M е решим $\iff$ M е главно нормализируем.

Доказателство.

Без ограничение на общността можем да считаме, че M е затворен.

Главна нормализируемост и решимост

Теорема (Wadsworth)

M е решим $\iff$ M е главно нормализируем.

Доказателство.

Без ограничение на общността можем да считаме, че M е затворен.

$(\Rightarrow)$ Ако $M\vec{N} \stackrel{\beta}{=} I$, то $M\vec{N}$ е главно нормализируем, откъдето M е главно нормализируем.

Главна нормализируемост и решимост

Теорема (Wadsworth)

M е решим $\iff$ M е главно нормализируем.

Доказателство.

Без ограничение на общността можем да считаме, че M е затворен.

($\Rightarrow$) Ако $M\vec{N} \stackrel{\beta}{=} I$, то $M\vec{N}$ е главно нормализируем, откъдето M е главно нормализируем.

($\Leftarrow$) **Наблюдение:** ако $\left|\vec{M}\right| = n$, то $K^n N \vec{M} \stackrel{\beta}{=} N$.

Главна нормализируемост и решимост

Теорема (Wadsworth)

M е решим $\iff$ M е главно нормализируем.

Доказателство.

Без ограничение на общността можем да считаме, че M е затворен.

($\Rightarrow$) Ако $M\vec{N} \stackrel{\beta}{=} I$, то $M\vec{N}$ е главно нормализируем, откъдето M е главно нормализируем.

($\Leftarrow$) **Наблюдение:** ако $\left|\vec{M}\right| = n$, то $K^n N \vec{M} \stackrel{\beta}{=} N$.

Нека $M \stackrel{\beta}{=} \lambda_{\vec{x}} x_i \vec{M}$. Тогава $M\overrightarrow{(K^m I)} \stackrel{\beta}{=} K^m I \vec{M}' \stackrel{\beta}{=} I$. □

Главна нормализируемост и решимост

Теорема (Wadsworth)

M е решим $\iff$ M е главно нормализируем.

Доказателство.

Без ограничение на общността можем да считаме, че M е затворен.

($\Rightarrow$) Ако $M\vec{N} \stackrel{\beta}{=} I$, то $M\vec{N}$ е главно нормализируем, откъдето M е главно нормализируем.

($\Leftarrow$) **Наблюдение:** ако $\left|\vec{M}\right| = n$, то $K^n N \vec{M} \stackrel{\beta}{=} N$.

Нека $M \stackrel{\beta}{=} \lambda_{\vec{x}} x_i \vec{M}$. Тогава $M\overrightarrow{(K^m I)} \stackrel{\beta}{=} K^m I \vec{M}' \stackrel{\beta}{=} I$. □

Следствие 2

M е нерешим $\iff$ $M[\vec{x} \mapsto \vec{N}]\vec{P}$ няма нормална форма.

Свойства на главните нормални форми

Задача

Ако $M \not\xrightarrow{h}$ *и* $M \xrightarrow{\beta}\!\!\!\!\rightarrow N$, *то* $N \not\xrightarrow{h}$.

Свойства на главните нормални форми

Задача

Ако $M \not\xrightarrow{h}$ *и* $M \overset{\beta}{\twoheadrightarrow} N$, *то* $N \not\xrightarrow{h}$.

Задача

Всеки терм има най-много една главна нормална форма.

Свойства на главните нормални форми

Задача

Ако $M \not\xrightarrow{h}$ *и* $M \xrightarrow{\beta}\!\!\!\!\rightarrow N$, *то* $N \not\xrightarrow{h}$.

Задача

Всеки терм има най-много една главна нормална форма.

Дефиниция (Индуктивна дефиниция на термове в нормална форма)

Дефинираме множеството $NF \subseteq \Lambda$:

1. ако $x \in V, \vec{M} \in NF$, то $x\vec{M} \in NF$,
2. ако $M \in NF$, то $\lambda_x M \in NF$.

Свойства на главните нормални форми

Задача

Ако $M \not\xrightarrow{h}$ *и* $M \xrightarrow{\beta}\!\!\!\!\twoheadrightarrow N$*, то* $N \not\xrightarrow{h}$.

Задача

Всеки терм има най-много една главна нормална форма.

Дефиниция (Индуктивна дефиниция на термове в нормална форма)

Дефинираме множеството $NF \subseteq \Lambda$:

1. ако $x \in V, \vec{M} \in NF$, то $x\vec{M} \in NF$,
2. ако $M \in NF$, то $\lambda_x M \in NF$.

Задача

$NF = \left\{M \in \Lambda \mid M \not\xrightarrow{\beta}\right\}$.