

ДИНАМИЧНО ПРОГРАМИРАНЕ И АЛЧНИ АЛГОРИТМИ
ДОМАШНО № 3 ПО “ДИЗАЙН И АНАЛИЗ НА АЛГОРИТМИ”
ЗА СПЕЦИАЛНОСТ “КОМПЮТЪРНИ НАУКИ”, 1. ПОТОК
(СУ, ФМИ, ЛЕТЕН СЕМЕСТЪР НА 2019 / 2020 УЧ. Г.)

Задача 1. Образуваме числови редици по следното правило: първият член е числото 1, всеки следващ член се получава с прибавяне на единица или умножение по две, или по три. Да се намери най-късата редица от операции, чрез която от числото 1 се получава числото n . Навсякъде в задачата n е цяло положително число.

Съставете алгоритъм, решаващ тази задача за време $O(n)$ и с допълнителна памет $O(n)$. Алгоритъмът получава на стандартния вход цели положителни числа, по едно на ред, и отпечатва на всеки ред от стандартния изход съответната най-къса редица от операции. Ако има няколко най-къси редици от операции, алгоритъмът отпечатва само една от тях. Всяка операция се представя със своя код:

- 1 — прибавяне на единица;
- 2 — умножение по две;
- 3 — умножение по три.

Алгоритъмът да се опише на езика Си само с типовете цяло число и масив от цели числа. Да не се използват готови функции освен тези за вход-изход. Числото 0 е край на входа.

Пример: При $n = 6$ възможните редици от операции са “23”, “32”, “13”, “112” и “11111”. Първите три са най-къси и алгоритъмът трябва да отпечата една от тях (няма значение коя) без кавичките. При $n = 1$ алгоритъмът трябва да отпечата празен ред. **(5 точки)**

Задача 2. Разглеждаме следния *алчен алгоритъм* за решаването на задача 1:

- 1) Ако даденото число n се дели на 3, делим го на 3.
- 2) В противен случай, ако n се дели на 2, делим го на 2.
- 3) В противен случай изваждаме единица от n .
- 4) Спираме, когато n стане равно на единица.
- 5) Най-късата редица от операции се състои от обратните действия в обратен ред.

Програмен код на Си:

```
void ALG(unsigned int n) { // n > 0
    if (n % 3 == 0) {
        ALG(n/3);
        printf("3");
    }
    else if (n % 2 == 0) {
        ALG(n/2);
        printf("2");
    }
    else if (n > 1) {
        ALG(n-1);
        printf("1");
    }
}
```

а) Вярно ли е, че ALG намира най-къса редица от операции за всяко n ?

Ако да — докажете това с подробни разсъждения.

Ако не — предложете n , опровергаващо твърдението, и обяснете в какво се състои опровержението.

(1 точка)

б) Времето за работа на ALG мерим с дължината $T(n)$ на получената редица. Намерете порядъка на функцията $T(n)$.

(4 точки)