СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ “СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ”
ФАКУЛТЕТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

учебна година: 2012—2013 **семестър: зимен**

наименование на дисциплината: ***Дискретни структури***		
хорариум: 90 (45+45)	***вид на дисциплината: задължителна***	
специалност: КН	***курс: първи***	***поток: първи***
лектор: *доц. д-р Красимир Неделчев Манев*		

1. Кратка анотация на дисциплината
2. Предварителни изисквания към студентите (отнася се само за избираемите дисциплини)
3. Форма на проверка на знанията и уменията и начин на формиране на оценката по дисциплината
4. Тематичен план (конспект) на дисциплината
5. Литература

АНОТАЦИЯ

Курсът “Дискретни структури” е въведение в основите на Дискретната математика, необходими за компютърната наука. Целта е да се постави обучението в специалността и бъдещите занимания на студентите на солидна теоретична основа. Въвеждат се основните понятия необходими за всяка математическа дисциплина – въведение в логиката, множества, релации и функции, като ударението е поставено върху дискретните (крайни и изброимо безкрайни) примери. Специално внимание се обръща на булевата алгебра, основите на която се демонстрират на примера на алгебрата на множествата и алгебрата на булевите функции. Разглеждат се принципите на изброителната комбинаторика, формулите за броя на основните комбинаторни конфигурации и техниката за намиране броя на елементите на крайно множество чрез разрешаване на рекурентни отношения. Въвеждат се основните понятия от теорията на крайните ориентирани/неориентирани мултиграфи и графи и основите на алгоритмиката в графи. Показва се ролята на булевите функции за изграждането на изчислителни устройства.

ФОРМИРАНЕ НА ОЦЕНКАТА ПО ДИСЦИПЛИНАТА

Компоненти на оценката	*съдържание*	*време на провеждане*	*процент от оценката*
първа контролна работа	задачи и теория	през семестъра	25%
изпит задачи (писмен)	задачи	през сесията	25%
изпит теория (писмен)	теория	през сесията	30%
домашни работи	задачи	през семестъра	12%
оценка на асистента	задачи	през семестъра	8%

ТЕМАТИЧЕН ПЛАН

№	ТЕМА	Лекции (брой седмици)	Упраж-нения (брой седм.)
1	**ОСНОВИ:** Множества – аксиоми, индуктивни дефиниции, операции, свойства. Релации – еквивалентности и нареби. Функции – биекция, крайни и изброимо безкрайни множества. Математическа индукция.	3	3
2	**КОМБИНАТОРИКА**: Принципи на изброителната комбинаторика – Дирихле, биекция,събиране, изваждане, умножение, деление, принцип па включването и изключването. Основни комбинаторни конфигурации – формули за броя. Комбинаторни тъждества. Доказателства на комбинаторни тъждества с комбинаторни разсъждения.	3	3
3	**РЕКУРЕНТНИ ОТНОШЕНИЯ:** Примери за броене чрез рекурентни отношения. Решаване на рекурентни отношения – индукция, развиване. Метод за решаване на клас линейни рекурентни отношения с крайна история .	1	1
4	**ГРАФИ**: Крайни ориетирани и неориентирани мултиграфи и графи – дефиниции и моделиращи свойства. Маршрути, пътища, свързаност, оцветяване, планарност. Дървета – коренови дървета, свойства, покриващо дърво на граф. Обхождане на графи – в ширина, в дълбочина, Ойлерови обхождания, Хамилтонови обхождания. Оптимални покриващи дървета – алгоритми на Прим и Крускал. Най-къс път в граф – алгоритъм на Дейкстра. n-мерен хиперкуб.	4	4
5	**БУЛЕВИ ФУНКЦИИ**: Елементарни булеви функции. Суперпозиции и формули. Пълни множества БФ. Съвършени дизюнктивни нормални форми и полиноми на Жегалкин. Затворени множества. Двойнствени функции и принцип за двойнственост Схеми от функционални елементи. Минимизация на ДНФ – алгоритъм на Куайн-МакКласки.	4	4

