

**Theorem 1.** Ако  $G$  е дърво, то  $\varepsilon = \nu - 1$ .

**Corollary 1.** Всяко нетривиално дърво има поне два върха със степен 1.

**Задача 1.** Покажете, че ако  $G$  е дърво и има връх със степен  $\geq k$ , то  $G$  има поне  $k$  върха със степен 1.

**Задача 2.** Нека  $G$  е свързан граф. Докажете, че всеки два най-дълги пътя в свързан граф имат общ връх.

**Задача 3.** За  $G$  прост граф, докажете, че  $\varepsilon = \binom{\nu}{2}$  т.с.т.к.  $G$  е пълен.

**Задача 4.** Докажете, че в граф с  $\nu \geq 2$ , има поне два върха с еднаква степен.

**Задача 5.** Докажете, че:

1. във всеки неориентиран граф броят на върховете с нечетна степен е четен;
2. всеки регулярен граф с нечетна степен има четен брой върхове;
3. всеки граф с  $\varepsilon > \binom{\nu-1}{2}$  е свързан. Дайте пример за несвързан граф с  $\varepsilon = \binom{\nu-1}{2}$ .
4. във граф всички върхове имат степен поне  $d$ . Докажете, че в графа има път с дължина  $d$ .

**Задача 6.** Да разгледаме графа  $G$  (без примки и без кратни ребра) със  $s$  компоненти на свързаност. Докажете, че  $\nu - s \leq \varepsilon \leq \binom{\nu-s+1}{2}$ .

**Задача 7.** Нека  $G$  е граф с  $n$  върха и в  $G$  няма прост цикъл с дължина 3. Докажете, че  $G$  има най-много  $\lfloor \frac{n^2}{4} \rfloor$  ребра.

**Задача 8.** Нека  $G$  е произволен граф без примки и кратни ребра, а  $\bar{G}$  е неговото допълнение. Докажете, че поне един от графите  $G, \bar{G}$  е свързан;

**Задача 9.** 1. Да се построят всички неизоморфни графи на 1, 2, 3 и 4 върха.

2. Намерете броя на ребрата на граф без цикли с  $n$  върха и  $k$  компоненти.