Longest common prefix

вход: Непразен масив от сим. низове a.

изход: сим. низ p т.ч. $(\forall \alpha \leftarrow a)(\exists \beta)$ $[\alpha = p \cdot \beta]$

```
LCPStr(s1, s2 : string) : string
    n <- min(len(s1), len(s2))
    l <- 1 , flag <- true
    for i from 1 to n
        if s1[i] ≠ s2[i]
    flag <- false; break
        l++
    -> return s1[1 : l-1]
```

$s_1 = abcd$

$s_2 = abcc$

$\rightarrow abc$

i	l
1	1 + 1
2	2 + 1
3	3 + 1
4	$\boxed{3}$ + 1

Инварианта: За всяко достигане на ред 3 е в сила, че $s1[1:l-1]$ е ср за $s1[1:l-1]$ и $s2[1:l-1]$ и flag е true тстк $s1[l-1] = s2[l-1]$ и $l = i$.

База: $l = 0$ $\quad s1[\underline{1:0}] = \text{""} = s2[1:0]$

$l > 0 = F$, $l < 1$ $\quad s1[0] = undef = s2[0]$.

и flag true ✓ $\quad l = 1 = i$ ✓

Поддръжка: Нека инвар. е в сила за k-то достигане на ред 3. Разгл. k+1-то и това <u>не посл. дост.</u> Тогава $l = k+1$ (озн.) Тогава със сиг. $s1[l] = s2[l]$.

така $l' = l + 1 = k + 2$. От инв. има

и $s1[1:k] = CP(s1[1:k], s2[1:k])$ и

$s1[k+1] = s1[l] = s2[l] = s2[k+1]$ след

и $l' = i+1$. ✓

$s1[1:l'-1] = s1[1:k+1] = CP(s1[1:l'-1], s2[1:l'-1])$

flag = true. След-ното се запазва,

Терминация: Възм. са 2 вар.

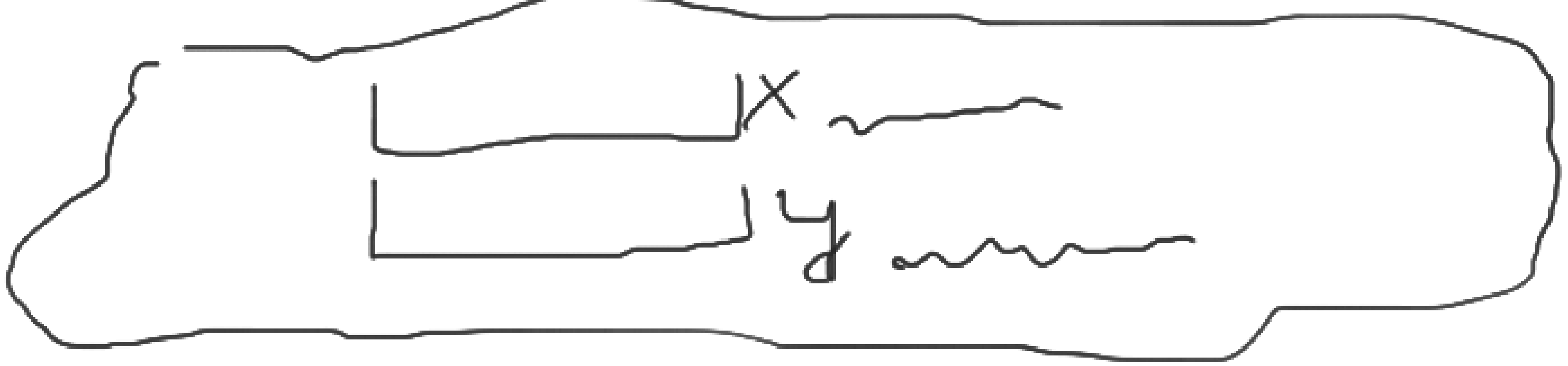
Сл.1 $i = n+1$. $\underbrace{l = n+1}_{l-1}$ и $\underbrace{s_1[1:l-1]}_{l-1} =$

$\underline{s_2[1:l-1]}$ т.е $s_1 = s_1[1:n] = s_2[1:n] = s_2$.

