

АЛГОРИТМИЧНИ И КОМБИНАТОРНИ ЗАДАЧИ
ПО ГРАФИ И ДИНАМИЧНО ПРОГРАМИРАНЕ
(ДОМАШНА РАБОТА ЗА СТУДЕНТИ ОТ СУ, ФМИ)

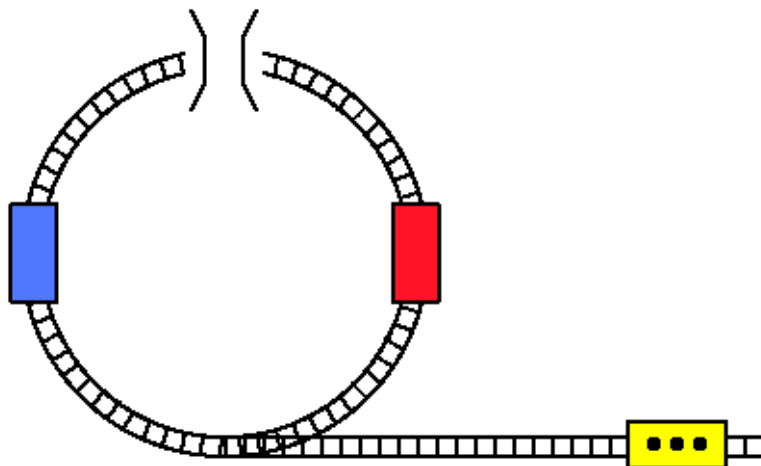
Име: Факултетен № Група:

| Задача | 1 | 2 | 3 | ОБЩО |
|-----------------------|----|----|----|------|
| <i>получени точки</i> | | | | |
| <i>максимум точки</i> | 34 | 33 | 33 | 100 |

Забележка 1: Всички отговори трябва да бъдат обосновани подробно.

Забележка 2: Не предавайте идентични решения дори когато работите заедно: идентичните решения ще бъдат анулирани!

Задача 1. Два вагона — червен и син — са разположени в двете половини на кръгова жп линия: червеният — в дясната половина; синият — в лявата. Достъп отвън до кръговата жп линия има откъм южната страна, по праволинеен участък, по който в този миг навлиза жълт локомотив.



Машинистът трябва да размени местата на вагоните: червеният да отиде в лявата половина на кръговата линия, а синият — в дясната, след което локомотивът трябва да отпътува сам. Локомотивът може да тегли и да бута вагоните — всеки поотделно или двата едновременно. Над северната част на жп линията има нисък мост. Локомотивът може да премине под моста, но вагоните не могат, защото са твърде високи.

Търси се решение с най-малък брой ходове. Ход наричаме всяко преминаване на локомотива от един участък в друг. Приемаме, че железопътната линия има три участъка:

- източен — където се намира отначало червеният вагон;
- западен — където се намира отначало синият вагон;
- южен — праволинейният участък, по който пристига и заминава локомотивът.

Подобни задачи се решават с компютърни програми, които извършват някакъв вид търсене в пространството на състоянията. В това домашно не се изисква писане на програмен код, а само подготвяне на задачата за програмиране, тоест съставяне на математически модел.

Пространство на състоянията се нарича множеството от всички възможни състояния. В тази задача състояние означава всяко разположение на локомотива и вагоните. Има значение в кой от трите участъка на жп линията се намират вагоните и локомотивът и как са подредени, когато два или три от тях са в един и същ участък.

а) Пространството на състоянията се представя чрез граф: върховете са състоянията, а ребрата са преходите между състоянията. Нарисувайте едно произволно избрано състояние и го свържете чрез ребра с всички състояния, до които може да се стигне от него за един ход. Изобразете състоянията чрез картинки с жп линията, вагоните и локомотива. **(2 точки)**

б) Какъв вид граф е по-подходящ за тази задача — ориентиран или неориентиран? Отговорът да се обоснове! **(2 точки)**

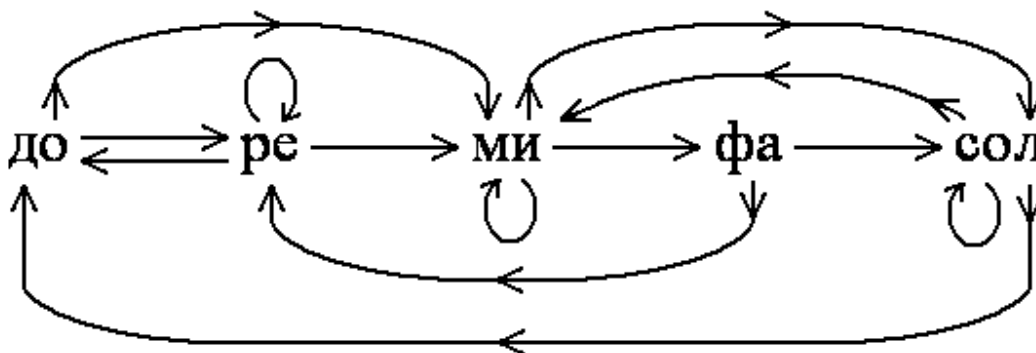
в) Рисуването на състоянията е нагледно, но не е удобно: отнема твърде много време. Измислете кратък, но ясен начин за записване на състоянията. Обяснете го в общия случай и го онагледете с чертежа от подусловие “а”: до състоянията напишете кодовете им. **(4 точки)**

г) Пресметнете броя на състоянията по най-кратък начин. Колкото по-малко случаи се разглеждат в решението, толкова повече точки носи то. **(12 точки)**

д) Решете задачата за разместване на вагоните с най-малък брой ходове на локомотива. Опишете решението като редица от състояния. Всяко състояние да притежава пореден номер и да бъде записано кратко — със своя код. **(12 точки)**

е) Как се решава тази задача — чрез търсене в ширина или чрез търсене в дълбочина? Отговорът да се обоснове! **(2 точки)**

Задача 2. На картинката е показан граф, по който могат да се съчиняват различни мелодии: започваме от произволен връх на графа и последователно преминаваме през други върхове, като се движим по ребрата в указаната посока. Ако от текущия връх излизат няколко ребра, сами избираме по кое от тях да продължим обхождането.



По този начин може да се съставят различни мелодии с произволно избрана дължина, например следната мелодия от 24 ноти (първия куплет от песента “Тръгнал кос”):

сол–ми–ми–фа–ре–ре–до–ре–ми–фа–сол–сол–сол–сол–ми–ми–фа–ре–ре–до–ми–сол–сол–до.

Подобен подход може да бъде използван в компютърни програми за създаване на музика. Програмата избира началния връх на графа случайно и на всяка стъпка пак по случаен начин избира едно от ребрата, излизащи от текущия връх. Затова всяко изпълнение на програмата поражда различна мелодия. Броят на мелодиите расте бързо с увеличаване на дължината им.

Колко мелодии от девет ноти можем да съставим по описания начин от графа на картинката? Задачата да се реши чрез степенуване на матрицата на съседство на графа. **(33 точки)**

Задача 3. Да се реши задача 2 с помощта на динамично програмиране. **(33 точки)**