

Име: Ф№: Гр.:

Задача	1	2	3	4	ОБЩО
получени точки					
от максимално	25	25	25	25	100

Забележка: можете да ползвате наготово всички алгоритми, изучавани на лекции, освен ако в условието на задачата не е казано друго. Ако искате да ползвате алгоритми, които не са изучавани на лекции, трябва да ги напишете, да докажете коректността им и да обосновате сложността им.

Зад. 1 Следният алгоритъм ALGX работи върху сортиран масив $A[1, \dots, n]$ от цели числа.

ALGX($A[1, \dots, n]$: сортиран масив от цели числа)

```

1   $\ell \leftarrow 1, h \leftarrow n$ 
2  while  $h - \ell > 1$  do
3       $mid \leftarrow \lfloor \frac{\ell+h}{2} \rfloor$ 
4      if  $A[mid] = mid$ 
5          return  $mid$ 
6      else if  $A[mid] > mid$ 
7           $h \leftarrow mid$ 
8      else
9           $\ell \leftarrow mid$ 
10 if  $A[\ell] = \ell$ 
11     return  $\ell$ 
12 else if  $A[h] = h$ 
13     return  $h$ 
14 else
15     return  $-1$ 

```

Докажете, че $ALGX(A[1, \dots, n])$ връща стойност k , такава че $A[k] = k$, ако такава стойност съществува, или -1 , ако такава стойност не съществува.

Зад. 2 Решете следните четири рекурентни уравнения. Допустимо е да ползвате и неформални методи като развиване или дърво на рекурсията.

$$T(n) = 4T(n-1) + 3T(n-2) + 1$$

$$S(n) = 6S\left(\frac{n}{2}\right) + n^2\sqrt{n}$$

$$P(n) = P(\sqrt{n}) + 1$$

$$Q(n) = 2Q\left(\frac{n}{2}\right) + 8Q\left(\frac{n}{4}\right) + n^2$$

Зад. 3 Изследвайте сложността по време като функция на n на следния фрагмент на C:

```

s = 0;
m = n;
while (m >= 1) {
    for (i = 1; i <= floor(n/m); i++) {
        s++; }
    m--; }

```

Зад. 4 Напишете псевдокод на HEAP SORT и направете кратко доказателство за коректност на алгоритъма. В ограниченото време на контролното не се иска пълно доказателство, а само накратко същината на доказателството. Трябва да става съвсем ясно кои твърдения използвате наготово без доказателство.