След. $s_1[1:l-1] = \underline{LCP}(s_1, s_2)$. CP flag $\overset{n}{=}$ $s_1[l-1] = s_2[l-1]$

Сл.2. $l = i$ и $\underline{s_1[i] \neq s_2[i]}$, но

$(s_1[1:l-1] = CP(s_1[1:l-1], s_2[1:l-1])$ след



$S_1[1:l-1] = LCP(S_1[1:n], S_2[1:n]) = LCP(S_1, S_2).$

Край на алг- ефективност. Бърза, защото имаме един цикъл и той е for i from 1 to n.

LCPStr(a, b : String) : String

$\sum_{i=a}^{b} f(i) \overset{?}{\simeq} \int_a^b f(x)dx$

$\{$
$\boxed{n} \leftarrow \min(\text{len}(a), \text{len}(b))$

$l \leftarrow 1$

flag $\leftarrow$ true

while flag & $\boxed{l} \leq n$

if $a[l] \neq b[l]$

flag $\leftarrow$ false

else

$l{+}{+}$

return $a[1 : l-1]$

$\{l_t\}_{t \in \mathbb{N}} = \underline{\{k\}_{k \in \mathbb{N}}}$

$\sum_{i=1}^{n} i^k \simeq n^{k+1}$

$k \geq 1$

$k = 0 \simeq n$

$0 < k < 1$

$\int_1^n x^k dk =$

LCPArr(a : [——] array of String): String

if len(a) = 1
→ return a[1]

$LCP : \mathcal{P}_{Fin}(\Sigma^*) \to \Sigma^*$

$LCP(\emptyset) = \varepsilon$

if len(a) = 0
return ""

h <— len(a)/2

return LCPStr(LCPArr(a[1 : h-1]), LCPArr(a[h : len(a)]))

$$T(n, m) \le 2T\left(\left\lfloor \tfrac{n}{2} \right\rfloor, m\right) + m$$

LCP

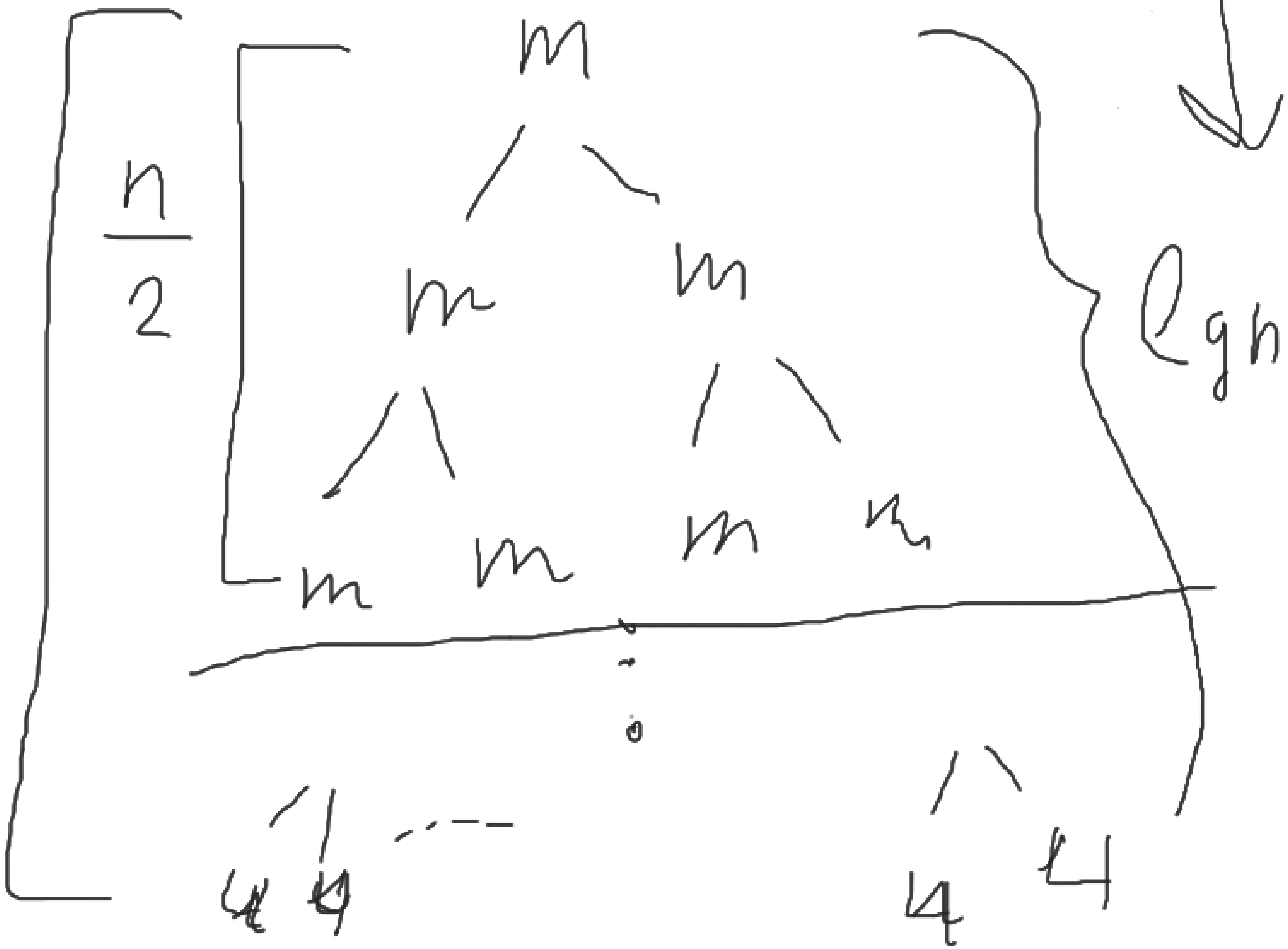
n = len(a), $m = \max\{\text{len}(a[i]) \mid i \in I\,\text{len}(a)\}$

