ДАА

упр.№12, 11 юни 2020г.

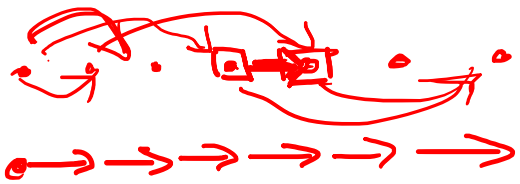
Hello, world!

Зад.6. Да се докаже, че в DAG има HP т.с.т.к. графът има единствена топологична наредба

- нека ∃ HP. Ще док. че ∃! топ. наредба.

Нека доп. че дадената наредба не е единств. Това значи, че можем да преместим някой връх наляво ⇒ ще се „обърне“ ребро, съседно към него (това от Хам. път)

- нека ∃! топ. наредба ⇒ не можем да преместим дори един връх наляво с една позиция ⇒ м/у дадена двойка съседи в наредбата задълж. има ребро ⇒ всички тези ребра м/у съседите обр. Хам. път.



подредена последователност

Зад.7. Даден е речник от думи с мистериозни символи. Да се намери дали в него има противоречия, или ако не – да се състави една възможна азбука от тези символи

b преди c

a преди b

a преди d

b преди c

a → b → c

d → a → b → c

~ → ⊣ → a → &

% → &

abc	abc	7*&++
abcd		
acc	acc	a4%%
baby	bdj	a4&%
bdj	bad	&~~xx
cafe	ccc	&~af
	damn	~oops
→ Няма противоречия	→ Има противоречия	→ ?

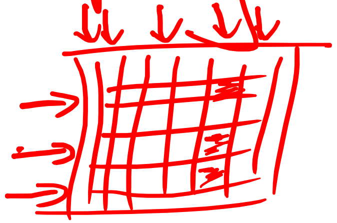
знаем цялата карта кое с кое е свързано

→ n+k върха

Зад.9. В град има k болници и n къщи. Да се намери коя е най-отдалечената до някоя болница къща

За коя дв. дълж. на най-лекия път е макс.

- Floyd-Warshall → за $O((n+k)^3)$ ще сметне вс. разст.



$+\ O((n+k)^2) = O((n+k)^3)$

- за всяка от k-те болници Дийкстра, започвайки от съотв. болница → $k . O((n+k+m) . \lg(n+k))$

$\geq (n+k)$

- 

⇒ за вс. къща да сметнем разст. до „служебния" връх и да вземем макс

→ Дийкстра веднъж, започвайки от този служ. връх

Зад.10. В град има k болници и n къщи. Да се намери коя къща е на минимално общо разстояние до всички болници

макс.

k пъти Дийкстра

Зад.11. Даден е неориентиран тегловен свързан граф G(V,E) с неотрицателни тегла на ребрата. След премахване на 1 или повече ребра е получен G’(V,E’), също свързан.

Да се докаже, че:

- w(MST(G)) <= w(MST(G’)
- за всеки u,v от V: w(path(G,u,v)) <= w(path(G’,u,v))

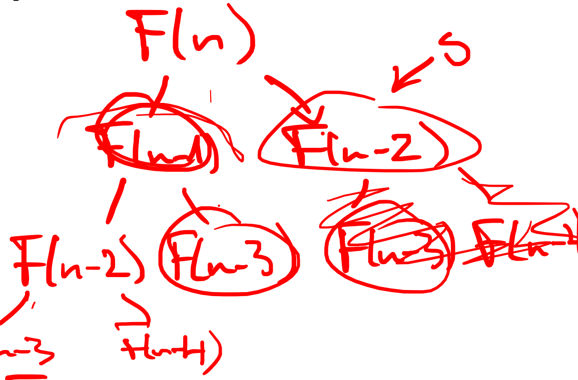
Зад.12. Даден е неориентиран тегловен свързан граф G(V,E). След увеличаване на теглата на всяко ребро с неотрицателна константа е получен графът G’(V,E’).
Да се докаже или опровергае, че:
- MST остава същото (разгл. като множество от ребра)
- най-леките пътища между всеки два върха остават същите (разгл. като последователност от върхове)

Динамично програмиране

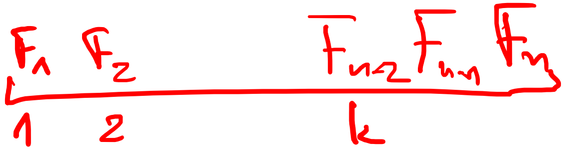
- нито е динамично, нито е програмиране

Bellman

- подходящо за зад. с оптимална подструктура и припокриващи се подзадачи



- помага при търсене на подмножества/пермутации



- memoization: bottom-up/top-down

Зад.1. Разполагаме с n вида монети със стойности c1,c2,...,cn и неограничен брой монети от всеки вид. С колко най-малко монети може да се събере сума S?

$\{3; 8\}$ $S=10 \to$ няма

k-битово число

$C[1..n]$ и S

$$f(x) = \min \begin{cases} 1 + f(x - C[0]) \\ 1 + f(x - C[1]) \\ \vdots \\ 1 + f(x - C[n]) \end{cases} = 1 + \min_{i=1..n} f(x - C[i])$$

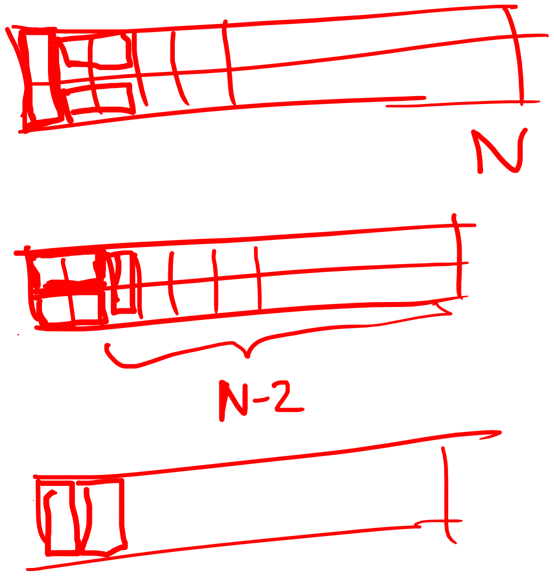
$T(n,S) = \Theta(n.S)$

{псевдо-полиномиална

$T(n,k) = O(n.2^k)$

1. $M[0..S]$ – инв: $M[i]$ ще е мин. брой монети за получ. на сума i $(= f(i))$
2. $M[0] = 0$
3. for $x \leftarrow 1$ to S
4. $M[x] = \infty$
5. for $i \leftarrow 1$ to n
6. if $x \geq C[i]$ $M[x] = \min\{M[x], 1 + M[x - C[i]]\}$ вече е попълнено
7.
8. return $M[S]$ → може да е ∞

Зад.2. По колко начина може да се покрие дъска с размери 2xN с плочки 2x1? Плочките могат да се слагат хоризонтално и вертикално и не трябва да "излизат" от границите на дъската.



$$f(N) = \begin{cases} f(N-1), & \text{ако първата пл. е верт} \\ f(N-2), & \text{ако първо сложим две хориз. плочки} \end{cases}$$

~~f(N-2), ако първите 2 са верт~~

$\Rightarrow F(n)$

M[0..N] – мас.: M[i] = f(i) = брой начини за дъска 2×i

```
M[0] = 0; M[1] = 1
for x ← 2 to N
    M[x] ← M[x-1] + M[x-2]
return M[N]
```