КОНСПЕКТ ЗА ТЕОРЕТИЧЕН ИЗПИТ

1. Множества. Аксиома за обема. Аксиома за отделянето. Степенно множество. Операции върху множества. Свойства на операциите – комутативност, асоциативност, дистрибутивност, идемпотентност, свойства на константите и допълнението, закони на Де Морган (с доказателство на един от законите на Де Морган).
2. Индуктивни дефиниции и доказателства по индукция. Индексиране. Декартово произведение. Наредени n-торки. Разбиване на множество.
3. Релации. Двуместни релации над декартови квадрати и представяне чрез матрици и графи (диаграми). Свойства на тези релации: рефлексивност, антирефлексивност, симетричност, антисиметричност, силна антисиметричност, транзитивност. Рефлексивно, симетрично и транзитивно затваряне. Релации на еквивалентност. Теорема за класовете на еквивалентност.
4. Частични наредби (пълни и непълни). Вериги и контури. Теорема за контурите. Минималност по включване.
5. Функции – частични и тотални. Еднозначна функция, сюрекция, биекция, обратна функция. Крайни множества и брой на елементите на крайно множество. Безкрайни изброими множества. Теорема за обединението на безкрайна изброима фамилия безкрайни изброими множества. Теорема за съществуване на неизброимо (безкрайно) множество.
6. Принцип на Дирихле. Теорема за min (max) елемент на крайна частична наредба. Теорема за разширяване на крайна частична наредба до пълна (топологическо сортиране).
7. Принципи на изброителната комбинаторика: принцип на биекцията, принципи на събирането (разбиването) и изваждането, принцип на умножението (Декартовото произведение) и делението. Принцип на включването и изключването.
8. Основни комбинаторни конфигурации. Формули за броя на елементите на основните комбинаторни конфигурации – наредени и ненаредени, с повторение и без повторение. Биномни коефициенти. Свойства на биномните коефициенти, теорема на Нютон – комбинаторни доказателства. Пермутации с повторение.
9. Рекурентни отношения. Примери за броене в комбинаториката чрез рекурентни отношения. Линейни рекурентни отношения с постоянни коефициенти – хомогенни и нехомогенни. Решаване на такива рекурентни отношения – примери.
10. Крайни мултиграфи и графи – ориентирани и неориентирани. Дефиниции. Маршрути и контури в ориентирани графи. Пътища и цикли в неориентирани графи. Теорема за броя на маршрутите със зададена дължина в крайни ориентирани мултиграфи. Подграфи. Индуцирани подграфи. Теорема за релацията „има път от ... до ...“. Свързаност и свързани компоненти.
11. Дървета и коренови дървета. Връзка между двете дефиниции. Теореми за: броя на ребрата и върховете, за единственост на пътя, за добавянето на ребро.
12. Височина и разклоненост на кореновите дървета. Представяния на дървета – “списък на бащите”, “ляв син-десен син”, “ляв син-десен брат”. Покриващо дърво. Теорема за съществуване на покриващо дърво.
13. Обхождане на графи – в дълбочина и ширина. Ойлерови обхождания. Теореми за съществуване на Ойлеров цикъл и Ойлеров път в неориентиран и ориентиран мултиграф. Хамилтонови обхождания. Ойлерови и Хамилтонови графи. Доказателство, че n-мерният булев куб е Хамилтонов граф.
14. Минимално и максимално покриващо дърво на граф. МПД-свойство. Алгоритми на Прим и Крускал. Коректност на тези алгоритми.
15. Най-къс път в граф. Най-къс път в граф с константи тегла на ребрата. Алгоритъм на Дейкстра. Коректност на алгоритъма на Дейкстра.
16. Булеви функции. Суперпозиции. Формула над множество булеви функции. Функция, съответна на дадена формула. Съществени и несъществени променливи. Трансформационни теореми (с доказателство на една от теоремете).
17. Булеви функции на една и две променливи. Свойства на функциите на една и две променливи. Слепване и поглъщане (с доказателство).
18. Пълни множества БФ. Елементарни конюнкции. Теорема на Бул. Съвършена ДНФ. Пълнота на множество БФ чрез свеждане до известно пълно множество. Полиноми на Жегалкин – единственост и алгоритми за получаване.
19. Затворени множества. Критерий за затвореност. Самодвойнствени БФ. Теорема за двойнствената на сложна функция. Затвореност на класа на самодвойнствените функции. Принцип за двойнственост. Дефиниции за монотонни и линейни БФ.

20. Функционални елементи. Дефиниция на схема от ФЕ. Пълнота на множество от ФЕ. Построяване на СФЕ от Съвършената ДНФ. Сложност на алгоритъм за построяване на СФЕ. Алгоритъм на каскадите с оценка на сложността на построяваните схеми.
21. Минимизация на булевите функции в ДНФ. Единично множество и лема за свойствата на единичното множество. Лема за премахването на букви от елементарна конюнкция. Импликанти. Прости импликанти. Теореми за минималната ДНФ и за ДНФ, съставена от всички прости импликанти. Съкратена ДНФ. Неприводими ДНФ.
22. Минимизация на булевите функции в ДНФ. Алгоритъм на Куайн-МакКласки за построяване на Съкратена ДНФ. Карти на Карно-Уейч. Задача за минималните покрития. Построяване на всички неприводими ДНФ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Красимир Манев, *Увод в дискретната математика*, IV изд., *КЛМН*, София, 2005, ISBN 9545351365.
2. Kenneth Rosen, *Discrete mathematics and its applications*, VI-th ed., McGraw-Hill, 2007, ISBN 9780071244749.
3. Ralph Grimaldi, Discrete and combinatorial mathematics: an applied introduction, V-th ed., *Pearson Addison Wesley*, 2004, ISBN 9780201726343.