Задача 1. *Проверете еквивалентни ли са формулите φ и ψ като използвате еквивалентни преобразования на формулите.*

а) $\varphi = (x \oplus y.z) \to (\overline{x} \to (y \to z))$, $\psi = x \to ((y \to z) \to x)$;

б) $\varphi = (\overline{x} \vee \overline{y}.z) \to ((x \to y) \to (y \vee z) \to \overline{x})$, $\psi = (x \to y) \to (\overline{y} \to \overline{x})$;

в) $\varphi = (x.\overline{y} \vee \overline{x}.z) \oplus ((y \to z) \to \overline{x}.y)$, $\psi = (x.(\overline{y}.\overline{z}) \oplus y) \oplus z$;

г) $\varphi = x \to ((\overline{x}.\overline{y} \to (\overline{x}.\overline{z} \to y)) \to y).z$, $\psi = \overline{x.(y \to \overline{z})}$.

д) $\varphi = \overline{((x \vee y) \to y.z) \vee (y \to x.z)} \vee (x \to (\overline{y} \to z))$, $\psi = (x \to y) \vee z$.

Задача 2. *По метода на неопределените коефициенти, намерете полинома на Жегалкин на функцията*

а) $f(x, y) = x \vee y$;

б) $f(x, y, z) = x \vee y \vee z$;

в) $f(x, y, z) = x \to (y \to z)$;

г) $f(x, y, z) = x(y \vee \overline{z})$.

Задача 3. *Използвайки еквивалентности от вида $\overline{A} = A \oplus 1$ и $A \vee B = AB \oplus A \oplus B$, намерете полинома на Жегалкин на*

а) $f(x, y) = x \to y$;

б) $f(x, y, z) = (x \to (y \to z))$;

в) $f(x, y, z) = ((x \to y) \to z)$;

г) $f(x, y, z) = (x \to (y \to z)).((x \to y) \to z)$;

д) $f(x, y, z, t) = (x \to y) \to (z \to xt)$;

е) $f(x, y, z, t) = x \vee (y \to ((z \to y) \to t)$;

ж) $f(x, y, z, t) = (x \vee y \vee z)t \vee xyz$.

Задача 4. *С помощта на еквивалентни преобразования постройте ДНФ на булевите функции*

а) $f(x, y, z) = (\overline{x} \vee \overline{y} \vee \overline{z}).(xy \vee z)$;

б) $f(x, y, z) = (\overline{x}y \oplus z).(xz \to y)$;

в) $f(x, y, z) = (x \vee y\overline{z}).(x\overline{y} \vee \overline{z}).(\overline{xy} \vee z)$;

г) $f(x, y, z, t) = (x \vee y\overline{z}.\overline{t})((\overline{x} \vee t) \oplus yz) \vee \overline{y}.(z \vee \overline{x\overline{t}})$;

д) $f(x, y, z, t) = (x \to y).(y \to \overline{z}).(z \to x\overline{t})$;

Задача 5. *По дадена ДНФ на булевата функция f постройте нейната СДНФ.*

1) $f(x, y, z) = xy \vee \overline{z}$;

2) $f(x, y, z) = \overline{x}.\overline{y} \vee y\overline{z} \vee z\overline{z}$;

3) $f(x,y,z) = x \vee yz \vee \overline{x}.\overline{z}$*;*

4) $f(x,y,z) = x \vee \overline{y} \vee \overline{x}z$*;*

5) $f(x,y,z,t) = xy\overline{z} \vee xz\bar{t}$*;*

6) $f(x,y,z,t) = xy \vee \overline{y}t \vee z\bar{t}$*.*

Задача 6. *Представете в СДНФ следните булеви функции:*

1) $f(x,y,z) = (x \vee y) \to z$*;*

2) $f(x,y,z) = (01010001)$*;*

3) $f(x,y,z) = (11001010)$*;*

4) $f(x,y,z,t) = (x \to yzt)(z \to x\overline{y})$*;*

5) $f(x,y,z,t) = (x \oplus y)(z \to \overline{y}t)$*;*

Нека е дадена булевата функция $f(x_1,\dots,x_n)$. Дефинираме булевата функция $f^\star(x_1,\dots,x_n)$ като

$$f^\star(x_1,\dots,x_n) = \overline{f}(\overline{x_1},\dots,\overline{x_n}).$$

Ще наричаме $f^\star$ двойнствена функция на f.

Задача 7. *Проверете дали функцията g е двойнствена на f.*

1) $f = x \to y,\ g = \overline{x}.y$*;*

2) $f = (\overline{x} \to \overline{y}) \to (y \to x),\ g = (x \to y).(\overline{y} \to \overline{x})$*;*

3) $f = x.y \to z,\ g = \overline{x}.\overline{y}.z$*;*

4) $f = (x \vee y \vee z).t \vee x.y.z,\ g = (x \vee y \vee z).t \vee x.y.z$*;*

5) $f = xy \vee yz \vee zt \vee tx,\ g = xz \vee yt$*;*

6) $f = (x \to y).(z \to t),\ g = (x \to \overline{z}).(x \to t).(\overline{y} \to \overline{z}).(\overline{y} \to t)$*.*

Задача 8. *Проверете самодвойнствена ли е f.*

1) $f(x,y) = x \vee y$*;*

2) $f(x,y) = x \to y$*;*

3) $f(x,y) = x \oplus y$*;*

4) $f_4(x,y,z) = xy \vee yz \vee zx$*;*

5) $f_5(x,y,z) = x \oplus y \oplus z \oplus 1$*;*

6) $f_6(x,y,z) = xyz \oplus xy\overline{z} \oplus yz \oplus xz$*.*

7) $f_7(x,y,z) = xyz \oplus xy \oplus yz \oplus xz$*;*

8) $f(x,y,z) = (x \to y) \oplus (y \to z) \oplus (y \to x)$*;*

9) $f(x,y,z) = (x \to y) \oplus (y \to z) \oplus (z \to x) \oplus z$*;*

Задача 9. *Проверете дали функцията f е самодвойнствена, ако е зададена векторно:*

1) $\alpha_f = (01001101)$*;*

2) $\alpha_f = (01100110)$*;*

3) $\alpha_f = (1100100101101100)$*;*

4) $\alpha_f = (1110011100011000)$*;*

5) $\alpha_f = (1100001100111100)$*;*

6) $\alpha_f = (1001011010010110)$*;*

7) $\alpha_f = (1100001110100101)$*;*