

Задача 1. а) Колко различни думи могат да се образуват като разместим буквите на думата MISSISSIPPI?

б) Колко различни думи могат да се образуват като разместим буквите на думата TENNESSEE?

в) В състезание участват 10 отбора. По колко начина могат да се разпределят златните, сребърните и бронзовите медали?

г) Колко различни петцифрени числа могат да се образуват чрез разместване на цифрите от 0,1,2,3,4?

д) По колко различни начина могат да се настанят осем студенти в три стаи съответно с едно, три и четири легла?

е) По колко различни начина четирима младежи могат да поканят на танц четири от шест девойки?

ж) Шест различни предмета се боядисват по следния начин: два зелен, два червен, два син цвят. По колко различни начина могат да се боядисат предметите?

з) По колко различни начина могат да се разпределят 10 специалисти в 4 цеха така, че в тях да попаднат съответно по 1,2,3 и 4 души?

Задача 2. а) По колко начина могат n момчета и n момичета да седнат на ред с $2n$ стола, като няма двама от един пол седящи един до друг?

б) По колко начина могат n момчета и n момичета да седнат на ред с $2n$ стола, като няма двама от един пол седящи един до друг и Иванчо и Марийка не седят един до друг?

в) По колко различни начина могат да се подредят на рафт n книги, така че две от тях, определени предварително, да са една до друга?

г) Колко различни гердана могат да се направят от n различни перли, като се използват всичките?

д) На хоро в кръг са хванали общо n души, между които и Иванчо и Марийка. Колко са възможните подредби, при които Иванчо и Марийка са един до друг?

е) На хоро в кръг са хванали общо n души, между които и Иванчо и Марийка. Колко са възможните подредби, при които Иванчо и Марийка не са един до друг?

ж) Две сядания на една кръгла маса не са различни, ако всеки от седящите има едни и същи съседи. По колко различни начина могат да седнат около една кръгла маса:

(а) $n(\geq 2)$ човека;

(б) n мъже и n жени, като две лица от един и същ пол не седят един до друг.

Задача 3. а) Иванчо и n негови приятели отиват на кино. По колко различни начина могат всички да седнат заедно на един ред, така че Иванчо е винаги между двама негови приятели.

б) В магазин продават k вида ябълки. Колко различни покупки на n ябълки могат да се направят, без да се купуват повече от две ябълки от един и същ вид?

в) В магазин продават k вида ябълки. Колко различни покупки на n ябълки могат да се направят, като се купи поне по една от всеки вид и $n \geq k$?

г) Имаме n съпругески двойки, които седят на $2n$ места около една кръгла маса. По колко начина могат да седнат всички двойки, ако ротациите се броят за едно и също подреждане, и всеки мъж седи до половинката си.

Задача 4. а) В един жилищен блок живеят n семейства всяко с поне двама души. По колко различни начина може да се състави комисия от k души от живущите в блока, ако в комисията не могат да влизат членове на едно семейство?

б) В партида от N изделия M са бракувани. По колко различни начина могат да се вземат от партидата n изделия, така че точно k от тях да бъдат бракувани ($M \leq N, k \leq n \leq N$)?

- в) От колода с 52 карти се изваждат 6 произволни карти без ерциане. По колко различни начина могат да се извадят картите, така че две от тях да са тройки и две осмици?
- г) По колко различни начина може да се раздели колода от 52 карти на две пачки от по 26 карти така, че във всяка от тях да има по две дами?
- д) По колко начина може да се разпределят 8 подаръка между 4 лица, така че всеки да получи по два подаръка?
- е) Провежда се събрание с n присъстващи. По колко начина може да се избере председател, секретар и 5 членна комисия?

Задача 5. От колода с 52 карти се избират 11. По колко различни начина могат да се изберат извадки, в които се срещат:

1. точно 1 ас;
2. поне 2 валеа;
3. точно 4 пики;
4. най-много 5 кари;
5. точно 2 аса и 2 точно трефи;
6. точно 2 аса и не повече от 2 трефи;

Задача 6. а) По колко начина могат да се изберат n монети да се изберат от купчина монети с номинал 5, 10, 20 и 50 стотинки?

- б) По колко начина могат да се изтеглят 13 от 52 карти, ако ги различаваме само по цвета?
- в) Намерете броя на възможните начини за разпределение на n **неразличими** топки в t различни кутии, ако всяка кутия може да побере всичките n топки.
- г) Намерете броя на възможните начини за разпределение на n **неразличими** топки в t различни кутии, ако всяка кутия може да побере всичките n топки и съществува поне една празна кутия.
- д) Да се намери броя на възможните начини за разпределения на n **различими** топки в t различни кутии, ако всяка кутия може да побере всичките n топки.

Задача 7. Да се намерят всички k -буквени думи от азбука с n букви, $k \leq n$, които:

- а) нито една буква не се повтаря;
- б) са симетрични;
- в) имат две последователни еднакви букви;
- г) нямат две последователни еднакви букви;
- д) съществува буква, която се среща точно два пъти;
- е) съществува буква, която се повтаря;
- ж) поне две букви се повтарят;
- з) точно една буква се повтаря;
- и) съществува единствена буква, която се среща точно два пъти;

Задача 8. Множеството от всички двоични вектори от $\{0,1\}^n$, които във фиксирани $n - k$ позиции имат равни значения, ги наричаме k -равнини, за $k \leq n$.

1. Колко различни вектора има в една k -равнина?

2. Колко различни k -равнини има в $\{0, 1\}^n$?
3. Колко различни k -равнини съдържат даден фиксиран вектор?
4. Колко различни k -равнини съдържат дадена l -равнина, $0 \leq l < k$.

Задача 9. Да фиксираме естествените числа m и n . Една функция $f : \{1, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, m\}$ е монотонно ненамаляваща, ако $(\forall i \forall j)[1 \leq i < j \leq n \rightarrow f(i) \leq f(j)]$.

1. Колко такива функции съществуват?
2. Колко от тези функции са сюрективни при $n \geq m$?
3. Колко от тези функции са инективни при $n \leq m$?