

# 1D по части полиноми. МКЕ за 1D гранични задачи.

## Допълнителни задачи.

**Задача 1.** Разглеждаме пространството  $V_h$  на непрекъснатите по части квадратни полиноми. Дефинирайте интерполяционен базис за това пространство. Изведете линейната алгебрична система за коефициентите на  $L_2$ -проекцията на дадена функция  $f$  във  $V_h$ . Как се асемблират глобалната матрица на масата и вектора на натоварванията? Използвайте резултатите си, за да апроксимирате функцията  $\sin x$  в интервала  $I := [0, \pi/2]$  за  $h = \pi/6$  и  $h = \pi/12$ . Изведете априорна оценка на грешката за получената апроксимация.

**Задача 2.** Дадена е задачата

$$\begin{aligned} -u'' + u &= f, \quad x \in (0, 1), \\ u(0) &= u(1) = 0. \end{aligned}$$

Изведете съответната вариационна задача. Изберете подходящо тестово пространство  $V_h$ . Формулирайте задачата на Ritz–Galerkin. Изведете алгебричната система. Изведете априорни оценки на грешката в енергетична норма и в  $H^1$ -норма.

**Задача 3.** Пресметнете матрицата на коравина за задачата

$$\begin{aligned} -u'' &= f, \quad x \in (0, 1), \\ u'(0) &= u'(1) = 0. \end{aligned}$$

при равномерна мрежа в  $I$  с два елемента. Защо матрицата е сингулярна?

**Задача 4.** Дадена е задачата

$$\begin{aligned} -((1+x)u')' &= 0, \quad x \in (0, 1), \\ u(0) &= 0, \quad u'(1) = 0. \end{aligned}$$

Разделете интервала  $I$  на три подинтервала с равна дължина  $h = 1/3$  и нека  $V_h$  е съответното пространство от по части полиноми, нулиращи се в  $x = 0$ . Използвайте  $V_h$ , за да формулирате МКЕ. Пресметнете матрицата на коравина и вектора на натоварванията. Проверете, че матрицата на коравина е симетрична и положително определена.

Дадената задача има аналитично решение. Намерете го и изведете априорна оценка на грешката за решението, получено по МКЕ. Проверете, че тази оценка наистина е в сила.