

Забележка (малка грешка от предния път):

maxRectAreaInHist2(A[1..n], n): //с **bold** шрифт е добавена корекцията

```
maxArea ← 0
s ← Stack.Init() //stack of indexes
Нека си разширим A[0..n+1] = 0 + A[1..n] + 0
for i ← 0 to n+1
    while s.isEmpty()=FALSE and A[i] ≤ A[s.top()] do
        idx ← s.pop()
        if s.isEmpty() then
            continue
        area ← (i-s.top()-1)*A[idx]
        maxArea ← max(maxArea, area)
    if s.isEmpty()=TRUE or A[i] > A[s.top()] then
        s.push(i)
return maxArea
```

алтернативно (по-интуитивно) решение: <https://www.youtube.com/watch?v=lsQTYiCiU6c>

$P = \{ \text{задачи за разпознаване, за които съществува алгоритъм с полиномиална времева сложност при най-лоши входни данни} \}$

$NP = \{ \text{задачи за разпознаване, за които при отговор "да" съществува най-къс сертификат (примерен вход) и съществува алгоритъм с полиномиална времева сложност при най-лоши входни данни, който проверява отговора "да" с помощта на сертификата} \}$

3ЗР (задача за разпознаване) - задача с 2 възможни изхода - да или не

Деф 3ЗР А се нарича NP-пълна (NP-complete), когато А е NP и $\forall B \in NP, B$ се свежда (reduces) до А в полиномиално време. Пишем $B \propto_p A$.

Деф 3ЗР А се нарича NP-трудна (NP-hard), когато $\forall B \in NP, B$ се свежда (reduces) до А в полиномиално време.

1) SAT (satisfiability)

Вход: Конюнктивна нормална форма F

Изход: Удоволетворява ли се F за някоя оценка на свободните променливи

Th Cook-Levin

SAT е NP-пълна (т.е всяка NP задача може да бъде сведена до SAT и съответно SAT е NP)

Тв Една 3ЗР се нарича NP-пълна \leftrightarrow те е NP и е NP-трудна

Th Ако 3ЗР C е NP-трудна и $C \propto_p D$, то D е NP-трудна.

2) 3-SAT е NP-пълна (NP & NP-hard)

$(a \vee b \vee c) \& (a \vee \neg b \vee d) \& \dots$

Док.

Знаем, че 3-SAT е NP. Сега ще сведем SAT (която е NP-hard) до 3-SAT, откъдето ще получим, че 3-

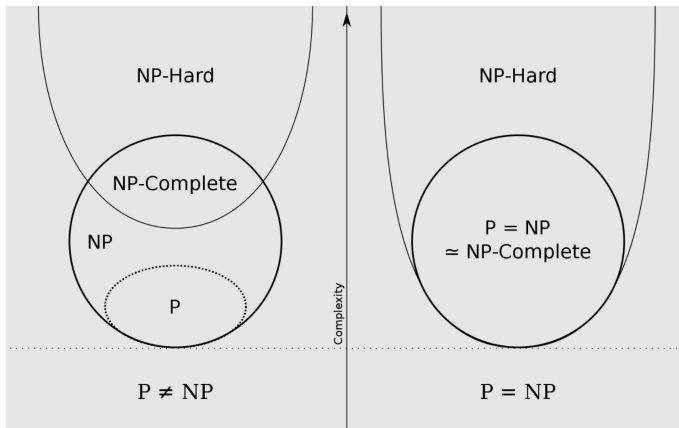
SAT е NP-hard от където ще имаме, че 3-SAT е NP-complete.

Представяме си че един булев израз е в КНФ, но е съставен само от 1 елементарна дизюнкция. Тоест изглежда нещо от сорта на:

$(a \vee b \vee c \vee d \vee e)$. Сега ще го сведем до 3-SAT:

$((a \vee b \vee t_1) \& (\neg t_1 \vee c \vee t_2) \& (\neg t_2 \vee d \vee e))$

И сега ако си представим, че имаме конюнкция от елементарни дизюнкции, това което може да направим е да махнем скобите след като всеки елементарен дизюнкт е докаран до 3-SAT.



