

Име: Ф№: Група:

Задача	1	2	3	4	Общо
<i>получени точки</i>					
<i>от максимално</i>	20	30	20	30	100

Задача 1. За всяко от следните съждения, определете дали е истина или лъжа, и дайте солидна аргументация:

10 т. • $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 < 0 \rightarrow 3x + 1 > 0.$

10 т. • $\forall x \in \mathbb{R} : x < 10 \rightarrow x^2 \geq 0.$

Задача 2. Функцията $f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ е дефинирана така:

$$f(m, n) = \begin{cases} n + 1, & \text{ако } m = 0 \\ f(m - 1, 1), & \text{ако } m > 0 \text{ и } n = 0 \\ f(m - 1, f(m, n - 1)), & \text{ако } m > 0 \text{ и } n > 0 \end{cases}$$

2 т. Пресметнете $f(1, 3)$.

13 т. Докажете, че $\forall n \in \mathbb{N} : f(1, n) = n + 2.$

2 т. Пресметнете $f(2, 3)$.

13 т. Докажете, че $\forall n \in \mathbb{N} : f(2, n) = 2n + 3.$

Задача 3. По колко начина можем да раздадем 90 еднакви билета на 30 човека, така че всеки човек да получи поне един билет?

Задача 4. Нека A е множество от шест цели положителни числа, най-голямото от които не е по-голямо от 14. Нека $B = \{X \subseteq A \mid X \neq \emptyset\}$. Докажете, че

$$\exists Y \in B \exists Z \in B \left(Y \neq Z \text{ и } \sum_{a \in Y} a = \sum_{a \in Z} a \right)$$