$$T(0, m) = 4$$

$$T(1, m) = 2$$

$$O\left(\frac{n}{2} \cdot m\right)$$

$$T(n, m) = O(n \cdot m)$$



$(\exists \alpha \in \mathbb{R}_+)$ $(\exists u \in \mathbb{N}_+)(\exists v \in \mathbb{N}_+)$

$(\forall n \in \mathbb{N})(\forall m \in \mathbb{N})[n \geq u \ \& \ m \geq v \Longrightarrow$

$P_m(n) \longrightarrow T(n,m) \leq \alpha nm]$

Приемаме, че имаме подх. α, u, v и

$(\forall m \in \mathbb{N})\overbrace{(\forall n \in \mathbb{N}) \ P_m(n)}$

Нека m е произв. ест. число

$$(\forall n\in\mathbb{N})\Big[(\forall t\in\mathbb{N})\,[\underline{t<n} \Longrightarrow P_m(t)] \Longrightarrow P_m(n)\Big]$$

ИХ ИС

Нека $n\in\mathbb{N}$. Нека за всяко $t\in\mathbb{N}$ е в сила, че ако $t<n$, то $P_m(t)$ е ист.

Сега иде $n\ge u$ & $m\ge v \Longrightarrow T(n,m)\le 2nm$

Нека $n\ge u$ и $m\ge v$. Вземи 2 сл. $P_m(n)$

Сл. 1. $\left\lfloor \frac{n}{2}\right\rfloor < u$. Искаме $T(u,m)\le 2um$

$$T(u,m) \le 2\underbrace{T\left(\left\lfloor \tfrac{u}{2} \right\rfloor, m\right) + m}_{} \overset{?}{\le} \alpha u m$$

$$\le 2\left\lfloor \frac{u}{2} \right\rfloor \cdot m + m \le \alpha u m$$

$$\le 2\frac{u}{2} m + m$$

$$m \le (\alpha m - m) u$$

$$\alpha - 1 \ge 0$$

$$0 \le \frac{m}{(\alpha - 1) m} \le u \qquad \boxed{\alpha \ge 1}$$

2 сл. $\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor \geq u$. Тогава $T\left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor, m\right) \leq \alpha \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor m$.

Но също така $T(n, m) \leq \underbrace{2T\left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor, m\right)}_{\leq}+m$

$2\left(\alpha \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor m\right)$

$\leq \alpha 2 \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor m + m \leq \cancel{2} \frac{n}{\cancel{2}} m\alpha + m \leq mn\alpha + m$

$= (n\alpha + 1)\cancel{m} \overset{?}{\leq} \alpha n \cancel{m}$, $m = 0$ ✓

$m > 0 \mid \cdot m^{-1}$

$1 + n\alpha \leq 2n$ $1 \leq 0$ 11

$2nm + m \leq 2nm$ $T(n) = aT\left(\frac{n}{b}\right) + c$

$f(n)$

$22^{n} - 3n$

98%

$c = 2$

$3^{n} \geq T(n-1) + T\left(\frac{n}{2}\right) \to n$