3) 2-SAT \in P

4.1) SubsetSum \in NP-complete

4.2) Partiton \in NP-complete

5) Задача за раницата

6) Хамилтонов път/цикъл между 2 дадени върха \in N-complete

6') Задача за търговския пътник

7) Ойлеров път \in P

8) Изоморфен подграф \in N-complete

9) Изоморфност на графи - това е потенциална задача, която е NP-intermediate

10) Клика \in N-complete

11) Антиклика \in N-complete

12) Върхово покритие \in N-complete

13) Доминиращо множество \in N-complete

14) Максимално съчетание \in P

Заб Под експоненциално растене имаме предвид по-бързо от полиномиалното.. т.е вкл. $n^{\log(n)}$

Деф МТ (машина на Тюринг) работи за време $T(n)$, ако за всеки вход w дължина n , МТ прави най-много $T(n)$ прехода

Деф Казваме, че език L е в клас P , ако $T(n)$ - полином: $L=L(M)$, където M е дет. машина на Тюринг, която свърша работа най-късно за $T(n)$ време.

Деф Казваме, че език L е в клас NP , ако $T(n)$ - полином: $L=L(M)$, където M е недет. машина на Тюринг и няма редица от повече от $T(n)$ прехода (т.е всяка дума $w \in L / w \notin L$ е разпозната най-много след $T(n)$ прехода.

Заб P е затворено относно операцията допълнение (т.е $P \equiv \text{co-P}$)

Заб Не се знае дали NP е затворено относно операцията допълнение (очаква се, че не е затворена.. също така се очаква, че $L \in NP-C \rightarrow L^{compl} \notin NP$)

Деф Co-NP (complement) е множеството от всички езици, чиито допълнения са в NP

Пр:

1. USAT (unsatisfiability) - противоречие или невалидни входове
2. TAUT (tautologies) - езика, който съдържа всички тавтологии

Заб Възможно е дори ако $P \neq NP$, да се случи, че $NP \equiv co-NP$.

Заб PS някъде се пише PSPACE

Complexity class	Model of computation	Resource constraint	Complexity class	Model of computation	Resource constraint
Deterministic time			Deterministic space		
DTIME($f(n)$)	Deterministic Turing machine	Time $O(f(n))$	DSPACE($f(n)$)	Deterministic Turing machine	Space $O(f(n))$
			L	Deterministic Turing machine	Space $O(\log n)$
P	Deterministic Turing machine	Time $O(\text{poly}(n))$	PSPACE	Deterministic Turing machine	Space $O(\text{poly}(n))$
EXPTIME	Deterministic Turing machine	Time $O(2^{\text{poly}(n)})$	EXSPACE	Deterministic Turing machine	Space $O(2^{\text{poly}(n)})$
Non-deterministic time			Non-deterministic space		
NTIME($f(n)$)	Non-deterministic Turing machine	Time $O(f(n))$	NSPACE($f(n)$)	Non-deterministic Turing machine	Space $O(f(n))$
			NL	Non-deterministic Turing machine	Space $O(\log n)$
NP	Non-deterministic Turing machine	Time $O(\text{poly}(n))$	NPSPACE	Non-deterministic Turing machine	Space $O(\text{poly}(n))$
NEXPTIME	Non-deterministic Turing machine	Time $O(2^{\text{poly}(n)})$	NEXSPACE	Non-deterministic Turing machine	Space $O(2^{\text{poly}(n)})$

Деф ДМТ M, която за всеки вход w с дължина n, не посещава повече от $p(n)$ клетки от лентата, където $p(n)$ е полином, описва езика L(M). Множеството от всички такива езици ще означаваме с PS.

Деф НМТ M, която за всеки вход w с дължина n, не посещава повече от $p(n)$ клетки от лентата, където $p(n)$ е полином, описва езика L(M). Множеството от всички такива езици ще означаваме с NPS.

Th $NPS=PS$ ($PS \subseteq NPS$ - очевидна, другата посока е интересната)

Очевидно имаме $P \subseteq PS$ и $NP \subseteq NPS$

От горната теорема и очевидното по-горе имаме: $P \subseteq NP \subseteq PS=NPS$.

