

### Зад. 1

Даден е масив  $A[1..n]$  от естествени числа и много на брой заявки от вида:

Вход:  $1 \leq i, j \leq n$

Изход:  $\sum_{k=i}^j A[k]$

Предложете бърз алгоритъм, който да отговаря на заявките.

$(O(n), O(1))$  // съответно сложността на индексацията и на заявката

Init( $A[1..n]$ , n):

```
Sum[1..n] ← alloc
Sum[1] = A[1]
for i ← 2 to n
    Sum[i] ← Sum[i-1] + A[i]
return Sum
```

Query( $Sum[1..n]$ , n, i, j):

```
if i < 1 or j > n then
    return -1 // "undefined" ако нямаме очевиден кандидат
if i > j then
    return 0
if i = 1 then
    return Sum[j]
return Sum[j] - Sum[i-1]
```

### Зад. 2

Даден е сортиран масив  $A[1..n]$ , съдържащ всички числа от 0 до n включително, без повторения, като има едно липсващо число. Да се намери липсващото.

n=7

A: 0 1 2 3 4 5 6

idx: 1 2 3 4 5 6 7

Task2( $A[1..n]$ , n):

```
left ← 1
right ← n
while left < right do
    mid ← ⌊  $\frac{left+right}{2}$  ⌋
    if A[mid]+1 = mid then
        left ← mid+1
    else
        right ← mid
if A[n]+1 = n then
    return left
return left-1
```

## Зад. 3

Даден е масив с различни цели числа. Да се намерят всички тройки числа, чиято сума е 0.

```

Task3(A[1..n], n):
  sort(A[1..n]) //сортира A  $\theta(n\log(n))$ 
  Ans  $\leftarrow$  List.init() //наредени 3-йки
  for i  $\leftarrow$  1 to n-2
    if A[i] $\geq$ 0 then
      break
    j  $\leftarrow$  i+1
    k  $\leftarrow$  n
    while j<k do
      if A[i]+A[j]+A[k]=0 then
        Ans.push((A[i], A[j], A[k]))
        j  $\leftarrow$  j+1
        k  $\leftarrow$  k-1
      else if A[i]+A[j]+A[k]<0 then
        j  $\leftarrow$  j+1
      else if A[i]+A[j]+A[k]>0 then
        k  $\leftarrow$  k-1
  return Ans

```

## Зад. 4

Да се сортира масив A[1..n], използвайки единствено следната операция, приемаща масива, фиксиран втори аргумент и 1 нетривиален аргумент k: reverse(A, 1, k).

```

findIdxOfMax(A[1..k], k):
  maxIdx  $\leftarrow$  1
  for i  $\leftarrow$  2 to k
    if A[i]>A[maxIdx] then
      maxIdx  $\leftarrow$  i
  return maxIdx

```

```

Task4(A[1..n], n):
  for k  $\leftarrow$  n down to 2
    maxIdx  $\leftarrow$  findIdxOfMax(A[1..k], k)
    reverse(A[1..n], 1, maxIdx)
    reverse(A[1..n], 1, k)
  return A

```

## Зад. 5

Даден е булев масив  $A[1..m][1..n]$ .  $\forall k \in \{1, \dots, n\} \forall i \in \{1, \dots, m-1\}$  е изп.:  $A[i+1][k] \leq A[i][k]$ . Да се намери  $k: \sum_{i=1}^m A[i][k]$  е максимално.

Task5( $A[1..m][1..n]$ ,  $m$ ,  $n$ ) //  $m$  - редове,  $n$  - колонки

```

y ← 0
for x ← 1 to n
    while y < m and A[y+1][x]=1 do
        y ← y+1
return y

```

## Зад. 6

Даден е масив  $A[1..m][1..n]$  със свойството:  $\forall i \forall j A[i][j] \leq A[i+1][j] \& A[i][j] \leq A[i][j+1]$  и число  $k$ . Да се провери дали  $k$  се съдържа в  $A$ .

Пример за масив  $A$ :

|    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|
| 2  | 3  | 5  | 7  | 7  | 8  |
| 4  | 4  | 6  | 7  | 8  | 10 |
| 10 | 12 | 12 | 13 | 15 | 17 |
| 11 | 13 | 20 | 22 | 25 | 28 |
| 16 | 17 | 20 | 22 | 27 | 29 |
| 19 | 20 | 21 | 22 | 28 | 30 |

Task6( $A[1..m][1..n]$ ,  $m$ ,  $n$ ,  $k$ ):

```

i ← 1
j ← n
while i ≤ m and j ≥ 1 do
    if A[i][j]=k then
        return TRUE
    if A[i][j]>k then
        j ← j-1
    else if A[i][j]<k then
        i ← i+1
return FALSE

```