

# Конспект по Диференциално и Интегрално Смятане II

за специалност "Информатика", I курс

летен семестър

## 1. Несобствени интеграли от неограничени функции.

*Сходимость. Необходимо и достатъчно условие на Коши. Основни свойства на несобствените интеграли от неограничени функции. Принципи за сравняване за интеграли от неотрицателни функции. Абсолютна сходимость.*

*Критерий на Абел-Дирихле.*

## 2. Несобствени интеграли в неограничен интервал.

*Сходимость. Необходимо и достатъчно условие на Коши. Основни свойства на несобствените интеграли в неограничен интервал. Принципи за сравняване за интеграли от неотрицателни функции. Абсолютна сходимость.*

*Критерий на Абел-Дирихле.*

## 3. Безкрайни редове.

*Сходимость. Геометричен ред. Необходимо условие на Коши. Основни свойства на сходящите редове. Принципи за сравняване при редове с неотрицателни членове.*

*Интегрален критерий.*

## 4. Критерии за сходимость на редове.

*Критерии на Даламбер, Коши, Раабе. Критерий на Лайбниц.*

## 5. Абсолютно сходящи редове.

*Коммутативен закон. Умножаване на редове — теорема на Мертенс.*

## 6. Редици и редове от функции. Равномерна сходимость.

*Област на сходимость. Условие на Коши. Критерий на Вайерштрас. Критерий на Дини.*

## 7. Свойства на равномерната граница.

*Непрекъснатост, интегрируемост и диференцируемост на граничната функция.*

## 8. Степенни редове.

*Радиус на сходимость. Формула на Адамар. Ред на Тейлор. Маклореново развитие на  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $\operatorname{arctg} x$  и  $(1+x)^\alpha$ .*

## 9. Редове на Фурие.

*Тригонометрична система от функции. Неравенство на Бесел. Достатъчни условия за равномерна сходимость.*

## 10. Условие на Дирихле за поточкова сходимость.

## 11. Теорема на Фейер.

*Ядро на Фейер. Равенство на Парсевал. Теорема на Вайерштрас за апроксимация.*

## 12. Крайномерни пространства.

*Алгебрични операции. Разстояние. Сходимость. Вътрешни, външни и гранични точки. Отворени и затворени множества. Връзка между сходимость и затворени множества. Теорема на Болцано.*

## 13. Изображения (функции) от $\mathbb{R}^k$ в $\mathbb{R}^l$ .

*Граница на функция. Непрекъснатост. Теорема на Вайерштрас. Теорема за равномерна непрекъснатост. Разделна непрекъснатост.*

**14. Частни производни. Диференцируемост.**

*Производна по направление. Градиент. Достатъчно условие за диференцируемост.*

**15. Диференциране на съставни функции.**

**16. Частни производни от по-висок ред.**

*Равенство на смесените производни. Втора производна по направление.*

**17. Екстремуми на функции на две и повече променливи.**

*Необходими и достатъчни условия за екстремум. Седловидни точки.*

**18. Формула на Тейлър за функции на две променливи.**

**19. Неявни функции.**

*Теорема за съществуване и единственост на неявна функция. Диференциране на неявни функции.*

**20. Условни екстремуми.**

*Множители на Лагранж. Абсолютни екстремуми в ограничено и затворено множество.*

**21. Двоен интеграл върху правоъгълник.**

*Суми на Дарбу и Риман. Дефиниция на двоен интеграл и основни свойства. Необходими и достатъчни условия за интегрируемост.*

**22. Интегруеми функции.**

*Интегруемост на непрекъснатите функции. Достатъчно условие за интегрируемост - "малко" точки на прекъсване. Свеждане към повторни интеграли.*

**23. Измерими множества.**

*Дефиниция и основни свойства. Множества с мярка нула. Необходими и достатъчни условия за измеримост. Лице.*

**24. Двоен интеграл върху измерими множества.**

*Интегруемост на непрекъснатите функции върху криволинеен трапец. Свеждане към повторни интеграли. Смяна на променливите в двойни интеграли. Полярна смяна.*

**25. Троен интеграл. Обем.**

*Свеждане към повторни интеграли. Пресмятане на обем чрез двоен интеграл. Смени на променливите в кратни интеграли. Полярна и сферична смяна.*

**26. Интеграли, зависещи от параметър.**

*Граничен преход, непрекъснатост, интегриране и диференциране по параметър в собствени интеграли.*

**27. Несобствени интеграли, зависещи от параметър.**

*Равномерно сходящи интеграли. Критерий на Вайерщрас. Критерий на Абел-Дирихле. Граничен преход, непрекъснатост, интегриране и диференциране по параметър в несобствени интеграли.*

**28. Криволинейни интеграли.**

*Дължина на дъга. Криволинейни интеграли от първи и втори род. Пресмятане. Връзка между тях.*

**29. Формула на Грийн.**

*Пресмятане на лица чрез криволинейни интеграли. Условия за независимост на криволинейния интеграл от пътя на интегрирането.*

**30. Интеграл по повърхнина.**

*Нормален вектор. Лице на повърхнина. Повърхнинни интеграли от първи и втори род. Пресмятане. Връзка между тях. Формули на Гаус-Остроградски и Стокс.*